

JÓZEF STRUSKI, MAREK S. KOWALSKI\*

## PODSTAWY TEORETYCZNE UOGÓLNIONYCH ZAGADNIEŃ Z ZAKRESU PARAMETRIZACJI UKŁADÓW PROWADZENIA KÓŁ WZGLĘDEM NADWOZIA

### THEORETICAL BASIS OF GENERALIZED TASKS ON THE PARAMETRIZATION OF WHEEL GUIDANCE SYSTEMS RELATIVE TO THE CAR BODY

#### Streszczenie

W artykule podano uogólnione sposoby parametryzacji wymiarowej i sprężystości układów prowadzenia kół względem nadwozia samochodu osobowego. Wykorzystanie tych sposobów może przyczynić się do uproszczenia procesu generowania matematycznego modelu samochodu, zwłaszcza za pomocą metody Jourdaina.

*Słowa kluczowe: samochód osobowy, zawieszenie kół, parametryzacja wymiarowa zawieszek, właściwości sprężyste zawieszek*

#### Abstract

In the paper there are presented the general methods of the dimensional and elastic parametrization of the wheel guidance systems' relative to the passenger car body. Utilization of these methods can contribute to the simplification of the mathematical car model generation, especially using the Jourdain principle.

*Keywords: passenger car, wheel suspension, suspension dimensional parametrization, suspension elastic properties*

---

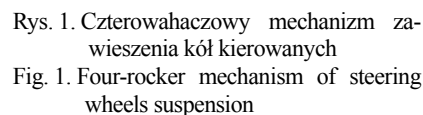
\*Dr hab. inż. Józef Struski, prof. PK, dr inż. Marek S. Kowalski, Instytut Pojazdów Samochodowych i Silników Spalinowych, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

## W procesach współczesnego projektowania

## 2. Zakres i cel pracy

Zasadniczym celem niniejszego artykułu jest prezentacja teoretycznych podstaw uogólnionych sposobów z zakresu parametryzacji wymiarowej i sprężystości mechanizmów zawieszonych kół ogumionych.

Na rysunku 1 pokazano mechanizm czterowahaczowego zawieszenia kół kierowanych bez więzów podatnych. Symbole  $l_1, l_2, l_4, l_5$  przyporządkowano wahaczom, symbolem  $l_3$  oznaczono skrajny drążek mechanizmu zwrotniczego z zębatkową przekładnią kierow-



niczą. Punkty  $B_1, B_2, B_4$  i  $B_5$  są środkami przegubów kulowych łączących wahacze ze zwrotnicą koła. Punkt  $B_3$  jest środkiem przegubu kulowego łączącego drążek skrajny mechanizmu zwrotniczego z ramieniem zwrotnicy. Punkty  $A_1, A_2, A_4, A_5$  są środkami przegubów kulowych, realizujących kątowe przemieszczenia wewnętrznych tulei silent-bloków. Punkt  $A_3$  jest środkiem przegubu kulowego łączącego drążek skrajny mechanizmu zwrotniczego z listwą zębatą przekładni kierowniczej.

Dolny wahacz przedni  $I_1$  połączony jest ze stabilizatorem w punkcie  $W_1$ . Z wahaczem tym w punkcie  $C_1$  połączona jest kolumna teleskopowa, podpierająca nadwozie w punkcie  $A_6$ .

#### 4. Kinematyka mechanizmów zawieszon o różnej strukturze

##### 4.1. Równania więzów geometrycznych mechanizmu czterowahaczowego zawieszenia kół kierowanych

Dla mechanizmu pokazanego na rys. 1 przyjęto stopnie ruchliwości:

$z_k$  – przemieszczenie środka koła  $K$ , równoległe do osi  $Nz_N$  układu  $\{N\}$ ,

$u_z$  – przesunięcie listwy zębatej.

Położenie zwrotnicy z kołem w  $\{N\}$  określają współrzędne punktu  $K(x_K, y_K, z_K)$  i kąty obrotu  $\{K\}$  względem  $\{N\}$ :  $\alpha, \beta, \gamma$ . Współrzędna  $z_K$  punktu  $K$  i przesunięcie listwy zębatej  $u_z$  są współzrzednymi konfiguracyjnymi, ponieważ każde dopuszczalne położenie zwrotnicy z kołem w  $\{N\}$  można opisać za pomocą funkcji  $x_K(u_z, z_K), y_K(u_z, z_K), \alpha(u_z, z_K), \beta(u_z, z_K), \gamma(u_z, z_K)$ . Zatem do obliczenia wartości tych funkcji przy przyjętych wartościach współzrzednych konfiguracyjnych  $u_z$  i  $z_K$  potrzebny jest układ pięciu równań więzów geometrycznych, który można zapisać w ogólnej postaci

$$\mathbf{r}_{A_j B_j, N}^T \mathbf{r}_{A_j B_j, N} - l_j^2 = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (1)$$

gdzie

$$\mathbf{r}_{A_j B_j, N} = \mathbf{r}_{NK, N} - \mathbf{r}_{NA_j, N} - \mathbf{A}_{NK} \mathbf{r}_{B_j K, K}$$

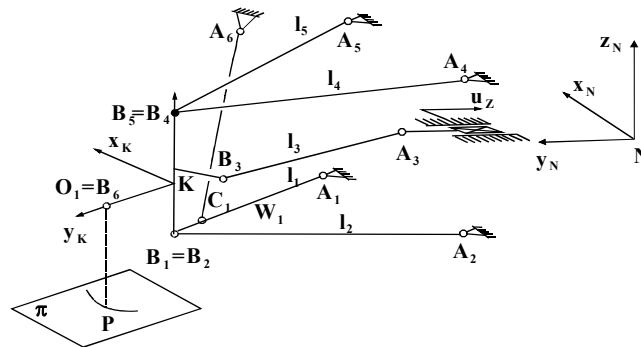
Macierz  $\mathbf{A}_{NK}$  transformacji wektorów z  $\{K\}$  do  $\{N\}$  ma postać

$$\mathbf{A}_{NK} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha & -s\alpha \\ 0 & s\alpha & c\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Druga współrzędna punktu  $A_3$  w  $\{N\}$  jest równa  $y_{A_3} + u_z$ .

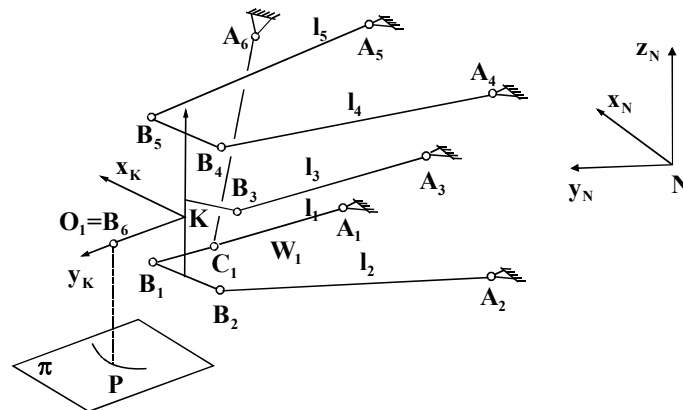
##### 4.2. Kinematyka mechanizmów zawieszenia kół kierowanych na dwóch wahaczach poprzecznych i pięciowahaczowego kół niekierowanych

Na rysunku 2 pokazano mechanizm zawieszenia kół kierowanych na dwóch wahaczach poprzecznych uzyskany przez transformację mechanizmu czterowahaczowego (rys. 1). Przeguby  $B_4$  i  $B_5$  oraz  $B_1$  i  $B_2$  zastąpiono pojedynczymi przegubami kulowymi.



Rys. 2. Mechanizm zawieszenia kół kierowanych na dwóch wahaczach poprzecznych  
Fig. 2. Mechanism of steering wheels suspension on two transverse rockers

Mechanizm pokazany na rys. 3, o jednym stopniu ruchliwości, uzyskano wskutek unieruchomienia przegubu  $A_3$ .



Rys. 3. Mechanizm pięciowahaczowego zawieszenia kół niekierowanych  
Fig. 3. Five-rocker mechanism of non-steering wheels suspension

Równania więzów geometrycznych podane dla mechanizmu zawieszenia czterowahaczowego kół kierowanych można wykorzystać do rozwiązywania kinematyki mechanizmów pokazanych na rys. 2 i 3.

### 5. Rozwiązywanie układu równań więzów geometrycznych mechanizmu czterowahaczowego zawieszenia kół kierowanych

Rozwiązania układu równań (1) wyznaczono za pomocą metody perturbacji [3]. Po rozwinięciu elementów macierzy (2) w szeregi liczbowe

$$\sin(x_0 + x) \approx \sin x_0 + x \cos x_0 - \frac{x^2 \sin x_0}{2} \quad (3)$$

$$\cos(x_0 + x) \approx \cos x_0 - x \sin x_0 - \frac{x^2 \cos x_0}{2} \quad (4)$$

otrzymano układ równań, który można zapisać w ogólnej formie

$$f_j(x_K, y_K, \alpha, \beta, \gamma) = 0, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (5)$$

Równania układu (5) rozdzielono na części nieliniowe i liniowe

$$f_{jN}(x_K, y_K, \alpha, \beta, \gamma) + f_{jL}(x_K, y_K, \alpha, \beta, \gamma) = 0, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (6)$$

Części nieliniowe tych równań pomnożono przez parametr perturbacyjny  $\varepsilon$  i otrzymano układ równań pomocniczych

$$g_j(\varepsilon, x_K, y_K, \alpha, \beta, \gamma) = \varepsilon \cdot f_{jN} + f_{jL}, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (7)$$

Łatwo zauważyć, że dla  $\varepsilon = 1$  układy równań (6) i (7) są identyczne, natomiast dla  $\varepsilon = 0$  układ (6) utworzony jest tylko z równań liniowych.

Założono, że rozwiązaniami układu (7) są szeregi liczbowe

$$\begin{aligned} x_K &= \sum_{i=0}^m \varepsilon^i x_{K_i}, & y_K &= \sum_{i=0}^m \varepsilon^i y_{K_i} \\ \alpha &= \sum_{i=0}^m \varepsilon^i \alpha_i, & \beta &= \sum_{i=0}^m \varepsilon^i \beta_i, & \gamma &= \sum_{i=0}^m \varepsilon^i \gamma_i \end{aligned} \quad (8)$$

Po podstawieniu (8) do (7) otrzymuje się

$$g_j(\varepsilon, x_K(\varepsilon), y_K(\varepsilon), \alpha(\varepsilon), \beta(\varepsilon), \gamma(\varepsilon)) = 0, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (9)$$

Układ równań (9) rozwinięto w szeregi względem potęg  $\varepsilon$

$$\sum_{i=0}^5 \varepsilon^i g_{ji} = 0, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (10)$$

Następnie rozwiązano liniowe układy równań  $g_{ji} = 0$ , najpierw dla  $i = 0$ , potem dla  $i = 1, \dots, 5$ . Otrzymano rozwiązania, które można zapisać w ogólnej postaci

$$\begin{aligned} x_K &= \sum_{i=0}^5 x_{K_i}, & y_K &= \sum_{i=0}^5 y_{K_i} \\ \alpha &= \sum_{i=0}^5 \alpha_i, & \beta &= \sum_{i=0}^5 \beta_i, & \gamma &= \sum_{i=0}^5 \gamma_i \end{aligned} \quad (11)$$

## 6. Optymalizacja zawieszenia pięciowahaczowego

Zasadniczym celem optymalizacji mechanizmu zawieszenia wielowahaczowego było uzyskanie takich jego parametrów konstrukcyjnych, aby w czasie ruchów resorowania realizowane były wymagane charakterystyki kinematyczne. Rozważany mechanizm zawieszenia miał wstępnie określone parametry konstrukcyjne. Dla tego mechanizmu określono żądane przebiegi charakterystyk. Następnie przeprowadzono optymalizację mechanizmu.

Podczas optymalizacji zmieniane były położenia punktów mocowania mechanizmu zawieszenia do nadwozia.

W przeprowadzonej optymalizacji zmiennymi decyzyjnymi były zmiany położenia punktów nieruchomych  $A_i$  względem ich położenia początkowego. Zostały one również opisane współrzędnymi wektorów

$$\mathbf{p}_j = [p_{jx} \ p_{jy} \ p_{jz}], \ j = 1, \dots, 5 \quad (12)$$

których początkami były wstępnie ustalone punkty  $A_j$ , a końcami punkty  $A_{jz}$ , stanowiące nowe, zmienione podczas optymalizacji położenia punktów  $A_j$  badanego mechanizmu.

Na zmienne decyzyjne nałożone zostały nieliniowe ograniczenia nierównościowe, które można opisać wzorem

$$\frac{p_{jx}^2}{a_{jx}^2} + \frac{p_{jy}^2}{a_{jy}^2} + \frac{p_{jz}^2}{a_{jz}^2} - 1 \leq 0, \ j = 1, \dots, 5 \quad (13)$$

Te ograniczenia dotyczące położenia punktów wynikają z przyjęcia, że mieszczą się one w obszarach ograniczonych powierzchniami elipsoid lub znajdują się na ich powierzchniach. W szczególnym przypadku, gdy  $a_{jx} = a_{jy} = a_{jz} = R_j$ , nowe położenie punktu powinno się mieścić w kuli o promieniu  $R_j$ .

Celem przeprowadzanej optymalizacji było uzyskanie mechanizmu jak najlepiej odwzorowującego zadawane charakterystyki kinematyczne kątów skrętu i pochylenia oraz zmiany względnego rozstawu kół. Funkcję celu przyjęto zatem jako sumę ważoną trzech kryteriów opisujących dopasowanie uzyskiwanych charakterystyk do charakterystyk wymaganych. Stąd ostatecznie przyjęta funkcja celu ma następującą postać

$$f_c(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{l_s} f_w(s_j) \cdot \sum_{k=1}^3 r_k w_k h_k(\mathbf{x}, s_j)^2 \quad (14)$$

gdzie:

$$h_1(\mathbf{x}, s_j) = \gamma(s_j) - \gamma_0(s_j),$$

$\gamma(s)$ ,  $\gamma_0(s)$  – obliczona i wymagana charakterystyka kąta pochylenia koła,

$$h_2(\mathbf{x}, s_j) = \delta(s_j) - \delta_0(s_j),$$

$\delta(s)$ ,  $\delta_0(s)$  – obliczona i wymagana charakterystyka kąta skrętu koła,

$$h_3(\mathbf{x}, s_j) = \frac{b(s_j) - b_0(s_j)}{b_0(s_j)},$$

$b(s)$ ,  $b_0(s)$  – obliczona i wymagana charakterystyka rozstawu kół,

$$w_k - \text{współczynniki wagowe, } \sum_{k=1}^3 w_k = 1,$$

$r_k$  – współczynniki korekcyjne,  $k = 1, 2, 3$ ,

$$f_w(s) = 1 - c_w s^2 - \text{bezwymiarowa funkcja korygująca.}$$

Współczynnik  $c_w$  dobieramy tak, aby wartość funkcji  $f_w(s)$  w położeniach skrajnych dla ugięcia zawieszenia  $s = \pm 100$  mm przyjmowała wartość z przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$ .

Zastosowanie przedstawionej powyżej funkcji korygującej wynikało z faktu, że w normalnych warunkach zawieszenie samochodowe większość ruchów wykonuje w zakresie małych przemieszczeń. Jedynie w skrajnych przypadkach zmiany te są większe. Stąd w funkcji celu uwzględniono większe znaczenie tych małych przemieszczeń.

Ponieważ nieznana jest jawna postać funkcji celu w zależności od zmiennych decyzyjnych, to do każdego obliczenia funkcji celu konieczne jest uprzednie rozwiązanie kinematyki mechanizmu z parametrami wymiarowymi wynikającymi z aktualnych wartości zmiennych decyzyjnych w sposób przedstawiony w punktach 4 i 5.

Dla tak sformułowanego problemu przeprowadzono dwuetapową optymalizację mechanizmu. Etap wstępny optymalizacji wykonano metodą losową w celu wyznaczenia punktów startowych do optymalizacji metodą zdeterminowaną. Natomiast etap zasadniczy obejmował optymalizację metodą Rosenbrocka w celu wyznaczenia parametrów geometrycznych poszukiwanego mechanizmu.

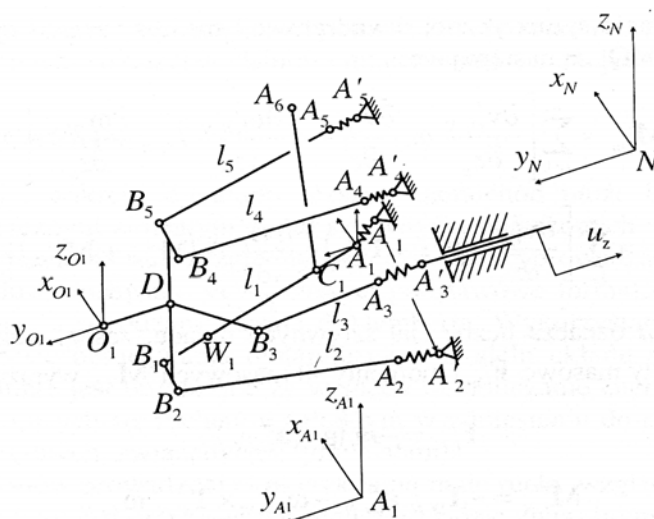
Otrzymane wyniki optymalizacji porównano z wynikami otrzymanymi w pracy [4], gdzie stosowany był inny matematyczny model kinematyki mechanizmu zawieszenia, składający się z piętnastu nieliniowych równań algebraicznych. Uzyskane rezultaty były porównywalne. Wskazuje to na możliwość zastosowania przedstawionego powyżej modelu do wyznaczania parametrów geometrycznych analizowanych mechanizmów zawieszonych.

Podany w artykule uogólniony matematyczny model kinematyki mechanizmów zastosowany został do optymalizacji wymiarowej mechanizmu czterowahaczowego zawieszenia kół kierowanych o dwóch stopniach ruchliwości [5].

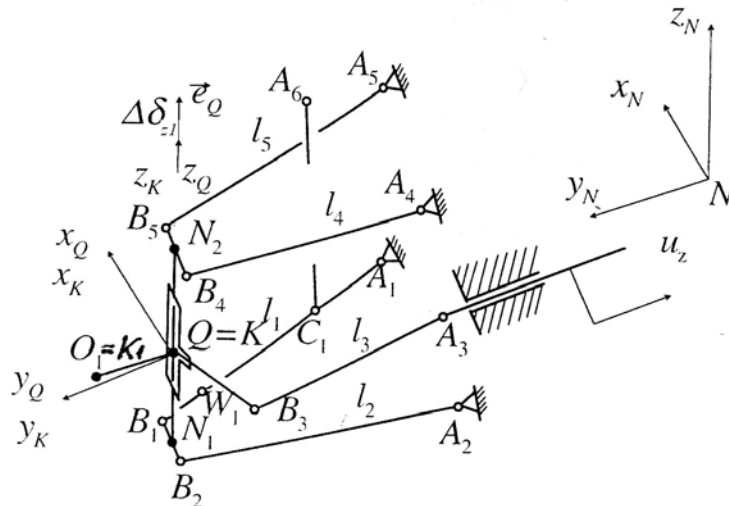
W pracy [6] pokazano, w jaki sposób uogólniony matematyczny model kinematyki mechanizmów zawieszonych można wykorzystać do generowania dynamicznych modeli samochodów osobowych za pomocą zasady Jourdaina.

## 7. Zastępczy model mechanizmu czterowahaczowego zawieszenia kół kierowanych

W pracy [6] podano sposób rozwiązywania elastokinematyki mechanizmu czterowahaczowego zawieszenia kół kierowanych z więzami podatnymi (rys. 4) o 13 stopniach swobody.



Rys. 4. Mechanizm czterowahaczowy zawieszenia kół kierowanych z więzami podatnymi  
Fig. 4. Four-rocker mechanism of steering wheels suspension with flexible constraints



W matematycznym modelu samochodu właściwości sprężyste układu prowadzenia kół kierowanych można ująć za pomocą zależności pomiędzy momentem obciążającym zwrotnicę wokół jej osi i jej kątem obrotu  $\Delta\delta_{z1}$ .

Samochód porusza się w układzie odniesienia  $\{O\}$  ze stałą prędkością jazdy i ze stałą prędkością kątową  $\psi'$  wokół osi równoległej do wektora  $\mathbf{e}_n$ , prostopadłego do poziomej płaszczyzny jezdni  $\pi$ . Krzywoliniowy ustalony ruch samochodu, którego nadwozie przechylone jest względem poziomej płaszczyzny odniesienia o kąt  $\varphi$ , może być rozpatrywany jako ruch wirtualny bez przechyłu nadwozia. Koła ogumione toczą się po płaszczyznach równoległych do płaszczyzny  $Nx_Ny_N$  układu  $\{N\}$  sztywno związanego z nadwoziem. Reakcje tych płaszczyzn na koła ogumione są takie same jak podczas ruchu rzeczywistego. Istotne jest również to, że konfiguracja zwrotnicy z kołem w układzie  $\{N\}$  jest taka sama.

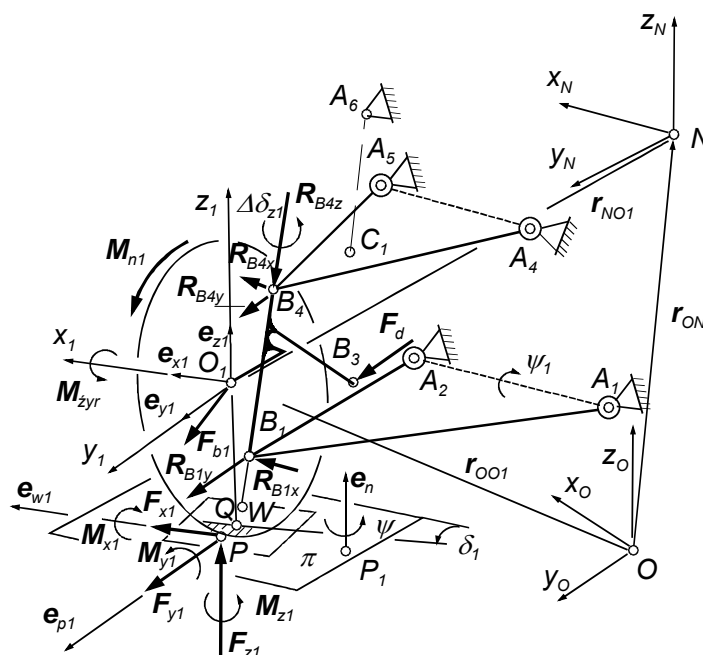
Ze względu na ustalony ruch pojazdu warunki równowagi sił i momentów obciążających koła i zwrotnice mogą być rozpatrywane w układzie  $\{N\}$ . Na rysunku 6 zaznaczono siły i momenty obciążające lewe koło i jego zwrotnicę.

Zgodnie z modelem TM-easy [7] reakcje drogi na oponę koła:  $F_{x1}$ ,  $F_{y1}$  i  $F_{z1}$  przyłożone są w punkcie P, położonym w płaszczyźnie jej śladu, w pewnej odległości od krawędzi przecięcia się środkowej płaszczyzny koła z tą płaszczyzną. Dodatkowo opona obciążona jest momentami tych sił: przechylającym  $M_{x1}$ , oporu toczenia  $M_{y1}$  i stabilizacyjnym  $M_{z1}$ .



Koło obciążone jest jeszcze momentami napędowym  $M_{n1}$  i żyroskopowym  $M_{zyr}$  oraz siłą bezwładności  $F_{b1}$  (rys. 6).

Skutkiem oddziaływania wyżej wymienionych sił i momentów są reakcje w przegubach łączących zwrotnicę z wahaczami – dolnym:  $R_{B1x}$ ,  $R_{B1y}$ , górnym:  $R_{B4x}$ ,  $R_{B4y}$ ,  $R_{B4z}$ , i ze skrajnym drążkiem mechanizmu zwrotniczego  $F_{d1}$ . Pod działaniem sił i momentów sił na koło oraz zwrotnicę następuje ruch zawieszenia w układzie  $\{N\}$ .



Rys. 6. Układ sił i momentów obciążających koło i zwrotnicę  
Fig. 6. System of forces and moments loading a wheel and a stub axle

Jedną ze składowych ruchów jest wówczas obrót zwrotnicy z kołem wokół jej osi o kąt  $\Delta\delta_{z1}$ , względnie skręt koła o kąt  $\Delta\delta_1$  określony wzorem

$$\Delta\delta_1 = \frac{\Delta\delta_{z1}}{\sqrt{1 + \tan^2 \gamma_{z1} + \tan^2 \beta_{z1}}} \quad (15)$$

gdzie  $\gamma_{z1}$  i  $\beta_{z1}$  to kąty pochylenia i wyprzedzenia osi zwrotnicy.

Podstawową charakterystyką właściwości sprężystych układu prowadzenia koła względem nadwozia jest zależność pomiędzy momentem  $M_{zo1}$  obciążającym koło i zwrotnicę wokół normalnej w punkcie  $W$  (rys. 6) do płaszczyzny jezdni i kątem skrętu koła  $\Delta\delta_1$ .

Rozwiązywanie kinematyki zawieszenia przeprowadzano w taki sposób, aby przy kącie obrotu wahacza  $\psi_1$  przesunięcie listwy zębatej przekładni kierowniczej odpowiadało kątowi skrętu koła  $\delta_1$ . Wyznaczane są równocześnie wersory na osiach układu  $\{O_1\}$  i na kierunkach reakcji jezdni na koło:  $F_{x1}$ ,  $F_{y1}$  i  $F_{z1}$ . W pierwszej kolejności wyznacza się wersor  $e_{y1,N}$  w układzie  $\{N\}$ , który potrzebny jest do obliczenia wersora  $e_{w1,N}$ .

$$\mathbf{e}_{w1.N} = \frac{\mathbf{e}_{y1.N} \times \mathbf{e}_N}{|\mathbf{e}_{y1.N} \times \mathbf{e}_N|} \quad (16)$$

wersor  $\mathbf{e}_{p1.N}$  na kierunku siły  $F_{y1}$  określony jest wzorem

$$\mathbf{e}_{p1.N} = \mathbf{e}_n \times \mathbf{e}_{w1.N} \quad (17)$$

W celu obliczenia momentu obrotowego  $M_{z01}$  potrzebne są promienie wodzące punktów przyłożenia sił zewnętrznych, poprowadzone z punktu  $W$  przebiecia osi zwrotnicy koła z płaszczyzną śladu opony, które można wyznaczyć za pomocą wzorów

$$\mathbf{r}_{WO1.N} = \mathbf{r}_{WQ.N} + \mathbf{r}_{QO1.N} \quad (18)$$

$$\mathbf{r}_{WP.N} = \mathbf{r}_{WQ.N} + \mathbf{r}_{QP.N} \quad (19)$$

gdzie:

$$\mathbf{r}_{QO1.N} = \overline{QO_1} \mathbf{e}_{z1} \approx r_{d1} \mathbf{e}_{z1},$$

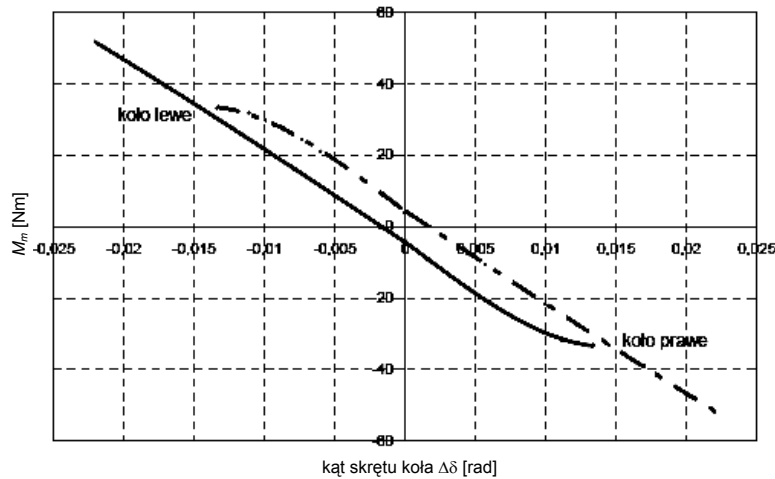
$$\mathbf{r}_{QP.N} = \frac{F_{x1}}{c_x} \mathbf{e}_{w1} + \frac{F_{y1}}{c_y} \mathbf{e}_{p1},$$

$r_{d1}$  – promień dynamiczny opony,

$c_x, c_y$  – stałe sprężystości opony w kierunkach wzdłużnym i poprzecznym.

Rzuty momentów  $M_{x1}$ ,  $M_{y1}$  i  $M_{zyr}$  na kierunek wersora  $\mathbf{e}_n$  są równe zero. Siła  $F_{z1}$  jest równoległa do  $\mathbf{e}_n$ , jej moment względem normalnej do płaszczyzny śladu opony w punkcie  $W$  również jest równy zero. Zatem dla lewego koła moment obrotowy

$$\mathbf{M}_{z01} = \left[ \mathbf{r}_{WP.N} \times (F_{x1} \mathbf{e}_{w1.N} + F_{y1} \mathbf{e}_{p1.N}) + \mathbf{r}_{WO1.N} \times \mathbf{F}_{b1} + M_{n1} \mathbf{e}_{y1.N} + M_{z1} \mathbf{e}_n \right] \mathbf{e}_n \quad (20)$$



Rys. 7. Charakterystyki właściwości sprężystości układu prowadzenia kół kierowanych samochodu osobowego o masie badawczej 930 kg [8]

Fig. 7. Elasticity characteristics of the steering wheel guidance system in a passenger car of 930 kg investigative mass

W pracy [8] zastosowano program komputerowy umożliwiający rozwiązywanie równań ruchu ustalonego, tworzących matematyczny model pojazdu. Wszystkie charakterystyki potrzebne do parametryzacji tego modelu [8] wyznaczono na podstawie badań eksperymentalnych samochodu z układem prowadzenia kół kierowanych, złożonego z zawieszenia McPhersona i mechanizmu zwrotniczego z przekładnią kierowniczą.

Obliczenie wartości momentów obrotowych  $M_{zo1}$ ,  $M_{zo2}$  przeprowadzono dla różnych wartości poprzecznego przyspieszenia samochodu. Charakterystyki właściwości sprężystych układu kierowniczego w odniesieniu do kół kierowanych: lewego –  $M_{zo1}(\Delta\delta_1)$ , prawego –  $M_{zo2}(\Delta\delta_2)$ , pokazano na rys. 7.

W zakresach kątów skrętu kół od  $-0,09$  do  $+0,09$  rad i przyspieszeń poprzecznych od  $-5$  do  $+5$  m/s<sup>2</sup> badanego samochodu kąty skrętu kół wynikające z oddziaływania elastyczności skrętnej układu kierowniczego i zawieszenia wynoszą od  $-0,022$  do  $+0,022$  rad. Dla dużych prędkości jazdy wpływ elastyczności skrętnej układu prowadzenia kół kierowanych na stateczność i kierowność jest znaczący.

#### Literatura

- [1] *ADAMS simulation Software for the Virtual Prototyping of Mechanical Systems*, Mechanical Dynamics, Engineering Software and Services, Ann Arbor, Michigan, USA.
- [2] Rulka M., Eichberger A., *Processsichere Modellreduzierung: Der Schlüssel zur Echtzeit und effizienten MKS-Simulation In der Fahrzeugdynamik*, INTEC GmbH, Wessling, www.simpack.com.2004.
- [3] Grzyb A., *On a Perturbation Method for the Analysis of the Kinetostatics of Mechanisms*, Akademie Verlag, ZAMM, Z. angew. Math. Mech. 72, 6, T615–T618, 1992.
- [4] Kowalski M., *Optymalizacja wymiarowa wielowahaczowych zawieszek samochodów*, praca doktorska, Kraków 2005.
- [5] Struski J., Wach W., *Multidimensional Optimization of the Steered Wheel Multi-Link Suspension System*, SAE Paper 2007-01-0849, 2007 World Congres, Detroit, Michigan 2007.
- [6] Struski J., *Teoretyczne podstawy generowania dynamicznych modeli układów prowadzenia kół*, Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Mechanika, 84, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2006.
- [7] Rill G., *Simulation von Kraftfahrzeugen*, Vieweg&Sohn Verlagsgesellschaft, Wiesbaden 1994.
- [8] Janczur R., Struski J., *Właściwości sprężyste układu prowadzenia kół kierowanych*, Czasopismo Techniczne, z. 7-M/2004, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004.