CZASOPISMO TECHNICZNE M
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

z. 1-M/2008
ISSN 0011-4561
ISSN 1897-6328

MAREK A. KSIĄŻEK, DANIEL ZIEMIAŃSKI*

NOWY ALGORYTM DOBORU WAG KWADRATOWEGO WSKAŹNIKA JAKOŚCI PRZY SYNTEZIE OPTYMALNEGO UKŁADU WIBROIZOLACJI CIAŁA SIEDZĄCEGO CZŁOWIEKA

A NEW ALGORITHM OF SELECTION OF QUADRATIC PERFORMANCE INDEX WEIGHTING COEFFICIENTS IN THE SYNTHESIS OF AN OPTIMAL VIBRATION INSULATION SYSTEM OF A SITTING HUMAN BODY

Streszczenie

W niniejszym artykule przedstawiono propozycję konstrukcji algorytmu doboru wag kwadratowego wskaźnika jakości, dla zadania optymalnego sterowania układu wibroizolacji zsyntetyzowanego dla siedzącego człowieka-operatora, poddanego pionowym wymuszeniom przypadkowym. Prace wykonano na bazie teorii regulatora optymalnego. Obliczenia przeprowadzono dla wybranych aktywnych modeli ciała człowieka, bez oparcia (*back-off*) i z oparciem (*back-on*). Wpływ zaproponowanego algorytmu na finalne zachowanie się układu: model siedzącego człowieka (AHBM)–optymalny układ wibroizolacji (VIS) przedstawiono w postaci graficznej w wyniku przeprowadzonych obliczeń numerycznych.

Słowa kluczowe: *LQR, wibroizolacja, model biomechaniczny*

Abstract

The paper proposes a method of choosing the weights in the quadratic performance index, for the optimal control problem of vibration isolation of a sitting human operator subjected to vertical random excitation. The analysis makes use of optimal control theory. The calculations have been done for selected active *back-off* and *back-on* models of the human body. The results of the proposed algorithm on the behaviour of the system consisting of: active human body model (AHBM), optimal vibration isolation system (VIS) has been shown in graphical form.

Keywords: *LQR, vibration isolation, biomechanical models*

* Prof. dr hab. inż. Marek A. Książek, mgr inż. Daniel Ziemiański, Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1. Wstęp

Zagadnienia wibroizolacji siedzącego człowieka-operatora od pionowych drgań zostały dość obszernie opisane w istniejącej literaturze [1–3]. W większości są to jednak prace uwzględniające pasywne modele ciała człowieka. Modele aktywne człowieka [4, 5] wprowadzają różne dodatkowe aspekty związane z dynamiką i syntezą optymalnych układów wibroizolacji.

Postać kryterium wibroizolacji jest niezwykle ważnym elementem syntezy różnego typu układów i to ona decyduje o ostatecznej postaci wyników optymalizacji. Parametrami występującymi w normach i decydującymi o wpływie wibracji na ciało człowieka są: przyspieszenie, prędkość i przemieszczenie względne. Czasami bierze się jeszcze pod uwagę pierwszą pochodną przyspieszenia, będącą miarą siły działającej na masę, czyli tzw. szarpnięcie. Kryteria optymalizacji można podzielić na trzy główne grupy:

1. Kryteria proste – jednoparametrowe. Stosowane są właściwie jedynie ze względu na łatwość analizy, dają one wyniki dalekie od rzeczywistości.
2. Kryteria złożone – wieloparametrowe. Są to kryteria dające się wyrazić przez wzory i zależności matematyczne, lecz wynikające z szerokiej wiedzy dotyczącej układu człowiek–wibroizolator i zawierające najistotniejsze ograniczenia.
3. Kryteria złożone niepoddające się opisowi matematycznemu (zaburzenia błędnika, choroba wibracyjna, uczucie zmęczenia itd.).

Często jednak w praktycznych obliczeniach postać kryterium mamy z góry określoną przez zastosowanie wybranej metody optymalizacji lub inne czynniki. Natomiast wpływ rzeczywisty mamy jedynie na wagi, pod pojęciem których rozumiemy wiele współczynników występujących w kryteriach i których zadaniem jest dostosowanie metody do konkretnego zadania. Właściwy dobór tych wielkości – z pozoru dowolny i pozostawiony w gestii dokonującego obliczeń – jest często kluczowym etapem całości obliczeń. W niniejszym artykule opisany został właśnie sposób ustalania tych wartości, a zaproponowany algorytm sprawdzony i zaprezentowany na podstawie rzeczywistego modelu ciała siedzącego człowieka-operatora.

2. Prezentacja analizowanego modelu: ciało siedzącego człowieka–układ wibroizolacji

Na rysunku 1 przedstawiono schemat układu dynamicznego składającego się z aktywnego modelu siedzącego człowieka (AHBM) oraz z układu wibroizolacji (VIS). W skład VIS zaliczamy siedzisko o masie m_3, tłumik o współczynniku tłumienia α_3, połączony równolegle ze sprężyną o sztywności k_3, oraz układ aktywny rozwijający siłę sterującą F_{st} przyłożoną od dołu do siedziska. Model człowieka siedzącego (AHBM) jest modelem dwumasowym, w którym element oznaczony na schemacie jako A pełni rolę modyfikatora odpowiedzialnego za uwzględnienie w opisie dwóch pozycji ciała człowieka. Rozważono dwie wersje modelu AHBM opisane w [20]: wersję odpowiadającą człowiekowi siedzącemu z oparciem (*back-on*) i wersję bez oparcia (*back-off*).

Rozpatrywany model ciała człowieka został opisany układem równań różniczkowych (1) liniowych, gdzie przez przyjęcie oznaczeń F_a wprowadzono element oznaczony na schemacie literą A i opisujący różnice w zachowaniu się modelu przy postawie operatora-człowieka opartego (*back-on*) i nieopartego (*back-off*).

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

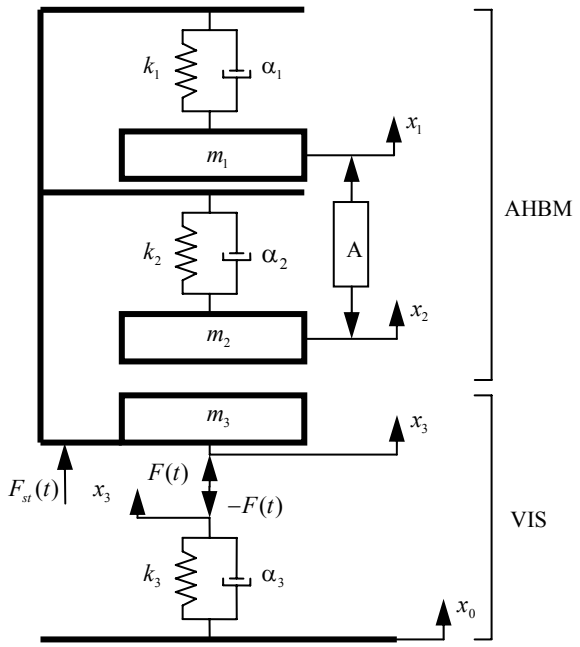
$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_3) + \alpha_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) - F_a = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_3) + \alpha_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + F_a = 0 \\ m_3\ddot{x}_3 - k_1(x_1 - x_3) - \alpha_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) - k_2(x_2 - x_3) - \alpha_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + F_{st} + F = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Wartości liczbowe parametrów dla układu AHBM–VIS odpowiadające modelom *back-off* (bez oparcia) i *back-on* (z oparciem) zostały za [4] zamieszczone poniżej:

Back-off: $m_1 = 9{,}1$ kg, $m_2 = 61{,}7$ kg, $m_3 = 35$ kg, $k_1 = 11\ 972{,}5557$ N/m, $k_2 = 224\ 456{,}7485$ N/m, $k_3 = 9950$ N/m, $\alpha_1 = 3251{,}9783$ Ns/m, $\alpha_2 = 519{,}0440$ Ns/m, $\alpha_3 = 260$ Ns/m, $k_{11} = 97\ 323{,}2354$ N/m, $k_{12} = -2226{,}0653$ Ns/m, $k_{13} = -1960{,}5176$ N/m, $k_{14} = 1164{,}3525$ Ns/m

Back-on: $m_1 = 66$ kg, $m_2 = 4{,}8$ kg, $m_3 = 35$ kg, $k_1 = 51\ 189{,}32$ N/m, $k_2 = 63\ 335{,}50$ N/m, $k_3 = 9950$ N/m, $\alpha_1 = 1704{,}17$ Ns/m, $\alpha_2 = 1262{,}59$ Ns/m, $\alpha_3 = 260$ Ns/m, $k_{11} = 123\ 251{,}32$ N/m, $k_{12} = -1781{,}04$ Ns/m, $k_{13} = -104\ 227{,}69$ N/m, $k_{14} = 759{,}69$ Ns/m

$$\begin{aligned} F_a^{\text{back-off}} &= -k_{11}(x_1 - x_3) - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) - k_{13}(x_2 + x_3) - k_{14}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3) \\ F_a^{\text{back-off}} &= -k_{11}(x_1 + x_3) - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) - k_{13}(x_2 + x_3) - k_{14}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \\ F &= k_3(x_3 - x_0) + \alpha_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_0) \end{aligned} \quad (2)$$



Rys. 1. Aktywny model siedzącego człowieka (AHBM) oraz układ wibroizolacji (VIS)

Fig. 1. Active human body models (AHBM) together with a vibration isolation system (VIS)

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Wpływ elementów znajdujących się bezpośrednio pod siedziskiem operatora został oznaczony jako *F*. Dla przejrzystości i rachunkowego uproszczenia zadania zastosowano podstawienie umożliwiające zmniejszenie rzędu rozpatrywanego układu równań różniczkowych kosztem dwukrotnego zwiększenia ich ilości. Podobnie przedstawiono wektor stanowiący wymuszenie, co wyrażono wzorem

$$y = \begin{bmatrix} x & \dot{x} \end{bmatrix}^T, \quad w = \begin{bmatrix} x_0 & \dot{x}_0 \end{bmatrix}^T \tag{3}$$

Wymuszeniem w rozpatrywanym zadaniu było uderzenie zasymulowane przez wykorzystanie funkcji delty Diraca w dziedzinie przyspieszenia. Dla siły sterującej w równaniach (1) oznaczonej symbolem F_{st} wprowadzono jednolite oznaczenie u.

Po wprowadzeniu pokazanych wyżej przekształceń układ (1) sprowadzony został do postaci macierzowej (4)

$$\dot{y} = \mathrm{A}y + \mathrm{B}w + \mathrm{D}u \tag{4}$$

gdzie macierze A, B, D, odpowiednio, mają postać (5) i (6)

$$\mathrm{A}^{\text{back-off}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{-k_1 - k_{11}}{m_1} & -\dfrac{k_{13}}{m_1} & \dfrac{k_1 \pm k_{11} - k_{13}}{m_1} & \dfrac{-k_{12} - \alpha_1}{m_1} & -\dfrac{k_{14}}{m_1} & \dfrac{k_{12} \mp k_{14} + \alpha_1}{m_1} \\ \dfrac{k_{11}}{m_2} & \dfrac{k_{13} - k_2}{m_2} & \dfrac{k_2 \mp k_{11} + k_{13}}{m_2} & \dfrac{k_{12}}{m_2} & \dfrac{k_{14} - \alpha_2}{m_2} & \dfrac{\alpha_2 \pm k_{14} - k_{12}}{m_2} \\ \dfrac{k_1}{m_3} & \dfrac{k_2}{m_3} & \dfrac{-k_1 - k_2 - k_3}{m_3} & \dfrac{\alpha_1}{m_3} & \dfrac{\alpha_2}{m_3} & \dfrac{-\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3}{m_3} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\mathrm{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dfrac{1}{m_3} \end{bmatrix}^T, \quad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{k_3}{m_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{\alpha_3}{m_3} \end{bmatrix}^T \tag{6}$$

Aby można było dokonać analizy układu (4), równania różniczkowe zostały uzupełnione o warunek początkowy, który został przyjęty jako jednorodny ($y(0) = 0$).

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

3. Synteza optymalnego układu wibroizolacji

3.1. Ogólne sformułowanie zadania

Uogólniona postać wskaźnika jakości, która jest formą kwadratową, przyjmuje postać

$$J = \int_0^T \left(\begin{bmatrix} y^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} \right) dt \tag{7}$$

Dla tak postawionego zadania prawo sterowania optymalnego przyjmuje postać

$$u(t) = -\left(D^T S + N\right) y(t) \tag{8}$$

gdzie $S(t)$ musi spełniać macierzowe równanie różniczkowe Riccatiego. Równanie to redukuje się w stanie ustalonym do warunku $dS/dt = 0$, dla $T \to \infty$, co sprowadza zagadnienie Riccatiego do rozwiązania układu równań algebraicznych o postaci

$$Q + SA + A^T S - \left(SB + N\right) R^{-1} \left(B^T S + N^T\right) = 0 \tag{9}$$

3.2. Nowe sformułowanie zadania

W rozważaniach zmodyfikujemy zwykle stosowaną postać wskaźnika jakości (7), który po modyfikacji i uwzględnieniu założeń towarzyszących równaniu (9) zapiszemy jako

$$J = \int_0^\infty \left(\ddot{x}^T F_x \ddot{x} + F_y \right) dt \tag{10}$$

gdzie

$$F_x = I, \quad F_y = y^T Q_1 y$$

W wyrażeniu (10) Q_1 będzie pewną macierzą wag, poprzez którą będziemy mogli wpływać na proces obliczeń. Ponadto macierz ta ma formę diagonalną, co umożliwia mam zapisanie wskaźnika jakości w postaci rozwiniętej jako

$$J = \int_0^\infty \left(\sum_{i=1}^{3} \ddot{x}_i^2 + \sum_{i=1}^{3} \mathrm{Q}_{1(i+3,i+3)} \dot{x}_i^2 + \sum_{i=1}^{3} \mathrm{Q}_{1(i,i)} x_i^2 \right) dt \tag{11}$$

Upraszczając zapis przez wykorzystanie układu (1) rozwikłanego względem przyspieszeń i stosując oznaczenia (3), otrzymujemy

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

$$J = \int_0^{\infty} \left(\begin{bmatrix} y^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{Q}_1 + \mathrm{Q}_2 & N \\ N^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} \right) dt \tag{12}$$

W rozważanym przypadku macierz Q_2 przyjmuje wartości jak pokazano poniżej. Dla zwięzłości zapisu wykorzystano symetryczność macierzy Q_2, podając kolejne kolumny jej dolnego trójkąta, odpowiednio wzorami od (13) do (18)

$$\mathrm{Q}_{2(i,1)} = \begin{bmatrix} \dfrac{2k_1k_{11}}{m_1^2} + k_{11}^2\left(\dfrac{1}{m_1^2}+\dfrac{1}{m_2^2}\right) + k_1^2\left(\dfrac{1}{m_1^2}+\dfrac{1}{m_3^2}\right) \\ \dfrac{(k_1+k_{11})k_{13}}{m_1^2} + \dfrac{(k_{13}-k_2)k_{11}}{m_2^2} + \dfrac{k_1k_2}{m_3^2} \\ \dfrac{(k_{13}-k_1-k_{11})(k_1+k_{11})}{m_1^2} + \dfrac{(k_2-k_{11}+k_{13})k_{11}}{m_2^2} - \dfrac{(k_1+k_2+k_3)k_1}{m_3^2} \\ \dfrac{(k_1+k_{11})(k_{12}+\alpha_2)}{m_1^2} + \dfrac{k_{11}k_{12}}{m_2^2} + \dfrac{k_1\alpha_1}{m_3^2} \\ \dfrac{(k_1+k_{11})k_{14}}{m_1^2} + \dfrac{(k_{14}-\alpha_2)k_{11}}{m_2^2} + \dfrac{k_1\alpha_2}{m_3^2} \\ \dfrac{(k_1+k_{11})(k_{14}-k_{12}-\alpha_1)}{m_1^2} + \dfrac{(k_{14}-k_{12}+\alpha_2)k_{11}}{m_2^2} - \dfrac{(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)k_1}{m_3^2} \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\mathrm{Q}_{2(i,2)} = \begin{bmatrix} k_{13}^2\left(\dfrac{1}{m_1^2}+\dfrac{1}{m_2^2}\right) + k_2^2\left(\dfrac{1}{m_2^2}+\dfrac{1}{m_3^2}\right) - \dfrac{2k_2k_{13}}{m_2^2} \\ \dfrac{(k_{13}-k_1-k_{11})k_{13}}{m_1^2} + \dfrac{(k_{13}-k_2)(k_2-k_{11}+k_{13})}{m_2^2} - \dfrac{(k_1+k_2+k_3)k_2}{m_3^2} \\ \dfrac{(k_{12}+\alpha_1)k_{13}}{m_1^2} + \dfrac{(k_{13}-k_2)k_{12}}{m_2^2} + \dfrac{k_2\alpha_1}{m_3^2} \\ \dfrac{k_{13}k_{14}}{m_1^2} + \dfrac{(k_{13}-k_2)(k_{14}-\alpha_2)}{m_2^2} + \dfrac{k_2\alpha_2}{m_3^2} \\ \dfrac{(k_{14}-k_{12}-\alpha_1)k_{13}}{m_1^2} + \dfrac{(k_{13}-k_2)(k_{14}-k_{12}+\alpha_2)}{m_2^2} - \dfrac{(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)k_2}{m_3^2} \end{bmatrix} \tag{14}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

$$Q_{2(i,3)} = \begin{bmatrix} - \\ - \\ \dfrac{k_2^2}{m_2^2} + \dfrac{m_3^2\left(\left(k_1+k_{11}-k_{13}\right)^2 m_2^2 + \left(k_{11}-k_{13}\right)\left(k_{11}-2k_2-k_{13}\right)m_1^2\right) + \left(k_1+k_2+k_3\right)^2 m_1^2 m_2^2}{m_1^2 m_2^2 m_3^2} \\ \dfrac{\left(k_{13}-k_1-k_{11}\right)\left(k_{12}+\alpha_1\right)}{m_1^2} + \dfrac{\left(k_2-k_{11}+k_{13}\right)k_{12}}{m_2^2} - \dfrac{\left(k_1+k_2+k_3\right)\alpha_1}{m_3^2} \\ \dfrac{\left(k_{13}-k_1-k_{11}\right)k_{14}}{m_1^2} + \dfrac{\left(k_{14}-\alpha_2\right)\left(k_2-k_{11}+k_{13}\right)}{m_2^2} - \dfrac{\left(k_1+k_2+k_3\right)\alpha_2}{m_3^2} \\ \dfrac{\left(k_1+k_{11}-k_{13}\right)\left(k_{12}-k_{14}+\alpha_1\right)}{m_1^2} + \dfrac{\left(k_2-k_{11}-k_{13}\right)\left(k_{14}-k_{12}+\alpha_2\right)}{m_2^2} + \dfrac{\left(k_1+k_2+k_3\right)\left(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3\right)}{m_3^2} \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$Q_{2(i,4)} = \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ \dfrac{2k_{12}\alpha_1}{m_1^2} + k_{12}^2\left(\dfrac{1}{m_1^2}+\dfrac{1}{m_2^2}\right) + \alpha_1^2\left(\dfrac{1}{m_1^2}+\dfrac{1}{m_3^2}\right) \\ \dfrac{\left(k_{12}+\alpha_1\right)k_{14}}{m_1^2} + \dfrac{\left(k_{14}-\alpha_2\right)k_{12}}{m_2^2} + \dfrac{\alpha_1\alpha_2}{m_3^2} \\ \dfrac{\left(k_{12}+\alpha_1\right)\left(k_{14}-k_{12}-\alpha_1\right)}{m_1^2} + \dfrac{\left(k_{14}-k_{12}+\alpha_2\right)k_{12}}{m_2^2} - \dfrac{\left(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3\right)\alpha_1}{m_3^2} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$Q_{2(i,5)} = \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \\ k_{14}^2\left(\dfrac{1}{m_1^2}+\dfrac{1}{m_2^2}\right) + \alpha_2^2\left(\dfrac{1}{m_2^2}+\dfrac{1}{m_3^2}\right) - \dfrac{2k_{14}\alpha_2}{m_1^2} \\ \dfrac{\left(k_{14}-k_{12}-\alpha_1\right)k_{14}}{m_1^2} + \dfrac{\left(k_{14}-\alpha_2\right)\left(k_{14}-k_{12}+\alpha_2\right)}{m_2^2} - \dfrac{\left(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3\right)\alpha_2}{m_3^2} \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$Q_{2(i,6)} = \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ \dfrac{m_3^2\left(\left(k_{12}-k_{14}-\alpha_1\right)^2 m_2^2 + \left(k_{14}-k_{12}-\alpha_2\right)^2 m_1^2\right) + \left(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3\right)^2 m_1^2 m_2^2}{m_1^2 m_2^2 m_3^2} \end{bmatrix} \tag{18}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

natomiast wektor N i jednoelementowa macierz **R** przyjmują postać

$$N^T = \left[-\frac{k_1}{m_3^2} \quad -\frac{k_2}{m_3^2} \quad \frac{k_1+k_2+k_3}{m_3^2} \quad -\frac{\alpha_1}{m_3^2} \quad -\frac{\alpha_2}{m_3^2} \quad \frac{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3}{m_3^2} \right], \; \mathrm{R} = \left[\frac{1}{m_3^2} \right] \tag{19}$$

3.3. Nowy sposób doboru macierzy współczynników wagowych

Wykonano wiele doświadczeń numerycznych przeprowadzonych z zastosowaniem sformułowania korzystającego z dekompozycji macierzy Q wyrażonego wzorem (12) na część związaną z rozwikłanymi względem przyspieszenia równaniami (1), oznaczoną jako Q_2, oraz część związaną z członem F_y wyrażoną zależnością (10), oznaczoną jako Q_1. Pozwoliło to wysnuć wniosek, że dobrą metodą modyfikacji funkcji (12) dla uzyskania pożądanej jakości optymalizacji jest modyfikacja elementów diagonalnych macierzy Q_2 przez wprowadzenie zależności (20)

$$\mathrm{Q}_1 \sim \mathrm{Q}_1(\mu, \mathrm{Q}_2) \tag{20}$$

Zaproponowano dwa takie podejścia konstrukcji macierzy Q_1 korzystające ze śladu macierzy Q_2 (21) i jej własności własnych (22)

$$\mathrm{Q}_1 = \mu \cdot \left(Tr(\mathrm{Q}_2)\right)^T I \tag{21}$$

$$\mathrm{Q}_1 = \mu \cdot \left(Eigenvalues(\mathrm{Q}_2)\right)^T I \tag{22}$$

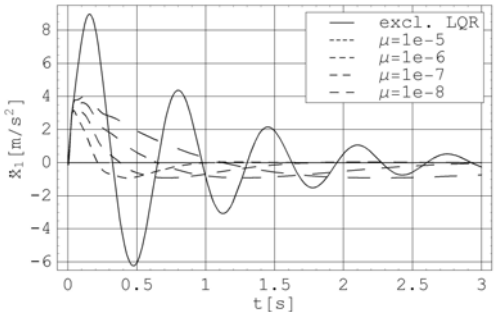
Zastąpienie wielu wag i współczynników jednym łatwym w doborze parametrem, zależnym od spodziewanego wyniku obliczeń μ, jest bardzo wygodne i zmniejsza czas potrzebny na wyznaczenie sterowania. Przeprowadzone dla układu z rys. 1 symulacje pokazały, że parametr μ powinien przyjmować wartości małe i dobrane tak, aby wielkość uzyskanej siły sterującej nie przekraczała dopuszczalnych wielkości, co można zapisać jako $\mu = \mathrm{const}(u)$.

4. Prezentacja wyników obliczeń

Poniżej zamieszczono rysunki prezentujące wyniki przeprowadzonych obliczeń numerycznych. W artykule ograniczono się do zaprezentowania wyników dla jednego modelu, ciała człowieka siedzącego – modelu *back-off*. Model *back-on* został pominięty w obliczeniach numerycznych, gdyż wyniki uzyskane dla tego modelu nie wnosiły dodatkowych istotnych wniosków. Jakościowo były identyczne jak te uzyskane dla modelu *back-off*.

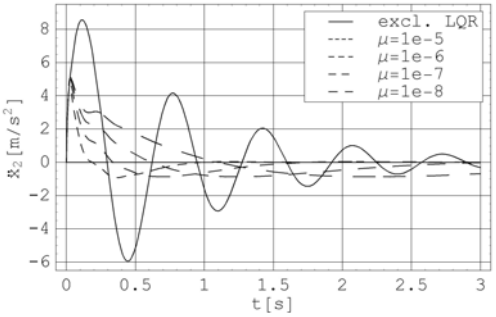
Na rysunkach 2–4 zostały przedstawione uzyskane przebiegi zmienności przyspieszeń w przedziale czasu od 0 do 4 s. Zaprezentowano przebiegi przyspieszeń dla modelu bez stosowania optymalizacji oznaczane jako „excl. LQR", oraz z zastosowaniem procedury optymalizacji układów liniowych ze sprzężeniem zwrotnym do wyznaczenia siły sterującej dla wielkości parametru μ (20), odpowiednio, od 1e-8 do 1e-5.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



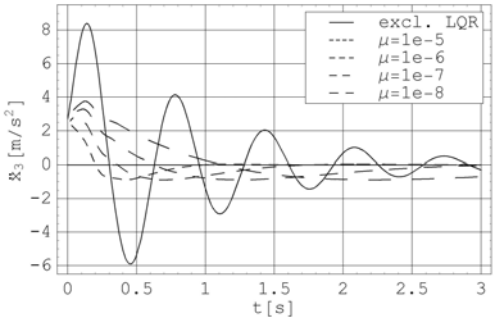
Rys. 2. Przyspieszenie masy m_1 dla modelu *back-off* bez sterowania i po uwzględnieniu siły sterującej, przy zmianie parametru μ dla sformułowania (21)

Fig. 2. Acceleration of mass m_1 for the back-off model with no control force and taking this force into account, for different μ for formulation (21)



Rys. 3. Przyspieszenie masy m_2 dla modelu *back-off* bez sterowania i po uwzględnieniu siły sterującej, przy zmianie parametru μ dla sformułowania (21)

Fig. 3. Acceleration of mass m_2 for the back-off model with no control force and taking this force into account, for different μ for formulation (21)

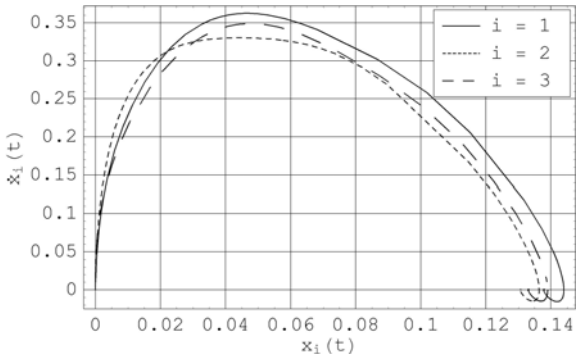


Rys. 4. Przyspieszenie masy m_3 dla modelu *back-off* bez sterowania i po uwzględnieniu siły sterującej, przy zmianie parametru μ dla sformułowania (21)

Fig. 4. Acceleration of mass m_3 for the back-off model with no control force and taking this force into account, for different μ for formulation (21)

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Na rysunkach 2–4 przedstawiono przebiegi przyspieszeń dla kolejnych mas układu bez sterowania i po uwzględnieniu siły sterującej. Zastosowanie dekompozycji macierzy Q_1 pokazane wzorem (20) zarówno dla sformułowania (21), jak i (22), prowadzi do uzyskania bardzo zbliżonych wartości macierzy Q_1, więc i uzyskiwane przebiegi przyspieszeń dla układu, tak bez siły sterującej, jak i wraz z nią, są niemal identyczne. Wprawdzie po dokładnej analizie widać, że przyjęcie sformułowania (21) daje minimalnie lepsze rezultaty, ale różnica jest tak mała, że raczej nie należy zwiększać złożoności prowadzonych obliczeń, stosując sformułowanie (22), ale pozostać przy bardzo prostym w implementacji sformułowaniu (21).



Rys. 5. Parametryczny wykres wielkości dx_i/dt, x_i w funkcji czasu dla trzech mas układu poddanego sterowaniu dla sformułowania (35) przy $\mu = 10^{-5}$

Fig. 5. Parametric plot of dx_i/dt, x_i for the three masses of the system with control, using formulation (35) for $\mu = 10^{-5}$

Na rysunku 5 pokazano wyniki obliczeń, wykorzystując płaszczyznę fazową dla kolejnych stopni swobody układu dla wartości parametru $\mu = 10^{-5}$.

5. Omówienie otrzymanych wyników i wnioski z nich płynące

Właściwe przyjęcie postaci i składowych kryterium optymalizacji jest kluczowym zadaniem podczas przeprowadzania syntezy optymalnych układów wibroizolacji. Niemniej jednak w rzeczywistych obliczeniach często zachodzi potrzeba skorzystania z kryteriów z góry znanych i stosowanych z powodzeniem od lat. W kryteriach takich występują zmienne, które należy traktować jako wagi lub kary narzucane na człony wchodzące w ich skład, a których właściwe dobranie decyduje o wynikach optymalizacji. Stąd też pogląd, stanowiący punkt wyjścia niniejszego artykułu, że dobrym pomysłem jest stworzenie mechanizmu, który w sposób algorytmiczny przez wprowadzanie modyfikacji do stosowanych metod obliczeniowych umożliwi kształtowanie postaci kryterium w zależności od spodziewanych i pożądanych wyników.

Do porównania kryteriów użyto modelu biomechanicznego o trzech stopniach swobody, opisującego ciało człowieka siedzącego. Dla modelu dokonano obliczeń optymalnego układu wibroizolacji, dla kryterium przyjętego w sposób ogólny i przy uwzględnieniu

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

procedury wyrażonej zależnością (20). Następnie wykonano wiele symulacji tak skonstruowanego algorytmu, a wyniki porównano ze sobą i przedstawiono graficznie.

W artykule zaproponowano dwa mechanizmy kontroli (21) i (22), a przeprowadzone symulacje numeryczne obydwu procedur doboru współczynników wagowych okazały się bardzo podobne pod względem uzyskiwanych wyników. Prowadzi to do wniosku, że pomimo lepszych wyników otrzymywanych po zastosowaniu sformułowania (21) dla tych samych wartości współczynnika μ nakład pracy poświęcany na wyznaczanie wartości własnych jest zbyteczny. Użycie sformułowania (22) daje niemal te same wyniki, a nakład pracy jest wyraźnie mniejszy.

Zaproponowane mechanizmy wyboru wag zostały zaimplementowane do rzeczywistego modelu z zastosowaniem sformułowania macierzowego. Wszystkie obliczenia wykonano podwójnie tak, by uwzględnić dwa przypadki pozycji realizowanych przez obiekt analizy (jakim było ciało człowieka), a mianowicie: pozycja bez oparcia (*back-off*) oraz pozycja z oparciem (*back-on*). Uwzględnienie pozycji siedzącego człowieka w analizie jest szczególnie ważne, jeśli zwróci się uwagę na fakt, że ma ona zasadniczy wpływ, przykładowo, na przyspieszenie mierzone na głowie poddanego wibracjom człowieka. Ciało w pozycji (*back-on*) jest układem znacznie sztywniejszym niż w pozycji (*back-off*). Jednak o ile z punktu widzenia analizy zachowania się ciała człowieka jest to istotne, to dla analizy samego mechanizmu jej prowadzenia okazało się nieistotne, w efekcie czego pominięte zostały wyniki dla modelu *back-on*.

This paper was partially supported by Polish Scientific Committee: PB 1255/T02/2007/32.

Literatura

[1] Mansfield N.J., Griffin M.J., *Vehicle seat dynamics measured with anthropodynamic dummy and human subjects*, Proceedings of Internoise 96 Congress, 30 July–2 August, Liverpool, UK 1996, 1725-1730.

[2] Yoshimura T., Tamaoki G., *A study of dynamics and modeling of human body exposed to multi-dimensional excitation*, Proceedings of Internoise 96 Congress, 30 July–2 August, Liverpool, UK 1996, 1743-1748.

[3] Wei L., Griffin M.J., *Mathematical models for the apparent mass of the seated human body exposed to vertical vibration*, Journal of Sound and Vibration 212(1), 1998, 855-874.

[4] Książek M.A., *Modelowanie i optymalizacja układu człowiek–wibroizolator maszyna*, Monografia 244, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 1999.

[5] Książek M.A., Janik A., *Dynamics of Active Biomechanical Models of Seated Human Body and Their Vibration Isolation Systems*, Mechanics, Vol. 24, No. 2, 2005, 95-108.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ