

POLITECHNIKA KRAKOWSKA  
im. Tadeusza Kościuszki

KRZYSZTOF KARBOWSKI

PODSTAWY REKONSTRUKCJI  
ELEMENTÓW MASZYN  
I INNYCH OBIEKTÓW  
W PROCESACH WYTWARZANIA



SERIA MECHANIKA

MONOGRAFIA 367



KRAKÓW 2008

PRZEWODNICZĄCY KOLEGIUM REDAKCYJNEGO  
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Jan Kazior

PRZEWODNICZĄCY KOLEGIUM REDAKCYJNEGO WYDAWNICTW NAUKOWYCH

Józef Nizioł

REDAKTOR SERII Michał Dyląg

REDAKTOR NAUKOWY Józef Gawlik

RECENZENCI Wojciech Kacalak, Tadeusz Markowski

SEKRETARZ SEKCJI I OPRACOWANIE REDAKCYJNE Magdalena Sarkowicz

PROJEKT OKŁADKI Jadwiga Mączka

© Copyright by Politechnika Krakowska, Kraków 2008

© Copyright by Krzysztof Karbowski, Kraków 2008

ISSN 0860 - 097X

Wydawnictwo PK, ul. Podchorążych 1, 30-084 Kraków; tel./fax: 012 637 42 89, 012 628 23 80  
e-mail: [wydawnictwo@pk.edu.pl](mailto:wydawnictwo@pk.edu.pl) □ [www.wydawnictwo.pk.edu.pl](http://www.wydawnictwo.pk.edu.pl)  
Adres do korespondencji: ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

---

Druk i oprawę wykonano w Dziale Poligrafii Politechniki Krakowskiej.  
Ark. wyd. 8. Podpisano do druku 09.01.2009 r.

Zam. 248/2008

Nakład 200 egz.

Cena zł 20

## Spis treści

Ważniejsze oznaczenia .....	5
1. Wstęp .....	7
1.1. Cel i zakres pracy.....	8
2. Inżynieria rekonstrukcyjna.....	11
2.1. Wprowadzenie do inżynierii rekonstrukcyjnej .....	11
2.2. Metody digitalizacji stosowane w inżynierii rekonstrukcyjnej.....	17
2.2.1. Współrzędnościowa technika pomiarowa .....	17
2.2.2. Triangulacyjne skanowanie laserowe.....	18
2.2.3. Tomografia komputerowa .....	22
2.3. Filtracja i triangulacja chmury punktów .....	26
2.3.1. Charakterystyka procesu filtracji i triangulacji.....	26
2.3.2. Triangulacja chmury punktów z wyodrębnionymi przekrojami obiektu.....	34
2.4. Systemy inżynierii rekonstrukcyjnej.....	40
2.5. Podsumowanie informacji o inżynierii rekonstrukcyjnej .....	45
3. Zastosowanie metod interpolacyjnych w inżynierii rekonstrukcyjnej .....	47
3.1. Interpolacja Sheparda .....	48
3.2. Zmodyfikowana metoda Sheparda .....	48
3.3. Metoda odwrotnych odległości od punktu węzłowego.....	50
3.4. Metoda funkcji podstaw radialnych.....	50
3.5. Kriging prosty .....	51
3.6. Kriging normalny.....	51
3.6.1. Wariogram.....	52
3.6.2. Modele wariogramu.....	55
3.6.3. Kriging normalny we współrzędnych cylindrycznych .....	56
3.6.4. Zastosowanie metody krigingu w interpolacji.....	58
3.7. Dokładność odwzorowania .....	59
3.8. Wybór metody interpolacji .....	64
3.9. Interpolacja chmury punktów jako metoda korekcji promieniowej końcówki pomiarowej .....	65
3.10. System inżynierii rekonstrukcyjnej wykorzystujący metodę interpolacyjną .....	72
3.11. Przykład zastosowania systemu inżynierii rekonstrukcyjnej.....	89
4. Zastosowanie metod analizy obrazów w inżynierii rekonstrukcyjnej .....	91
4.1. Metody detekcji krawędzi.....	91
4.1.1. Binaryzacja .....	92
4.1.2. Filtry gradientowe.....	96

4.1.3. Detektor Canny’ego.....	99
4.1.4. Inne metody detekcji krawędzi.....	102
4.1.5. Detekcja krawędzi na podstawie analizy luminancji.....	103
4.2. Ocena dokładności rekonstrukcji.....	109
4.3. Zastosowanie opracowanej metody detekcji krawędzi.....	114
4.4. Podsumowanie metod detekcji krawędzi.....	119
4.5. Algorytm budowy modelu warstwowego.....	120
5. Grawerowanie w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej.....	126
5.1. Przestrzenne odwzorowanie obrazu.....	126
5.2. Aproksymacja półtonowa.....	127
5.3. Zastosowanie metod analizy obrazu do tworzenia odwzorowań 1-bitowych.....	131
6. Podsumowanie.....	134
Literatura.....	136
Streszczenia.....	150

## Ważniejsze oznaczenia

$A$	– funkcja rekonstrukcji obrazu,
$b$	– ilość poziomów (rozdzielczość) luminancji obrazu,
$B$	– wartość binarna punktu obrazu,
$C$	– kowariancja,
$D$	– macierz progowania pseudolosowego,
$D_L$	– średnica koła obliczona na podstawie luminancji,
$E$	– wartość oczekiwana,
$E_P$	– miara błędu filtracji,
$f$	– funkcja interpolująca nieregularną siatkę punktów,
$f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$	– pochodne cząstkowe,
$F$	– transformata Fouriera,
$F^{-1}$	– odwrotna transformata Fouriera,
$g_L$	– głębokość matrycy obliczona na podstawie luminancji,
$G$	– gradient luminancji,
$h$	– odległość przekrojów lub punktów,
$H_u$	– dziedzina funkcji pochłaniania promieniowania,
$I$	– natężenie promieniowania rentgenowskiego,
$I_w$	– miara informacji wzajemnej,
$K$	– maska (kernel) filtru,
$L$	– luminancja (jasność) punktu obrazu,
$m$	– wartość średnia,
$p$	– prawdopodobieństwo zdarzenia,
$q$	– funkcja rzutu akumulacyjnego,
$r$	– promień wodzący,
$t$	– próg binaryzacji,
$\vec{v}$	– wektor normalny,
$w$	– współczynnik wagowy funkcji interpolującej siatkę punktów,
$z^{( )}_{x,y}$	– wysokość punktu siatki prostokątnej,
$\beta$	– kąt anizotropii wariogramu,
$\delta$	– miara błędu transformacji,
$\varepsilon$	– parametr aproksymacji,
$\eta$	– współczynnik odległości przekrojów,
$\gamma$	– wariogram,
$\Delta z$	– błąd odwzorowania siatki prostokątnej,
$\Lambda$	– współczynnik pokrycia przekrojów,
$\mu$	– funkcja pochłaniania promieniowania,
$\mu_R$	– zrekonstruowana funkcja pochłaniania promieniowania,
$\rho$	– promień walca odniesienia,
$\Psi$	– współczynnik wzajemnej relacji przekrojów,
$\Phi$	– funkcjonal.



## 1. WSTĘP

Współczesne metody projektowania wyrobów i technologii ich wykonywania wymagają zastosowania systemów komputerowego wspomaganie prac inżynierskich, takich jak projektowanie (CAD – Computer Aided Design) oraz wytwarzanie (CAM – Computer Aided Manufacturing). A zatem projekt wyrobu powstaje przy użyciu oprogramowania do modelowania komputerowego – projekt ten jest później wykorzystywany do opracowania technologii jego wykonania. Tradycyjne podejście do projektowania na deskach kreślarskich przechodzi już do historii, gdyż systemy komputerowe w znaczący sposób skracają czas przygotowania produkcji, co ma decydujące znaczenie w czasach, gdy klienci żądają coraz nowszych wyrobów, a konkurencja na rynku tworzy presję na obniżanie cen. Interesującym przykładem obrazującym opisaną powyżej sytuację jest zachowanie się rynku motoryzacyjnego. O ile jeszcze w latach sześćdziesiątych dwudziestego wieku ten sam model samochodu mógł być produkowany nawet kilkanaście lat, o tyle w chwili obecnej koncerny motoryzacyjne oferują nowy model po sześciu latach, a niejednokrotnie w trakcie produkcji wprowadzane są zmiany konstrukcji i wyglądu samochodu. Aby sprostać konkurencji na rynku, producenci starają się ograniczyć własne koszty, między innymi poprzez obniżenie kosztów przygotowania projektu.

W tym miejscu można zadać pytanie: a co z wyrobami, które zostały zaprojektowane w formie modelu – na przykład przez artystę z zakresu projektowania form przemysłowych, który nie zapisał ich w formie elektronicznej – czy to oznacza, iż nie da się takiego projektu zrealizować za pomocą skomputeryzowanych systemów projektowania i wytwarzania? Również i tu można podać przykład z przemysłu motoryzacyjnego. Specjalistyczne firmy przygotowują projekt karoserii samochodu w postaci modelu. Model ten musi być przetworzony do postaci elektronicznej, inaczej mówiąc „zdigitalizowany” – gdyż tylko taka forma zapisu konstrukcji umożliwia opracowanie technologii produkcji samochodu.

Rozwiązaniem powyższego problemu jest zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej, nazywanej również inżynierią odwrotną (ang. *reverse engineering*), która oferuje narzędzia pozwalające zrealizować transformację: model wyrobu – zapis elektroniczny (model wirtualny) – wyrób.

Za początki inżynierii rekonstrukcyjnej można by wskazać opracowanie konstrukcji frezarek-kopiarek, które umożliwiają proste odwzorowanie modelu wyrobu. Natomiast termin *reverse engineering* jest szerzej znany z zastosowań informatycznych, gdzie rozumiany jest jako proces analizy systemu informatycznego mający na celu skonstruowanie systemu o podobnym, jak najbliższym oryginałowi, działaniu.

Według wikipedia.org inżynieria odwrotna to proces badania produktu, którym może być urządzenie lub program komputerowy w celu ustalenia, jak on dokładnie działa, a także w jaki sposób i jakim kosztem został wykonany, co ma najczęściej zaowocować zdobyciem niezbędnych informacji do skonstruowania jego odpowiednika. To samo źródło podaje, jako najbardziej znane przykłady zastosowania tej techniki, radziecki samolot Tu-4, będący kopią amerykańskiego Boeinga B-29, którego trzy egzemplarze przymusowo lądowały na Syberii w 1944 roku oraz radziecki komputer osobisty AGATHA, będący kopią komputera Apple II.

Należy tutaj zwrócić uwagę na ważny problem, który najczęściej jest całkowicie pomijany w pracach na temat inżynierii rekonstrukcyjnej – problem poszanowania praw twórców odwzorowywanego modelu, który może być rozpatrywany na gruncie prawa międzynarodowego (Akt sztokholmski zmieniający Konwencję paryską o ochronie własności przemysłowej) oraz prawa krajowego (Ustawa – Prawo własności przemysłowej), definiujących przedmioty ochrony własności przemysłowej, takie jak wynalazki oraz przede wszystkim wzory użytkowe, czyli nowe i użyteczne rozwiązania o charakterze technicznym, dotyczące kształtu, budowy i zestawienia przedmiotu o trwałej postaci oraz wzory przemysłowe, czyli nowe i o indywidualnym charakterze postacie wytworu lub jego części, nadane mu w szczególności przez cechy linii, konturów, kształt, kolorystykę, strukturę lub materiał wytworu oraz przez jego ornamentację. Stosując inżynierię rekonstrukcyjną, należy mieć również na względzie Ustawę o prawie autorskim i prawach pokrewnych, definiującą prawa przysługujące autorowi dzieła oraz regulującą użytkowanie dzieła przez autora i czerpanie z niego korzyści. Nie ulega wątpliwości, że inżynieria rekonstrukcyjna musi być umocowana prawnie na gruncie przytoczonych przepisów, a jej bezkrytyczne stosowanie może naruszać prawa majątkowe twórców lub właścicieli praw do odwzorowywanego obiektu.

## 1.1. CEL I ZAKRES PRACY

Przez pojęcie *inżynieria rekonstrukcyjna* rozumiemy wiele problemów związanych głównie z:

- 1) technikami pomiaru (digitalizacji) modeli,
- 2) metodami analizy i przetwarzania otrzymanych wyników pomiarów,
- 3) technologią wykonania wyrobów.

Opis wszystkich zasygnalizowanych powyżej problemów dalece wykracza poza zakres niniejszej pracy, stąd też skoncentrowano się na zagadnieniach analizy i przetwarzania wyników pomiarów. Pozostałe zagadnienia zostały jedynie ogólnie omówione.



Cele prowadzenia prac badawczych, będących przedmiotem niniejszej monografii, można przedstawić w dwóch głównych punktach:

- 1) opracowanie systemu inżynierii rekonstrukcyjnej umożliwiającego ocenę i poprawę dokładności wykonywania wyrobów, co znalazło odzwierciedlenie w omawianych w rozdziale 3 zagadnieniach interpolacji nieregularnej siatki węzłów;
- 2) opracowanie metod i narzędzi informatycznych pozwalających na odwzorowywanie obiektów zobrazowanych metodami tomografii komputerowej, które będą konkurencyjne cenowo w stosunku do systemów komercyjnych, tak aby znalazły one zastosowanie w polskich ośrodkach medycznych – prace te zaowocowały opracowaniem i wdrożeniem w praktyce klinicznej metody odwzorowywania ubytków kości czaszki oraz projektowania i wykonywania protez na potrzeby zabiegu kranioplastyki. Zagadnienia te omówione zostały w rozdziale 4.

Poniżej przedstawiono strukturę niniejszej pracy.

W rozdziale 2 zdefiniowano pojęcie *inżynieria rekonstrukcyjna* oraz omówiono poszczególne etapy przetwarzania informacji, poczynając od digitalizacji modelu, poprzez przetwarzanie uzyskanych wyników pomiaru oraz budowę modelu wirtualnego. Ogólnie przedstawiono metody pomiarowe stosowane w inżynierii rekonstrukcyjnej. Nieco szerzej przedstawiono metodę użytą w skanerze przestrzennym skonstruowanym w Instytucie Technologii Maszyn i Automatykacji Produkcji Politechniki Krakowskiej, która znalazła zastosowanie w opracowanym przez autora oprogramowaniu sterującym skanerem [67]. Ze względu na będące przedmiotem zainteresowań naukowych autora zagadnienia odwzorowywania obiektów na podstawie danych obrazowych uzyskanych metodami tomografii komputerowej, omówiono zasadę działania tomografu.

Zagadnienia dotyczące przetwarzania wyników pomiarów – w szczególności filtrację zbioru (chmury) punktów oraz konstruowania modeli wirtualnych obiektu omówiono w rozdziale 2.3, zaś w rozdziale 2.4 opisywane w literaturze systemy inżynierii rekonstrukcyjnej.

Rozdział 3 prezentuje metody interpolacji geostatystycznej, których zastosowanie w inżynierii rekonstrukcyjnej zostało zbadane przez autora. Szczegółowo omówiono interpolację metodą krigingu normalnego (rozdział 3.6) oraz opracowaną przez autora modyfikację tej metody pozwalającą na jej zastosowanie do interpolacji danych uzyskanych skanerami przestrzennymi ze stołem obrotowym (rozdział 3.6.3). Rozdział 3.7 przedstawia wykonane przez autora porównanie dokładności różnych metod interpolacji geostatystycznej. Rozdział 3.9 prezentuje opracowaną przez autora metodę korekcji promieniowej końcówki pomiarowej metodą interpolacji krigingowej oraz porównanie tej metody z trzema innymi opisanymi w literaturze. Opracowany przez autora system inżynierii rekonstrukcyjnej wraz z metodą oceny i poprawy dokładności wykonania elementów omówiony został w rozdziale 3.10.

Autor w swej pracy naukowej zajmuje się, między innymi, zastosowaniem inżynierii rekonstrukcyjnej w medycynie. W rozdziale 4 omówiono zagadnienia odwzorowywania kości czaszki metodami inżynierii rekonstrukcyjnej, które znalazły zastosowanie podczas projektowania i wykonywania protez czaszkowych na potrzeby zabiegu kranioplastyki. Opracowana przez autora metoda i program komputerowy detekcji krawędzi obiektów zobrazowanych metodami tomografii komputerowej (rozdział 4.1.5) zostały zweryfikowane doświadczalnie (rozdział 4.2) oraz przeszły pozytywną weryfikację w warunkach klinicznych (rozdział 4.3). W rozdziale 4.5 omówiono opracowany przez autora algorytm budowy modelu warstwowego na podstawie obrazów tomografii komputerowej, pozwalający na obniżenie kosztów modelu wykonywanego metodami szybkiego prototypowania.

Dodatkowym osiągnięciem związanym z realizowanymi przez autora pracami naukowymi z zakresu inżynierii rekonstrukcyjnej są zagadnienia odwzorowywania obiektów na płaszczyźnie, znajdujące zastosowanie w grawerowaniu. Metody te oraz opracowane przez autora oprogramowanie zostały omówione w rozdziale 5.

W rozdziale 6 przedstawiono podsumowanie i propozycje dalszych prac.

## 2. INŻYNIERIA REKONSTRUKCYJNA

Modelowanie komputerowe realizowane za pomocą systemów komputerowo wspomaganego projektowania (CAD) jest obecnie powszechnie używaną techniką projektowania wyrobów przemysłowych. Jest ono ponadto zintegrowane z systemami komputerowo wspomaganego wytwarzania (CAM), co w istotny sposób upraszcza i przyspiesza przygotowanie wyrobu do produkcji. Można powiedzieć, że w większości przypadków projekt wyrobu musi być przedstawiony w formie elektronicznej, gdyż tylko ten zapis umożliwia szybkie przygotowanie produkcji. A co z projektami przygotowanymi w postaci modelu wyrobu – co zrobić, aby można je było wdrożyć do produkcji? Istnieje zatem potrzeba automatycznego tworzenia komputerowego (wirtualnego) modelu obiektu, który spełniałby takie same warunki jak model zaprojektowany w systemie komputerowym – proces takiej rekonstrukcji jest określany w języku angielskim terminem *reverse engineering* [174].

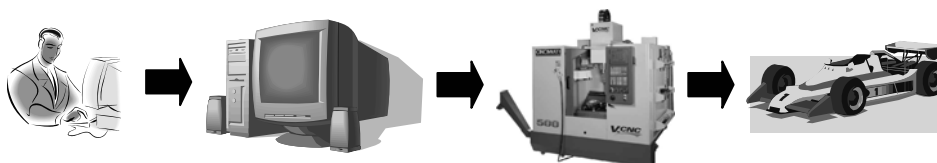
W języku polskim często używa się dosłownego tłumaczenia terminu *reverse engineering* – *inżynieria odwrotna* – co nie jest dobrym określeniem, gdyż kojarzone jest z procesem odwrotnym, czym w swej istocie *inżynieria odwrotna* nie jest. W niniejszej pracy użyto terminu *inżynieria rekonstrukcyjna*, gdyż, zdaniem autora, znacznie lepiej oddaje on sens zagadnień występujących w procesie nazywanym w języku angielskim słowami *reverse engineering*.

### 2.1. WPROWADZENIE DO INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ

Komputerowo wspomagane projektowanie jest procesem rozpoczynającym się od pomysłu, który przekształcony zostanie w model wirtualny, a następnie za pomocą systemu komputerowo wspomaganego wytwarzania w materialny obiekt (ryc. 2.1a). W inżynierii rekonstrukcyjnej model materialny jest mierzony, a zdigitalizowane dane pomiarowe są przekształcane w model wirtualny – na dalszym etapie procesu system komputerowo wspomaganego wytwarzania umożliwi wykonanie materialnego obiektu, będącego rekonstrukcją mierzonego modelu (ryc. 2.1b). A zatem inżynieria „tradycyjna” przekształca inżynierską koncepcję i model w materialny obiekt, natomiast inżynieria rekonstrukcyjna transformuje obiekt materialny do postaci modelu i koncepcji [175].

Należy zwrócić uwagę na fakt, iż podczas odwzorowywania obiektu metodami inżynierii rekonstrukcyjnej wykonywane są dwie transformacje: analogowo-cyfrowa (digitalizacja modelu) oraz cyfrowo-analogowa (wykonanie elementu) – obydwie są źródłem błędów procesu rekonstrukcji.

a)



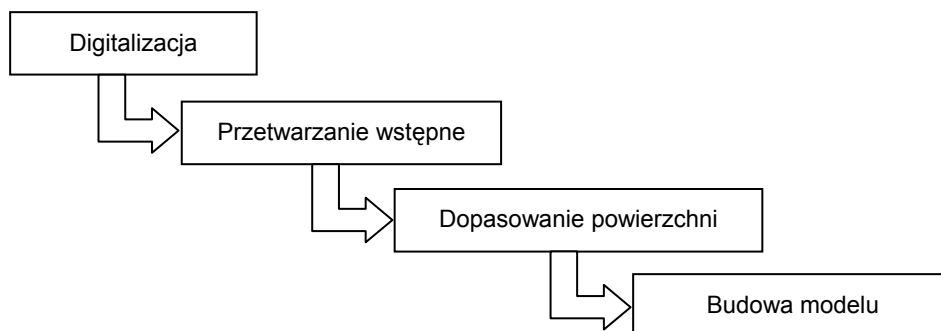
b)



Ryc. 2.1. Modelowanie komputerowe: a) tradycyjne, b) inżynieria rekonstrukcyjna

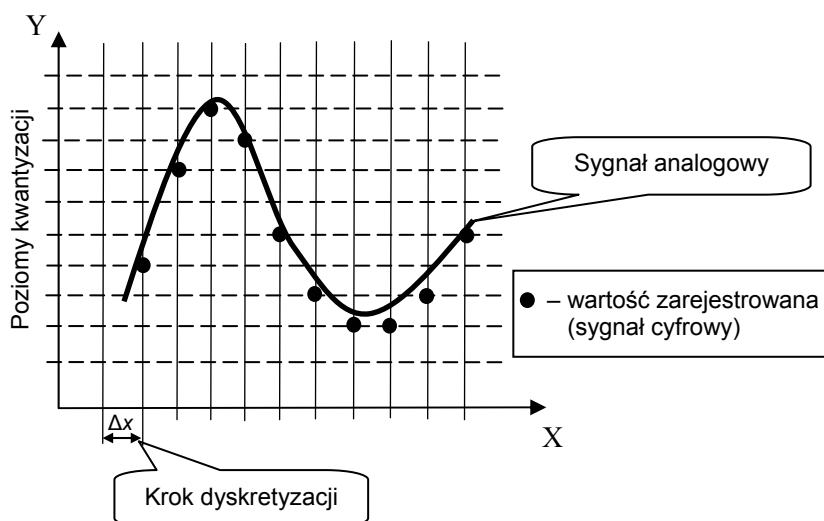
Inżynieria rekonstrukcyjna znajduje zastosowanie w wielu problemach technicznych [126, 174]. Przykładowo może ona zostać wykorzystana do opracowania dokumentacji technicznej istniejącego elementu, jeśli taka dokumentacja nie jest dostępna. Co więcej, utworzona dokumentacja może posłużyć do zmodyfikowania projektu. Inżynieria rekonstrukcyjna jest również stosowana, gdy projekt wyrobu powstaje jako model materialny. W przemyśle motoryzacyjnym projektanci wykonują model samochodu naturalnej wielkości – gdy model jest już gotowy, należy go zdigitalizować, aby mógł być wykorzystany w systemie komputerowo wspomaganego wytwarzania. Jeszcze innym polem zastosowań inżynierii rekonstrukcyjnej jest inżynieria biomedyczna – na przykład odwzorowywanie kształtu kości na podstawie obrazów tomograficznych, które posłużą do zaprojektowania protez dostosowanych do kształtu anatomicznego pacjenta.

W systemie inżynierii rekonstrukcyjnej można wyróżnić kilka etapów przetwarzania informacji o obiekcie, które pokazane zostały na ryc. 2.2.



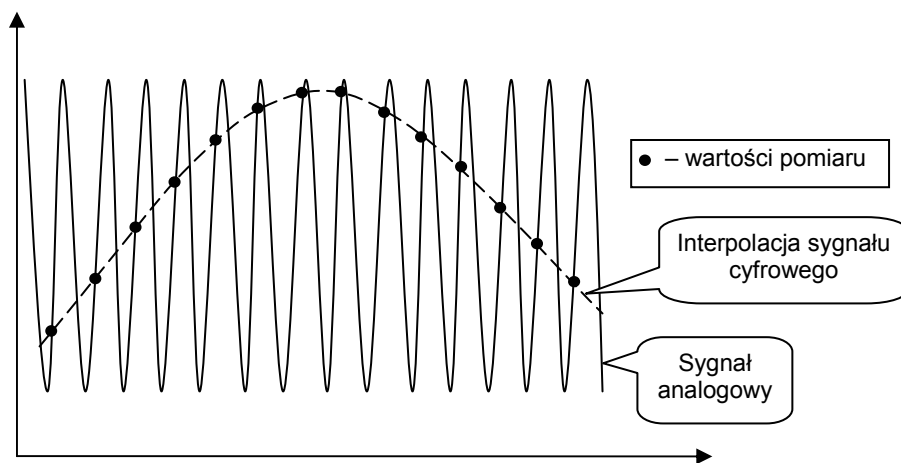
Ryc. 2.2. Przetwarzanie informacji w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej [175]

**Digitalizacja** – inaczej mówiąc pozyskiwanie danych (ang. *data acquisition*) – to pierwszy z etapów cyklu inżynierii rekonstrukcyjnej. Angielski termin *data acquisition* jest zwykle kojarzony z cyfrowym przetwarzaniem sygnałów analogowych. Również w omawianym procesie można mówić o tego typu transformacji, gdyż celem digitalizacji w inżynierii rekonstrukcyjnej jest zamiana sygnału analogowego (kształt odwzorowywanego obiektu) w sygnał cyfrowy (model wirtualny obiektu w systemie modelowania komputerowego). O procesie digitalizacji można mówić analogicznie jak o przetworniku analogowo-cyfrowym – w szczególności należy zwrócić uwagę na dwie istotne operacje zachodzące w przetworniku, a mianowicie na dyskretyzację (inaczej próbkowanie) i kwantowanie [164, 216] (ryc. 2.3).

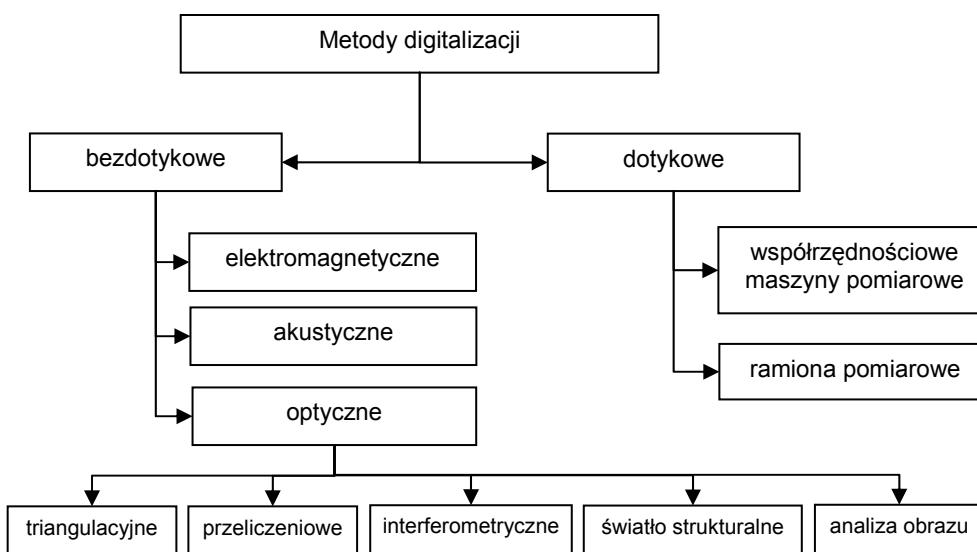


Ryc. 2.3. Przetwarzanie informacji w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej [175]

Zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu [164], aby odtworzyć sygnał analogowy w postaci cyfrowej, należy go spróbować z częstotliwością, co najmniej dwukrotnie większą niż największa częstotliwość występująca w sygnale analogowym. Niespełnienie powyższego twierdzenia powoduje powstanie tak zwanego aliasingu, czyli nałożenia się na oryginalny sygnał przebiegu o niskiej częstotliwości (ryc. 2.4). Również systemy wizyjne muszą spełniać wymogi twierdzenia o próbkowaniu, które w tym przypadku interpretowane jest tak, iż fotoelement rejestratora wizyjnego musi być dwa razy mniejszy od najmniejszego szczegółu obrazu. Niespełnienie tego wymogu spowoduje powstanie obrazu, na którym można będzie zauważyć regularnie położone jasne obszary będące skutkiem aliasingu.



Ryc. 2.4. Aliasing



Ryc. 2.5. Klasyfikacja metod digitalizacji

Przywołując jedną z historycznych prac na temat inżynierii rekonstrukcyjnej, można podać klasyfikację metod digitalizacji [175], która została pokazana na ryc. 2.5. Klasyfikacja ta wynika ze sposobu interakcji pomiędzy przyrządem pomiarowym a odwzorowywanym obiektem. Ogólnie można wyróżnić metody bezdotykowe wykorzystujące światło, dźwięk lub pole magnetyczne oraz metody dotykowe, w których następuje fizyczny kontakt sondy z obiektem. Dla każdej z przedstawionych metod konieczne jest przeprowadzenie odpowiedniej analizy wyników pomiaru w celu określenia położenia punktu na powierzchni odworo-

wywanego obiektu – przykładowo może to być korekcja promieniowa końcówki pomiarowej podczas pomiarów z wykorzystaniem współrzędnościowej maszyny pomiarowej lub triangulacja w skanerze laserowym. Wszystkie z metod mają swoje wady i zalety, stąd też wybór metody digitalizacji zależy od cech odwzorowywanego obiektu oraz postawionych wymagań dotyczących dokładności odwzorowania.

**Metody elektromagnetyczne** wykorzystują fale elektromagnetyczne do digitalizacji obiektu. W głównej mierze są to metody tomografii komputerowej oraz rezonansu magnetycznego, których główną cechą jest komputerowa analiza promieniowania przechodzącego lub emitowanego przez obiekt, mająca na celu matematyczne zrekonstruowanie funkcji obrazującej wewnętrzne struktury obiektu. Zagadnienie tomografii komputerowej zostanie szerzej omówione w dalszej części pracy, gdyż metoda ta została zastosowana przez autora w pracach badawczych dotyczących inżynierii biomedycznej.

**Metody akustyczne** opierają się na pomiarze czasu przelotu fali dźwiękowej odbitej od obiektu. Metody te mają niewielkie znaczenie w inżynierii rekonstrukcyjnej ze względu na niewielką dokładność pomiaru spowodowaną pojawiającymi się zakłóceniami analizowanej fali dźwiękowej. Niemniej jednak echolokacja stosowana w tworzeniu map dna morskiego może również zostać zaliczona do metod inżynierii rekonstrukcyjnej, stąd też umieszczenie metod akustycznych w przedstawionej klasyfikacji.

**Metody optyczne** cechują się przede wszystkim dużą szybkością digitalizacji:

- metody triangulacyjne – analizują położenie i kąt pomiędzy wiązką światła padającą na obiekt i odbitą od niego [49, 67]. Wiązka światła o dużej energii (najczęściej wiązka laserowa) pada na obiekt pod znanym kątem, a sensor optyczny obserwuje wiązkę odbitą. Położenie punktu odbicia wiązki obliczane jest z wykorzystaniem analizy kątów – triangulacji. Triangulacja cechuje się dużą szybkością digitalizacji, natomiast dokładność zależy od rozdzielczości sensora optycznego oraz odległości obiektu od skanera – według danych producentów tego typu urządzeń błąd pomiaru wynosi  $\pm 0,05$  mm;
- metody przeliczeniowe – mierzą odległość pomiędzy skanerem a punktem na powierzchni obiektu poprzez pomiar czasu przelotu wiązki światła na drodze źródło światła – obiekt – detektor;
- metody interferometryczne – w których informacja o obiekcie przestrzennym jest zakodowana w postaci dwuwymiarowego obrazu prążkowego [134];
- światło strukturalne – metoda polega na projekcji wzorca świetlnego na powierzchnię skanowanego obiektu i analizie odbitego obrazu. Popularną metodą tego typu jest metoda prążków mory [81, 185] – wzorzec interferencyjny jest rzutowany na powierzchnię obiektu, na którym tworzy świetlne linie konturowe. Obraz oświetlonego obiektu jest analizowany w celu określenia odległości pomiędzy liniami – odległość ta jest proporcjonalna do wysokości powierzchni w analizowanym punkcie, co stanowi podstawę do obliczenia współrzędnych

punktu. Metoda światła strukturalnego cechuje się dużą szybkością digitalizacji, lecz wymaga skomplikowanej analizy geometrycznej w celu określenia współrzędnych punktów;

- analiza obrazu – głównym celem metod analizy obrazu stosowanych w inżynierii rekonstrukcyjnej jest wykrycie krawędzi obiektu odwzorowanego na obrazie, który może być przykładowo cyfrowym zdjęciem obiektu lub obrazem uzyskanym metodami tomografii komputerowej, rezonansu magnetycznego lub ultrasonografii – metody analizy obrazu zostaną opisane szczegółowo w dalszej części pracy, gdyż zostały wykorzystane przez autora w pracach dotyczących inżynierii biomedycznej.

**Metody dotykowe** to w głównej mierze pomiary z zastosowaniem współrzędnościowych maszyn pomiarowych cechujących się najlepszą z opisanych metod dokładnością pomiaru, ale jednocześnie jego niewielką szybkością [148].

**Przetwarzanie wstępne** – dane o obiekcie uzyskane wymienionymi wcześniej metodami digitalizacji wymagają zwykle przetworzenia w sposób umożliwiający ich wykorzystanie przez system modelowania komputerowego. W zależności od metody digitalizacji przetwarzanie to może dotyczyć, na przykład, korekcji promieniowej końcówki pomiarowej dla wyników skanowania uzyskanych na współrzędnościowej maszynie pomiarowej lub też filtracji i redukcji ilości punktów będących wynikiem pomiaru skanerem laserowym – zagadnienia przetwarzania wstępnego zostaną szerzej omówione w dalszej części pracy.

**Dopasowanie powierzchni** – zdigitalizowane i przetworzone wstępnie punkty stanowią podstawę do zbudowania modelu powierzchni obiektu z zastosowaniem systemów komputerowo wspomaganego projektowania.

Systemy modelowania komputerowego można podzielić na trzy podstawowe grupy. Podział ten wynika z użytych do opisu modelu form geometrycznych:

- systemy modelowania bryłowego – zapis kształtu modelu przedstawiony jest w formie opisu bryły, czyli powierzchni i jej wnętrza, co można porównać do formowania przez artystę rzeźby z gliny;
- systemy modelowania powierzchniowego – kształt modelu oddawany jest przez opis jego powierzchni. Analogią może tu być wykonywanie modeli kartonowych, co tylko pozornie jest zajęciem jedynie dla hobbistów, gdyż sposoby optymalnego rozkroju i formowania tego typu modeli są przedmiotem rozpraw naukowych [123, 158];
- systemy modelowania hybrydowego – łączące w sobie cechy zarówno modelowania bryłowego, jak i powierzchniowego. Projektowanie w tego typu systemie umożliwia wykonanie fragmentu modelu metodą bryłową i uzupełnienie go modelem powierzchniowym.

Doświadczenie autora wskazuje, iż w inżynierii rekonstrukcyjnej stosowane jest przede wszystkim modelowanie powierzchniowe.



W celu opisu powierzchni wykorzystywane są metody matematyczne z zakresu rachunku wektorowego oraz geometrii różniczkowej, pozwalające zdefiniować elementy modelu, którymi są krzywe i powierzchnie.

Oprócz takich krzywych, jak okrąg czy elipsa, do modelowania stosowane są parametryczne krzywe trzeciego stopnia, którymi są krzywe Hermite'a, Beziera, krzywe sklepane (B-spline) oraz NURBS (ang. *Non Uniform Rational B-Spline*). Z kolei do opisu powierzchni stosowane są powierzchnie Coonsa, Hermite'a, Beziera, NURBS oraz parametryczne powierzchnie bikubiczne. Szczegółowy opis wymienionych rodzajów krzywych i powierzchni znaleźć można w pracy [77]. Praktyczne aspekty ich wykorzystania opisują prace [2, 107].

Jakkolwiek w niektórych pracach z zakresu inżynierii rekonstrukcyjnej można znaleźć opis zastosowania krzywych i powierzchni parametrycznych do odwzorowania kształtu modelu poprzez ich dopasowanie do zbioru (chmury) punktów, będących wynikiem digitalizacji [6, 10, 29, 33, 48, 53, 59, 88, 92, 93, 95, 112, 119, 132, 140, 172, 200, 202, 205, 213], niemniej jednak stosowane są one do bardzo wąskiej klasy powierzchni. Z doświadczeń autora wynika, iż podstawowym sposobem odwzorowania kształtu modelu jest zbudowanie powierzchni fasetkowej składającej się z przylegających do siebie trójkątów. Proces ten nazywany jest triangulacją (występuje tu wieloznaczność nazwy, gdyż tym samym terminem określana jest procedura wyznaczania położenia punktu poprzez pomiar kątów, stosowana w skanerach laserowych) i opisany został w dalszej części pracy.

System inżynierii rekonstrukcyjnej często łączony jest z systemem szybkiego prototypowania (ang. *rapid prototyping*), tworząc narzędzie do szybkiego przygotowania produkcji [19, 96].

## **2.2. METODY DIGITALIZACJI STOSOWANE W INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ**

W rozdziale tym zostaną scharakteryzowane najczęściej stosowane w inżynierii rekonstrukcyjnej metody digitalizacji obiektów. Jedną z metod – tomografia komputerowa – będzie omówiona obszerniej ze względu na jej zastosowanie w pracach prowadzonych przez autora i dotyczących odwzorowywania kości czaszki na podstawie obrazów tomograficznych. Prace te zaowocowały opracowaniem i wdrożeniem w praktyce klinicznej technologii projektowania protez czaszkowych na potrzeby zabiegu kranioplastyki.

### **2.2.1. Współrzędnościowa technika pomiarowa**

Współrzędnościowa technika pomiarowa charakteryzuje się odmienną od klasycznej metrologii strategią pomiarową [147]. Opiera się ona na przetworzonych komputerowo informacjach pomiarowych w postaci dyskretnej i umożliwia wy-

znaczenie wymiarów przestrzennie ukształtowanych części maszyn, ze stosunkowo wysoką dokładnością. Technika ta charakteryzuje się procedurami pomiarowymi opartymi na wartościach współrzędnych punktów – stąd też jej zastosowanie w inżynierii rekonstrukcyjnej.

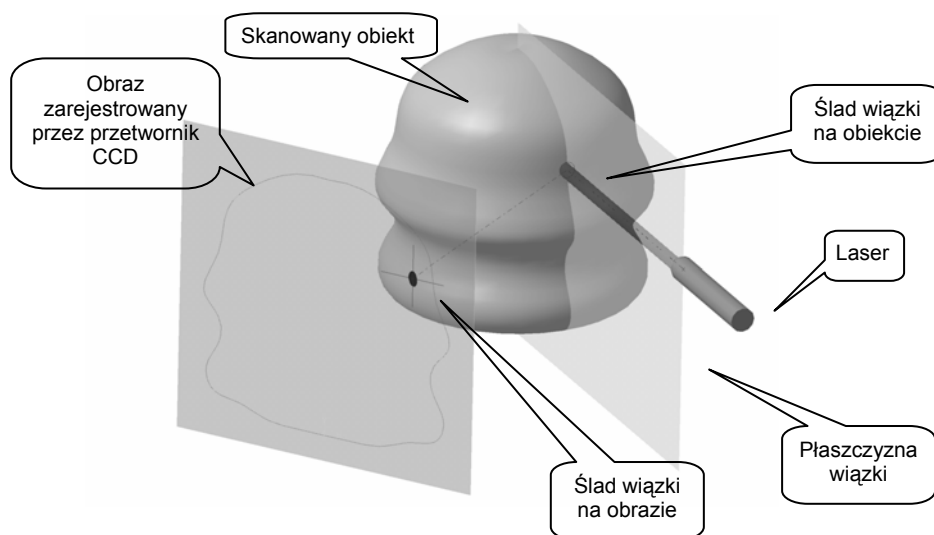
Jednym z ważnych zespołów współrzędnościowej maszyny pomiarowej jest głowica pomiarowa, dzięki której możliwe jest umiejscowienie punktu pomiarowego w przestrzeni maszyny. Sygnał wysyłany przez głowicę pomiarową umożliwia odczytanie współrzędnych lokalizowanego punktu. Głowice pomiarowe można podzielić na dwa typy [147]: stykowe i bezstykowe, w zależności od tego czy pomiar następuje przez doprowadzenie głowicy do styku jej trzpienia pomiarowego z mierzonym przedmiotem, czy też lokalizacja punktu odbywa się bezstykowo, na przykład na zasadzie wykorzystania wiązki światła [148]. Do głowic stykowych zalicza się [147]:

- głowice sztywne, które wymagają obsługi operatora, który wyzwala ręcznie impuls po stwierdzeniu, że nastąpił styk głowicy z mierzonym przedmiotem;
- głowice przełączające, w których po wystąpieniu styku końcówki trzpienia z mierzoną powierzchnią następuje wychylenie trzpienia i wysłanie impulsu do układu sterującego maszyny pomiarowej;
- głowice mierzące (skaningowe) – wartość wychylenia trzpienia pomiarowego jest wyznaczana na podstawie sygnałów pochodzących z przetwornika pomiarowego głowicy. W przeciwieństwie do pomiarów dynamicznych za pomocą głowicy przełączającej, pomiar głowicą mierzącą następuje w warunkach statycznych z nastawialnym naciskiem i bez udziału sił nacisku. Zasada działania takiej głowicy polega na tym, że styk końcówki pomiarowej z przedmiotem jest rejestrowany przez indukcyjne przetworniki pomiarowe. Sygnał indukcyjnego systemu pomiarowego głowicy dodawany jest do wartości współrzędnych położenia głowicy zarejestrowanych przez sterownik maszyny i tak powstała suma jest wartością współrzędnych położenia końcówki pomiarowej. Głowice tego typu umożliwiają pomiar skanujący, a zatem wykorzystywane są podczas digitalizacji obiektów na potrzeby inżynierii rekonstrukcyjnej.

Podczas pomiarów za pomocą opisanych powyżej głowic należy zwrócić uwagę na istotne zagadnienie, jakim jest to, iż końcówka pomiarowa ma niezerową średnicę. Tak więc wynikiem pomiaru są współrzędne środka końcówki, a nie współrzędne jej styku z powierzchnią mierzoną, które wymagają obliczenia (ryc. 3.13). Zagadnienie to, noszące nazwę korekcji promieniowej końcówki pomiarowej, zostało opisane w dalszej części pracy.

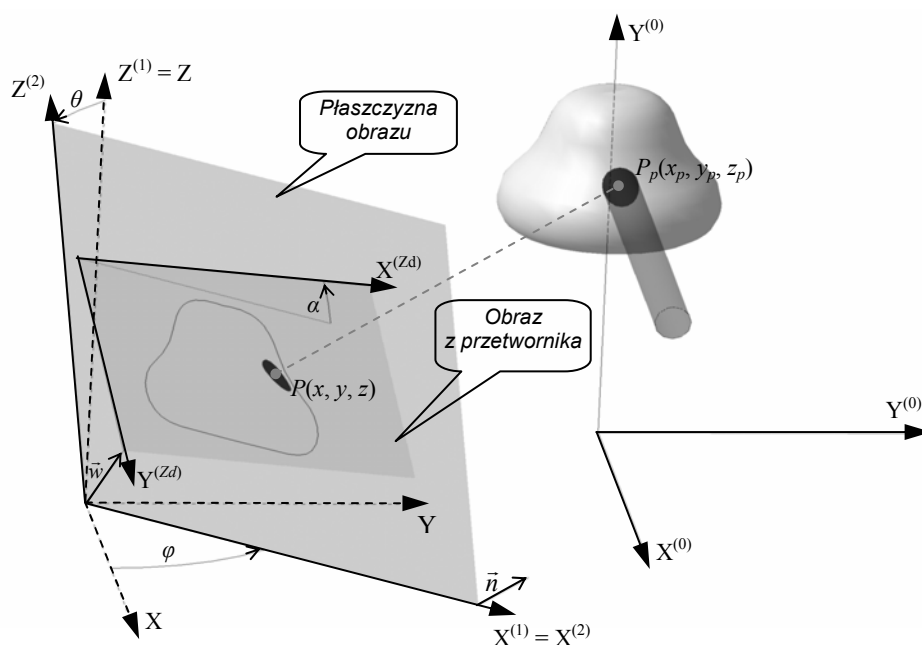
### 2.2.2. Triangulacyjne skanowanie laserowe

Działanie triangulacyjnych skanerów laserowych opiera się na analizie położenia śladu wiązki laserowej padającej na obiekt (ryc. 2.6).



Ryc. 2.6. Schemat pracy skanera triangulacyjnego [67]

Aby obliczyć współrzędne śladu wiązki laserowej na obiekcie, należy zrzutować ślad tejże wiązki zarejestrowany przez przetwornik optoelektroniczny (na przykład kamerę CCD) na płaszczyznę wiązki laserowej, co przedstawiono na ryc. 2.7 – poniżej zostaną opisane przekształcenia trygonometryczne, wykorzystane



Ryc. 2.7. Schemat przekształceń geometrycznych w skanerze triangulacyjnym [67]

w oprogramowaniu skanera laserowego skonstruowanego na Politechnice Krakowskiej [67].

Skanowany obiekt usytuowany jest na obrotowym stole. Źródło wiązki laserowej umieszczone jest na kolumnie i przesuwana się równoległe do osi Z. Obraz obiektu rejestrowany jest przez kamerę CCD.

Oznaczenia na rycinie 2.7:

- $X^{(0)}Y^{(0)}Z^{(0)}$  – układ współrzędnych obiektu; oś  $Z^{(0)}$  pokrywa się z osią obrotu stołu skanera; oś wiązki lasera biegnie w płaszczyźnie  $X^{(0)}Y^{(0)}$  i jest równoległa do osi  $X^{(0)}$ ;
- XYZ – główny układ współrzędnych; osie X, Y oraz Z są równoległe do osi  $X^{(0)}$ ,  $Y^{(0)}$  i  $Z^{(0)}$ ; w związku z tym, że odległość pomiędzy tymi układami współrzędnych nie wpływa na wyniki analizy kształtu, obiektu można przyjąć, że osie obydwu układów pokrywają się, to znaczy:  $X = X^{(0)}$ ,  $Y = Y^{(0)}$ ,  $Z = Z^{(0)}$ ;
- $\varphi$  – kąt skrócenia układu  $X^{(1)}Y^{(1)}Z^{(1)}$  względem układu XYZ;
- $X^{(2)}Z^{(2)}$  – układ współrzędnych płaszczyzny obrazu zarejestrowanego przez przetwornik;
- $\theta$  – kąt skrócenia płaszczyzny obrazu względem układu  $X^{(1)}Y^{(1)}Z^{(1)}$ ;
- $X^{(Zd)}Y^{(Zd)}$  – układ współrzędnych obrazu;
- $\alpha$  – kąt nachylenia osi  $X^{(Zd)}$  względem osi  $X^{(2)}$ ;
- $\vec{w}$  – wektor przesunięcia lewego dolnego rogu obrazu względem początku układu  $X^{(2)}Z^{(2)}$ ;
- $\vec{n}$  – wektor normalny do płaszczyzny obrazu;
- $P_p$  – rzut zarejestrowanego przez przetwornik śladu wiązki laserowej na powierzchnię skanowanego obiektu;
- $P$  – rzut punktu  $P_p$  na płaszczyznę obrazu.

Program znajduje ślad wiązki laserowej uwidoczniony na zarejestrowanym obrazie:  $P_p^{(Zd)}(x^{(Zd)}, y^{(Zd)})$ .

Na tej podstawie obliczane są współrzędne punktu  $P_p$  według następujących wzorów:

$$\begin{aligned} x^{(2)} &= [x^{(Zd)} \cos \alpha - (y_{\max}^{(Zd)} - y^{(Zd)}) \sin \alpha] s_x^{(Zd)} + d_x \\ z^{(2)} &= [x^{(Zd)} \sin \alpha - (y_{\max}^{(Zd)} - y^{(Zd)}) \cos \alpha] s_y^{(Zd)} + d_y \end{aligned} \quad (2.1)$$

gdzie:

- $y_{\max}^{(Zd)}$  – maksymalna wartość współrzędnej y obrazu,
- $s_x^{(Zd)}, s_y^{(Zd)}$  – współczynniki skali obrazu [mm/punkt],
- $d_x, d_y$  – współrzędne wektora  $w$ .

W dalszej kolejności należy dokonać transformacji obliczonego punktu na współrzędne układu XYZ.

$$\begin{aligned}x^{(1)} &= x^{(2)} \\y^{(1)} &= -z^{(2)} \sin \theta \\z^{(1)} &= z^{(2)} \cos \theta\end{aligned}\tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}x &= x^{(1)} \cos \varphi - y^{(1)} \sin \varphi \\y &= x^{(1)} \sin \varphi + y^{(1)} \cos \varphi \\z &= z^{(1)}\end{aligned}$$

Następnie należy wyznaczyć położenie punktu  $P_p$ . W tym celu trzeba obliczyć współrzędne punktu przebiecia płaszczyzny wiązki lasera prostą przechodzącą przez punkt  $P$ ; prosta jest prostopadła do płaszczyzny obrazu:

$$\begin{aligned}n &= [n_x, n_y, n_z] \\n_x &= -\sin \varphi \\n_y &= \cos \varphi \cos \theta \\n_z &= \cos \varphi \sin \theta\end{aligned}\tag{2.3}$$

Współrzędne punktu przebiecia:

$$\begin{aligned}x_p &= x - n_x t \\y_p &= y - n_y t \\z_p &= z - n_z t\end{aligned}\tag{2.4}$$

gdzie:

$$t = \frac{y}{n_y}\tag{2.5}$$

Obliczone współrzędne są współrzędnymi śladu wiązki laserowej na obiekcie.

Opisany powyżej skaner jest skanerem punktowym – konstruowane są również skanery liniowe, które oświetlają obiekt wiązką w kształcie linii prostej, której ślad jest analizowany przez oprogramowanie skanera, co w znaczący sposób przyspiesza proces skanowania.

Zagadnienia związane z konstrukcją i eksploatacją skanerów przestrzennych są też opisywane w literaturze.

Xi i Shu [195] oraz Lee, Park i Son [99] opisują metody planowania optymalnego przebiegu procesu skanowania za pomocą skanerów laserowych. Podobne zagadnienia poruszają również Son, Park i Lee [165] oraz Shio, Lin i Chang [161].

Shiou i Chen [162] prezentują zastosowanie skanera laserowego do digitalizacji powierzchni o złożonym zarysie w 3-osiowym centrum frezarskim. Skaner laserowy współpracuje z sondą dotykową w celu zwiększenia dokładności pomiaru.

Autorzy pracy [56] zauważają, że typową procedurą pomiarową skanera laserowego jest dokonywanie odczytu współrzędnych w równych odstępach pomiędzy kolejnymi punktami. Proponują więc zastosowanie opracowanej przez nich metody pomiaru z adaptacyjnie dobieranym krokiem.

Zexiao i inni [207] opisują działanie 5-osiowego skanera laserowego, który zintegrowany jest ze współrzędną maszyną pomiarową wyposażoną w indeksowany stół obrotowy, co pozwala na pomiary elementów o złożonym zarysie, z jednoczesnym zapewnieniem optymalnego padania wiązki lasera na powierzchnię skanowanego elementu.

Sansoni i Docchio [153] prezentują zastosowanie skanera laserowego w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej, pokazując przykład odwzorowania zabytkowego samochodu osobowego. W innym artykule [154] opisują ten sam, co poprzednio skaner działający w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej, przeznaczonym do wielu różnych zastosowań, poczynając od przemysłu motoryzacyjnego, aż do zastosowań w inżynierii biomedycznej.

Fan i Tsai [36] przedstawiają system pomiarowy składający się skanera laserowego i dwóch kamer CCD, który jest używany do odwzorowywania powierzchni obiektów o złożonym zarysie.

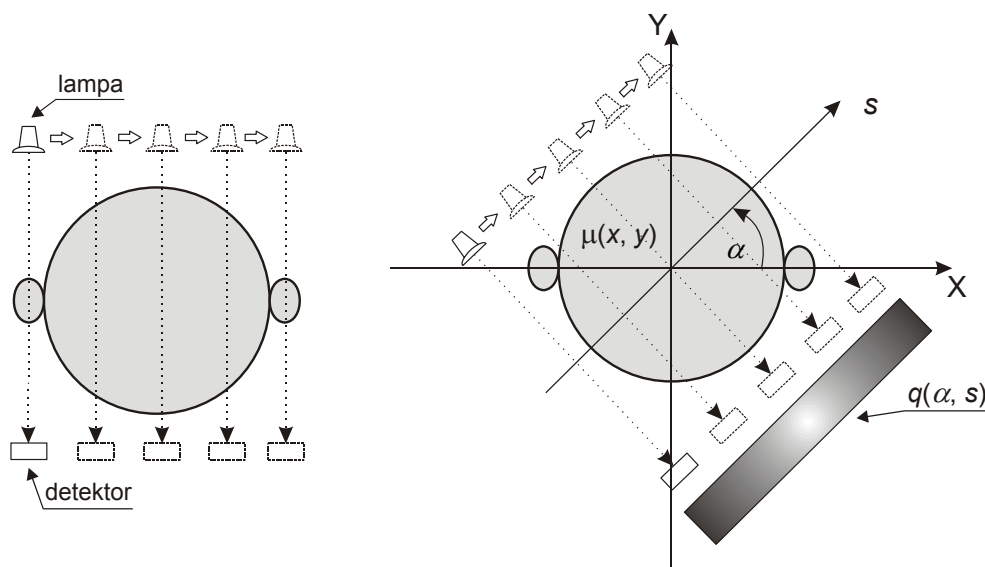
Analiza błędów pomiarów dokonywanych skanerami laserowymi została przedstawiona w pracy [38].

### 2.2.3. Tomografia komputerowa

Początki tomografii komputerowej sięgają lat pięćdziesiątych dwudziestego wieku i prac Allana MacLeoda Cormacka oraz Godfreya Newbolda Hounsfielda. Tomografia komputerowa pozwala na zobrazowanie przekrojów obiektu – w tym celu wykonywana jest komputerowa analiza promieniowania rentgenowskiego przechodzącego przez badane struktury.

Schemat pracy jednego z pierwszych tomografów [27] – tak zwanego tomografu z wiązką równoległą (tomografu pierwszej generacji) – pokazany jest na ryc. 2.8. Lampa rentgenowska wysyła wiązkę promieniowania X, które przechodzi przez obiekt i jest rejestrowane przez detektor. Następnie układ lampa-detektor przesuwają do następnego położenia i wykonywana jest kolejna projekcja pro-

mieniowania. Cykl ten jest powtarzany wielokrotnie, aż do prześwietlenia całego przekroju obiektu. Kolejnym etapem pracy tomografu jest obrót układu lampa-detektor o kąt  $\alpha$  i powtórzenie kolejnych projekcji wraz z przesuwem układu. Obrót układu powtarzany jest tak długo, aż nastąpi wypełnienie projekcjami kąta  $180^\circ$ .



Ryc. 2.8. Schemat pracy tomografu pierwszej generacji

Przekrój obiektu można opisać funkcją pochłaniania promieniowania  $\mu(x, y)$ . Wiązka promieniowania  $X$  przechodząca przez obiekt zostanie częściowo pochłonięta, a pozostałe promieniowanie zarejestruje detektor. Po wykonaniu skanowania przekroju promieniowanie zarejestrowane przez detektor może zostać przedstawione w postaci funkcji  $q(\alpha, s)$ , zwanej funkcją rzutów akumulacyjnych. Pochłanianie wiązki promieniowania podczas jej przechodzenia przez obiekt wzdłuż drogi  $U$  można zdefiniować wzorem [27]:

$$I(U) = I(0) \cdot e^{-\int_0^U \mu(x, y) du} \quad (2.6)$$

gdzie:

- $I(0)$  – początkowe natężenie promieniowania  $X$ ,
- $I(U)$  – natężenie promieniowania  $X$  po przejściu drogi o długości  $U$ ,
- $\mu(x, y)$  – funkcja pochłaniania promieniowania przez obiekt.

Funkcję rzutu akumulacyjnego można przedstawić następująco [27]:

$$q(s, \alpha) = \int_U \mu(x, y) du \quad (2.7)$$

$$-\infty < s < \infty; \quad 0 \leq \alpha \leq \pi$$

Dokonano zatem transformacji, zwanej transformacją Radona [27]:

$$R: \mu(x, y) \in H_u \xrightarrow{R} q(s, \alpha) \in \mathfrak{R} \quad (2.8)$$

gdzie  $H_u$  jest dziedziną funkcji pochłaniania promieniowania, opisaną za pomocą jednostek Hounsfielda [27]:

$$H_u = \frac{\mu - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \cdot 1000 \text{ [HU]} \quad (2.9)$$

określających względnę pochłanianie promieniowania odniesione do pochłaniania tegoż promieniowania przez wodę.

Mając zarejestrowane funkcje rzutów akumulacyjnych, można przystąpić do rekonstrukcji obrazów z projekcji [27]:

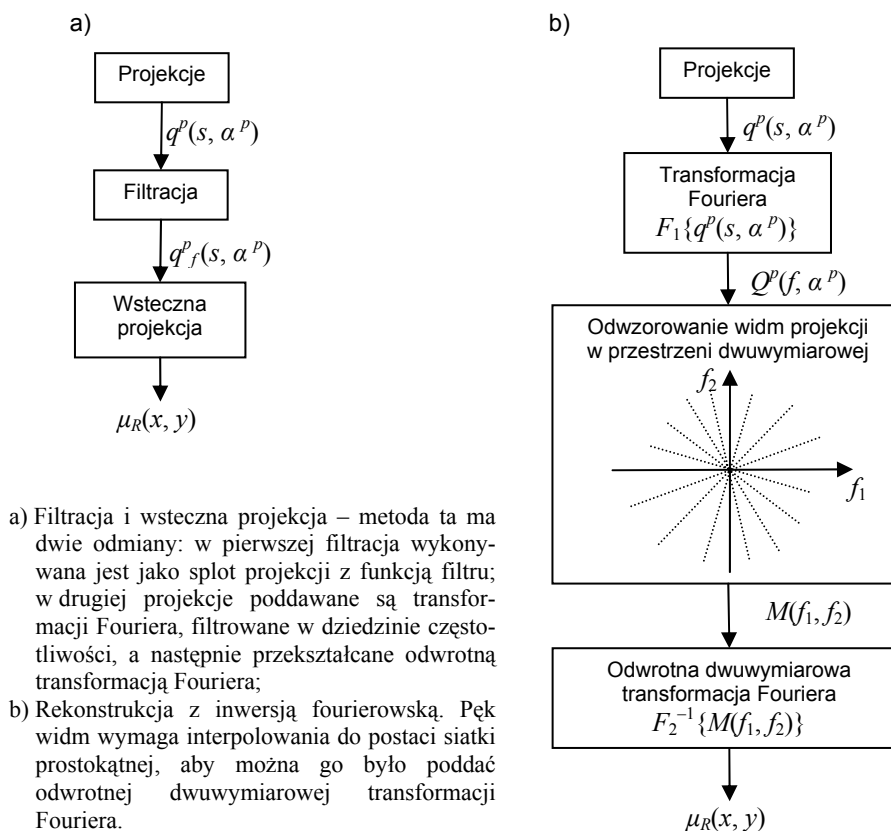
$$A(x, y) = \int_0^\pi q^p(x \cos \alpha^p + y \sin \alpha^p, \alpha^p) d\alpha^p \quad (2.10)$$

Powyższe równanie definiuje proces przypisania każdemu punktowi przestrzeni  $(x, y)$  sumy wszystkich wartości funkcji projekcji, które odpowiadają promieniom przechodzącym przez dany punkt w trakcie pozyskiwania tychże projekcji. Ze względu na fakt, iż projekcje wykonywane są przy ustalonych (dyskretnych) wartościach kąta, oznaczono przez  $\alpha^p$  kąt, pod jakim wykonano projekcję  $q^p$ .

Niestety funkcja  $A(x, y)$  nie jest tożsama z funkcją pochłaniania promieniowania  $\mu(x, y)$ , którą należy zrekonstruować, gdyż wsteczna projekcja nie jest odwrotną transformatą Radona. Wykonanie wstecznej projekcji bezpośrednio po procesie akwizycji doprowadziłoby do uzyskania nieczytelnego obrazu, co wynika z występowania zniekształceń geometrycznych. Z tego względu przed dokonaniem wstecznej projekcji należy przekształcić uzyskane projekcje.

Nie wnikając w szczegóły algorytmów rekonstrukcyjnych (które zostały opisane w pracy [27]), na ryc. 2.9 pokazano schematy dwóch podstawowych algorytmów rekonstrukcyjnych dla wiązki równoległej. Symbolem  $\mu_R$  oznaczono zrekonstruowaną funkcję pochłaniania promieniowania.





Ryc. 2.9. Schematy tomograficznych metod rekonstrukcyjnych dla wiązki równoległej [27, 135, 141]

Pierwsza z metod – filtracji i wstecznej projekcji – dokonuje filtracji rzutów akumulacyjnych, które następnie poddawane są wstecznej projekcji. Filtry używane w tej metodzie, zwane filtrami lub kernelami rekonstrukcyjnymi, omówione zostały w pracach [27, 121].

Metoda inwersji fourierowskiej wykorzystuje twierdzenie mówiące o tym, że rekonstrukcja funkcji może zostać dokonana przez złożenie widm częstotliwościowych rzutów akumulacyjnych.

Rozwój tomografii spowodował opracowanie konstrukcji tomografów z wiązką uformowaną w wachlarz oraz spiralnych tomografów wielorzędowych, których zasadniczą różnicą w stosunku do aparatów z wiązką równoległą jest znaczące skrócenie czasu badania. Niemniej jednak opisane powyżej algorytmy rekonstrukcyjne nadal są używane, gdyż algorytmy dla nowoczesnych tomografów jedynie przekształcają uzyskane projekcje do postaci akceptowanej przez algorytmy opracowane dla wiązki równoległej.

Podstawowym przeznaczeniem tomografów komputerowych jest wykonywanie badań obrazowych, stąd też aspekty dokładności odwzorowania, jakkolwiek ważne nie mają znaczenia pierwszoplanowego. W niniejszej pracy tomograf traktowany jest jednak jako urządzenie do digitalizacji obiektów, a więc problemy dokładności rekonstrukcji mają istotne znaczenie. W dalszej części opisano zastosowanie tomografii komputerowej do odwzorowywania kształtu i wymiarów kości czaszki w celu późniejszego zaprojektowania i wykonania protez ubytków czaszkowych. Tomograf został więc zastosowany jako urządzenie pomiarowe w procesie inżynierii rekonstrukcyjnej.

## 2.3. FILTRACJA I TRIANGULACJA CHMURY PUNKTÓW

### 2.3.1. Charakterystyka procesu filtracji i triangulacji

Techniki skanowania używane w inżynierii rekonstrukcyjnej (w szczególności wykorzystujące przestrzenne skanery laserowe) generują ogromne ilości punktów, co powoduje, iż analiza zbioru punktów (chmury punktów) liczącej tysiące, a nawet setki tysięcy punktów, staje się poważnym problemem. Stąd też opracowanie wydajnych algorytmów redukujących liczbę punktów przy zachowaniu wymaganej dokładności odwzorowania obiektu jest jednym z ważnych problemów w systemach inżynierii rekonstrukcyjnej. Równie istotnym aspektem przetwarzania chmury punktów jest filtracja, której celem jest usunięcie lub zmniejszenie szumów (błędów) pomiarowych. W dalszej części pracy wymienione powyżej aspekty przetwarzania zbioru punktów będą nazywane metodami filtracji chmury punktów.

Analiza cech nieuporządkowanej chmury punktów jest zwykle trudna, stąd też większość algorytmów filtracji wymaga uporządkowania zbioru, najczęściej dokonując triangulacji – przez pojęcie to rozumiemy budowanie modelu powierzchniowego skanowanego obiektu w postaci zbioru trójkątów, których wierzchołki są punktami chmury. Z tego względu zagadnienia filtracji ściśle łączą się z metodami konstruowania modeli powierzchniowych skanowanych obiektów.

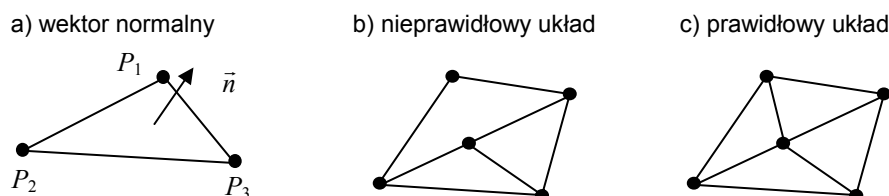
W niniejszym rozdziale zaprezentowano wybrane przez autora metody filtracji opisywane w literaturze oraz stosowane w systemach komputerowo wspomaganego projektowania metody przetwarzania chmury punktów – część z nich szerzej opisano; pozostałe jedynie zasygnalizowano.

Metody filtracji chmury punktów można podzielić następująco:

- metody analizujące uporządkowane zbiory punktów, takie jak:
  - punkty uporządkowane wzdłuż ścieżek pomiarowych,
  - punkty będące wierzchołkami powierzchni fasetkowych (ang. *tesselation surface*),
- metody analizujące nieuporządkowane zbiory (chmury) punktów.

Powierzchnie fasetkowe budowane są z trójkątów, których wierzchołki są punktami chmury, stąd też proces ten nazywany jest triangulacją [143]. Opracowany został specjalny standard zapisu powierzchni fasetkowych, zwany formatem STL – Stereolithography Interface Specification [1]. Każdy z trójkątów definiowany jest poprzez wektor normalny do płaszczyzny trójkąta, którego zwrot skierowany jest na zewnątrz opisywanej bryły oraz współrzędne trzech wierzchołków uporządkowanych prawoskrętnie (uwzględniając zwrot wektora normalnego) (ryc. 2.10a). Ponadto struktura trójkątów musi spełniać regułę pokazaną na ryc. 2.10b i c – każdy trójkąt musi mieć wspólne dwa punkty z wszystkimi przylegającymi trójkątami.

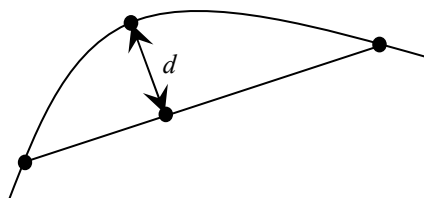
Zagadnienia związane z tworzeniem zapisu powierzchni w formacie STL i ich zastosowaniem w inżynierii rekonstrukcyjnej poruszane są między innymi w pracach [20, 58, 114, 194, 212].



Ryc. 2.10. Reguły zapisu w formacie STL [1]

Zarówno filtracja, jak i triangulacja chmury punktów wymagają zdefiniowania miary błędu wykonywanej operacji – najczęściej jest to strzałka cięciwy (ang. *chordal deviation*), która definiowana jest następująco [12]:

- strzałka cięciwy na krzywej (ang. *curve chordal deviation*) – największa odległość pomiędzy łamaną, której węzły leżą na krzywej (mierzona wzdłuż normalnej do łamanej) oraz punktem leżącym na tej krzywej (ryc. 2.11),
- strzałka cięciwy na powierzchni (ang. *surface chordal deviation*) – największa odległość pomiędzy fasetkami (trójkątami), których wierzchołki leżą na powierzchni (mierzona wzdłuż normalnej do płaszczyzny fasetki) oraz punktem na tej powierzchni.



Ryc. 2.11. Strzałka cięciwy ( $d$ )

Jedną z najprostszych metod filtracji nieuporządkowanego zbioru (chmury) punktów została zastosowana w module Digitized Shape Editor systemu CATIA [12].

Metoda filtracji jednorodnej wymaga podania średnicy sfery, która następnie przesuwana jest pomiędzy kolejnymi punktami chmury – wszystkie punkty znajdujące się wewnątrz sfery (z wyjątkiem środka sfery) są usuwane ze zbioru.

Kolejną metodą filtracji stosowaną w systemie CATIA jest metoda nazywana filtracją adaptacyjną, która wymaga podania wartości strzałki cięciwy. Program kolejno analizuje punkty chmury i ich otoczenie, a następnie eliminuje te, dla których wartość strzałki cięciwy jest mniejsza od podanej.

Prosty i jednocześnie wydajny algorytm triangulacji chmury punktów zastosowano w systemie CATIA [12]. Algorytm przesuwa się pomiędzy punktami chmury i poszukuje punktów sąsiednich, a następnie tworzy powierzchnię fasetkową w ten sposób, aby długości boków utworzonych trójkątów nie były większe od wartości będącej parametrem algorytmu.

W pracach [20, 21] zaprezentowano metody triangulacji i filtracji uporządkowanego zbioru punktów, będącego wynikiem pomiaru skanującego za pomocą maszyny współrzędnościowej. Problem jest stosunkowo prosty, gdyż algorytm triangulacji polega na analizie dwóch sąsiednich ścieżek pomiarowych i łączeniu punktów z uwzględnieniem ograniczeń formatu STL. Późniejsza filtracja ma na celu znalezienie punktów leżących na jednej płaszczyźnie (lub w niewielkiej odległości od niej) i ich usunięcie. W tym celu zastosowano następujący algorytm:

- 1) znajdź wszystkie trójkąty, których wierzchołkiem jest analizowany punkt,
- 2) dla jednego z trójkątów oblicz wektor normalny i przyjmij, iż jest to wektor odniesienia  $\vec{U}$ , a następnie kolejno oblicz różnice tego wektora i wektorów normalnych do pozostałych trójkątów:  $\vec{UV}_i = \vec{V}_i - \vec{U}$ ,
- 3) transformuj obliczone wektory według wzoru:

$$\vec{UV}_i = a \cdot \mathbf{i} + b \cdot \mathbf{j} + c \cdot \mathbf{k} \Rightarrow \vec{UV}'_i = |a| \cdot \mathbf{i} + |b| \cdot \mathbf{j} + |c| \cdot \mathbf{k} \quad (2.11)$$

- 4) oblicz sumę  $\vec{W}$  transformowanych wektorów,
- 5) jeżeli wartość

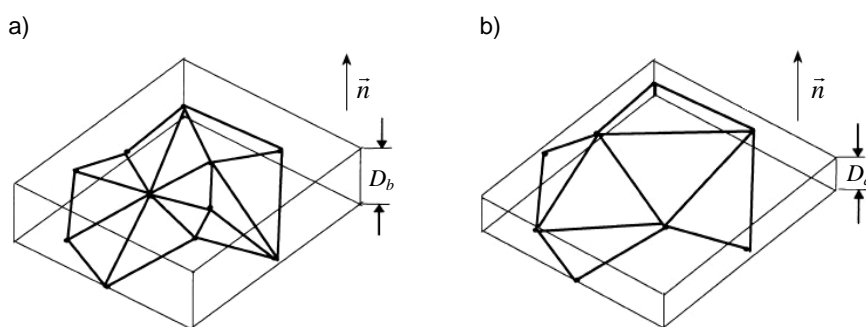
$$d = \frac{|\vec{W}|}{n} V_n \quad (2.12)$$

jest niewielka dla rozważanego punktu, wtedy punkt ten może być usunięty – zależy to od przyjętego stopnia filtracji, który definiowany jest procentowo, to znaczy przykładowo, jeżeli należy usunąć 10% punktów, wtedy punkty o wartościach współczynnika  $d$  mieszczących się w zakresie początkowych 10% uszeregowanych rosnąco wartości powyższego współczynnika są usuwane.

W tych samych artykułach opisano kolejną metodę filtracji polegającą na analizie grupy przylegających trójkątów, nazywanych płatem powierzchni, który zawiera  $k$  trójkątów i  $N$  punktów. Niech  $\vec{n}_i$  będzie wektorem normalnym do  $i$ -tego trójkąta, a  $S_i$  jego polem powierzchni. Ponadto niech  $S$  będzie sumą pól powierzchni  $S_i$  wszystkich trójkątów. Wektor zdefiniowany jako:

$$\vec{n} = \sum_{i=1}^k \frac{S_i}{S} \vec{n}_i \quad (2.13)$$

określa wypadkowy wektor normalny do płata powierzchni – im większe pole trójkąta, tym większy udział jego wektora normalnego w definicji wektora wypadkowego. Gdy wykorzystuje się wektor wypadkowy, definiowany jest najmniejszy prostopadłościan zawierający analizowany płat powierzchni (ryc. 2.12).



Ryc. 2.12. Prostopadłościan zawierający analizowany płat powierzchni:  
a) przed filtracją, b) po filtracji [20]

Można zdefiniować wielkość będącą miarą błędu filtracji (ang. *bounded error*):

$$E_p = D_b - D_a \quad (2.14)$$

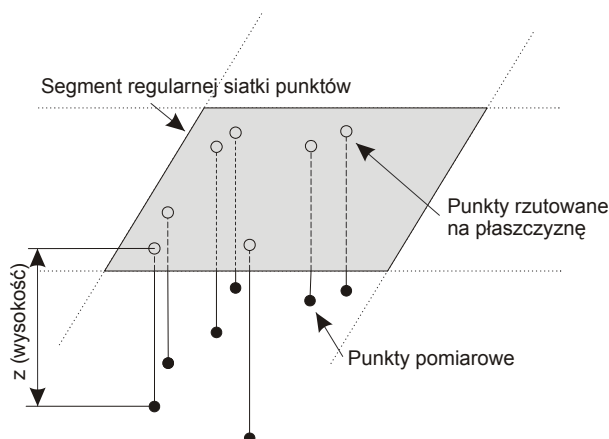
gdzie  $D_b$  i  $D_a$  są odpowiednio wysokościami prostopadłościanu przed i po filtracji. Usuwanie punktów (wierzchołków) trójkątów płata powierzchni prowadzone jest w ten sposób, aby nie przekroczyć dopuszczalnej wartości błędu filtracji.

Autorzy pracy [97] przedstawili kilka metod filtracji chmury, dokonując ich podziału na metody wykorzystujące regularną (ang. *uniform grid*) i nieregularną (ang. *non-uniform grid*) siatkę punktów.

Jako pierwszy przykład zastosowania regularnej siatki punktów wymieniają metodę opracowaną podczas realizacji projektu Copernicus [116].

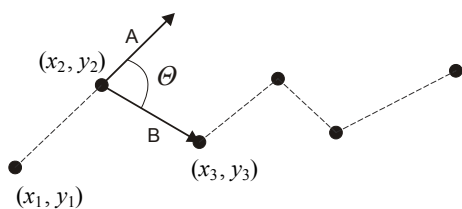
Ilość punktów jest zmniejszana poprzez przypisanie punktów do elementów regularnej siatki (ryc. 2.13), a następnie wybranie jednego reprezentatywnego punktu

z każdego elementu siatki. Ilość punktów po redukcji chmury zależy od wielkości elementów siatki. Reprezentatywnym punktem elementu siatki jest ten, dla którego wartość  $z$  jest medianą wysokości wszystkich punktów elementu siatki. Można zatem mówić o zastosowaniu filtra medianowego [164, 170].



Ryc. 2.13. Metoda regularnej siatki węzłów [97]

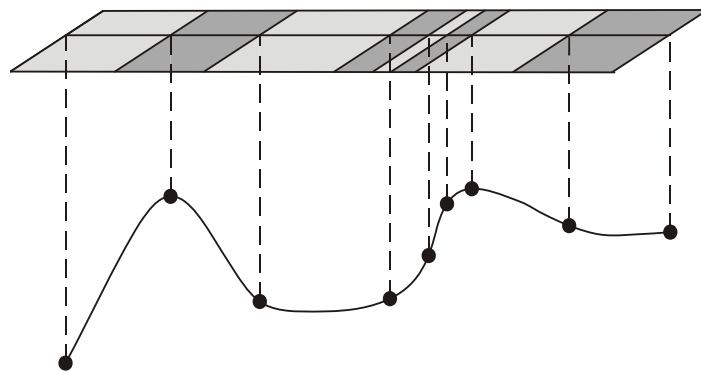
W drugiej grupie metod – nieregularnej siatki punktów – autorzy wyodrębnili metody siatek jedno- i dwukierunkowych.



Ryc. 2.14. Metoda odchyłki kąta [97]

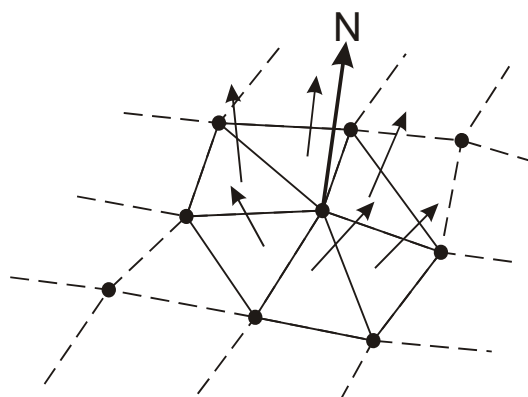
Jako przykład metody jednokierunkowej nieregularnej siatki punktów (ang. *one-directional non-uniform grid*) autorzy przedstawili metodę odchyłki kąta (ryc. 2.14), która przeznaczona jest do filtracji chmury punktów, z wyodrębnionymi równoległymi ścieżkami pomiarowymi.

Metoda ta polega na analizie wartości kątów pomiędzy wektorami utworzonymi przez kolejne punkty ścieżki pomiarowej – kąt jest miarą krzywizny w punkcie. Punkty o dużej wartości odchyłki kąta reprezentują obszary o dużej krzywiznie i nie mogą zostać usunięte z chmury punktów, gdyż miałyby to wpływ na dokładność odwzorowania obiektu. Punkty te utworzą granice elementów nieregularnej siatki węzłów (ryc. 2.15). Elementy siatki mogą zostać podzielone na mniejsze segmenty w zależności od wstępnie przyjętych parametrów dotyczących wielkości siatki punktów. W następnym kroku stosowany jest filtr medianowy, analogicznie jak w poprzednio opisanej metodzie siatki równomiernej.



Ryc. 2.15. Jednokierunkowa nierównomierna siatka punktów [97]

Autorzy wspomnianego artykułu [97] zaprezentowali opracowaną przez nich metodę filtracji chmury punktów wykorzystującą dwukierunkową nierównomierną siatkę punktów. W pierwszej kolejności budowana jest powierzchnia składająca się z trójkątów łączących sąsiednie punkty, a następnie dla każdego trójkąta obliczany jest wektor normalny. W kolejnym kroku dla każdego punktu obliczany jest wektor wypadkowy – w tym celu wykorzystywane są wektory normalne sąsiednich trójkątów (ryc. 2.16).

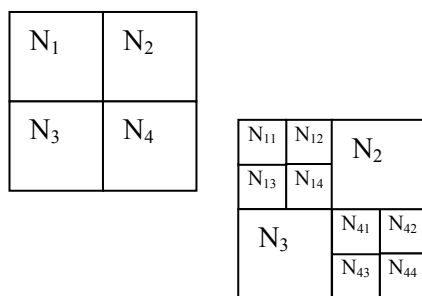


Ryc. 2.16. Obliczanie wektora normalnego [97]

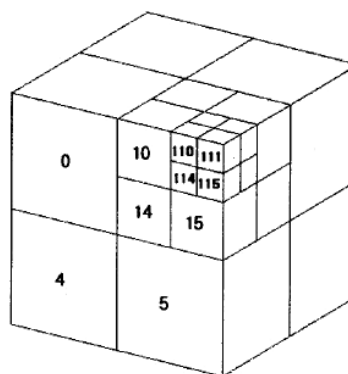
W zależności od obliczonych wektorów dla każdego punktu tworzona jest dwukierunkowa siatka punktów, której rozmiar jest wstępnie przyjęty i zależy od przyjętego stopnia redukcji ilości punktów. Poszczególne punkty są rzutowane na płaszczyznę siatki i przyporządkowywane poszczególnym jej segmentom, a następnie obliczane jest odchylenie standardowe wartości wektorów normalnych punktów należących do poszczególnych elementów siatki (w opisie algorytmu autorzy nie precyzują, co to znaczy, stąd też nie jest pewne czy obliczana jest miara

zmienności długości wektorów, czy też innych parametrów określających ich kierunek). W zależności od obliczonych wartości podejmowana jest decyzja o konieczności podziału danego elementu siatki na cztery mniejsze – im większa wartość odchylenia standardowego, tym bardziej skomplikowany kształt opisuje analizowana grupa punktów, z czego wynika konieczność podziału elementu na mniejsze części (ryc. 2.17). Proces podziału dokonywany jest aż do osiągnięcia przyjętej wartości odchylenia standardowego lub minimalnej wielkości elementu siatki prostokątnej. Po zakończeniu procesu tworzenia dwukierunkowej nierównomierniej siatki punktów wybierany jest reprezentatywny punkt dla każdego elementu siatki – w tym celu wykorzystywany jest filtr medianowy (podobnie jak w dwóch poprzednio opisanych metodach).

Rozwinięcie powyższej metody opisano w pracy [98]. Zaprezentowana metoda jest przestrzennym uogólnieniem metody dwukierunkowych siatek nierównomiernych (która została opracowana dla zagadnień dwuwymiarowych) (ryc. 2.18).



Ryc. 2.17. Dwukierunkowa nierównomierna siatka punktów [97]



Ryc. 2.18. Przestrzenna nierównomierna siatka punktów [98]

Zastosowanie metod analizy obrazów, takich jak przekształcenia morfologiczne [170], do filtracji chmury punktów zaprezentowano w pracy [179]. Aby można było dokonać filtracji, należy przekształcić chmurę punktów do postaci regularnej siatki – wykonywane jest to w sposób analogiczny jak opisany w pracy [116]. Utworzona prostokątna siatka punktów może być analizowana tak jak obraz, w którym wysokość punktu nad płaszczyzną siatki jest traktowana jak luminancja punktu na obrazie.

Algorytm filtracji wykorzystujący sferyczną transformatę Fouriera (jest to dwuwymiarowa transformata Fouriera we współrzędnych sferycznych) zaprezentowano w pracach [214, 215]. Algorytm składa się z czterech etapów:

- parametryzacja – siatka przestrzenna jest przekształcana do postaci sferycznej,
- próbkowanie – wyrównanie siatki sferycznej w kierunkach równoleżnikowym i południkowym,



- analiza częstotliwościowa z wykorzystaniem sferycznej transformaty Fouriera,
- filtracja sygnału w dziedzinie częstotliwości.

Porównanie błędów filtracji przeprowadzonej kilkoma metodami (między innymi jednokierunkową siatką nierównomierną oraz siatką równomierną) opisano w cytowanej wcześniej pracy [97]. W zależności od współczynnika redukcji punktów (zdefiniowanego jako stosunek liczby punktów po filtracji do liczby punktów przed filtracją), wynosiły od 0,004 mm (współczynnik redukcji 0,2; metoda jednokierunkowej siatki równomiernej) do 0,2 mm (współczynnik redukcji 0,001, metoda siatki równomiernej).

Zastosowanie metod statystycznych w filtracji chmury punktów przedstawili autorzy pracy [151]. Podstawą działania algorytmu jest estymacja funkcji gęstości punktów uwzględniającej wymagany stopień wygładzenia powierzchni – funkcja ta jest sumą funkcji Gaussa opisujących lokalną gęstość punktów. Funkcja gęstości punktów cechuje się lokalnymi minimami, które dzielą chmurę punktów na podzbiory, z których każdy identyfikuje obszar o dużej gęstości. Stąd też filtracja chmury wykorzystuje operację progowania, która ma na celu zmniejszenie gęstości punktów w tych obszarach.

Zagadnienia triangulacji chmury o dużej ilości punktów opisane są w pracy [167]. Przedstawiony tam algorytm przeznaczony jest do analizy danych uzyskanych ze współrzędnościowych maszyn pomiarowych oraz skanerów laserowych. Algorytm dokonuje przestrzennej filtracji zbioru, a następnie buduje strukturę trójkątów, wykorzystując metody heurystyczne.

Lin, Tai i Wang [104] przedstawiają metodę triangulacji chmury punktów, analizującą strukturę dotychczas uformowanych trójkątów i dołączającą następne punkty. Autorzy nazwali opracowany przez siebie algorytm metodą jednorodnego próbkowania.

Peternella i Steiner [139] opisują metodę detekcji i konstrukcji powierzchni płaskich na podstawie analizy chmury punktów pochodzącej z pomiaru skanerem laserowym.

Meyer i Marin [120] opracowali algorytm wyodrębniający obszary z chmury punktów, co ma służyć uproszczeniu późniejszej triangulacji. Podobne zagadnienia omówione zostały w pracach [79, 173, 190].

Wang i Yuen [177] oraz Ren i Hagiwara [145] prezentują metody optymalizacji utworzonej siatki trójkątów. Ten sam problem jest opisywany przez autorów prac [43, 100].

Hur, Kim i Lee [58] przedstawiają algorytm filtracji i triangulacji chmury punktów wykorzystujący metodę triangulacji Delaunaya, charakteryzującą się tym, że żaden z wierzchołków utworzonych trójkątów nie trafia do wnętrza okręgu opisanego na trójkącie jakiegokolwiek innego trójkąta powstałego podczas triangulacji. Ten sposób triangulacji wykorzystują również autorzy pracy [89].

Kolejny przykład zastosowania triangulacji Delaunaya opisano w pracy [57]. Po wykorzystaniu wspomnianej metody triangulacji konstruowana jest powierzchnia

fasetkowa na chmurze punktów, a następnie jest ona filtrowana opracowanym przez autorów algorytmem.

Detekcję ostrych krawędzi w chmurze punktów przedstawili autorzy prac [30, 156]. Natomiast Wang [184] opisał zagadnienie detekcji ostrych krawędzi na powierzchni fasetkowej.

W pracy [14] zaprezentowano metodę filtracji zbioru punktów zorganizowanego w postaci ścieżek pomiarowych, otrzymanych ze skanera laserowego, która polega na analizie lokalnych wartości strzałki cięciwy.

Kolejna metoda filtracji, tym razem powierzchni fasetkowych, wykorzystująca algorytm genetyczny, opisana została przez autorów pracy [196].

Liu i Yuen [110] przedstawiają algorytm triangulacji, który umożliwi optymalizację i uproszczenie struktury trójkątów skonstruowanych na chmurze punktów. Taki sam cel ma algorytm opracowany przez Kolingerową i Ferko [85].

Metoda triangulacji chmury punktów, będącej wynikiem pomiaru skanerem laserowym, wykorzystująca do optymalizacji struktury trójkątów metody matematyczne z dziedziny równań różniczkowych cząstkowych, została opracowana przez Barhaka i Fischera [8].

Zastosowanie do triangulacji metody, nazywanej podziałami Clougha-Tochera, (polegającej na optymalnym podziale trójkąta na trzy mniejsze) zaproponował Wang [182].

Zintegrowaną metodę filtracji i triangulacji chmury punktów opublikowali autorzy pracy [209]. Interesującym uzupełnieniem metody jest algorytm wypełniania otworów w siatce trójkątów powstałych podczas procesu triangulacji. Algorytm triangulacji wypełniający otwory zaprezentowano również w pracy [159].

Autorzy pracy [157] zauważają, iż wiele różnych algorytmów optymalizujących siatkę trójkątów, które ją wygładzają, upraszczają lub dzielą na podzbiory, wykonuje transformacje wierzchołków siatki. Wierzchołki są dodawane bądź usuwane lub ich współrzędne ulegają modyfikacji, co powoduje zmianę kształtu powierzchni fasetkowej. Autorzy zadają pytanie, jak ocenić różnice kształtu powierzchni przed transformacją i po transformacji i proponują kompleksową metodę analizującą działanie różnych algorytmów triangulacji z uwzględnieniem warunku zachowania kształtu obiektu.

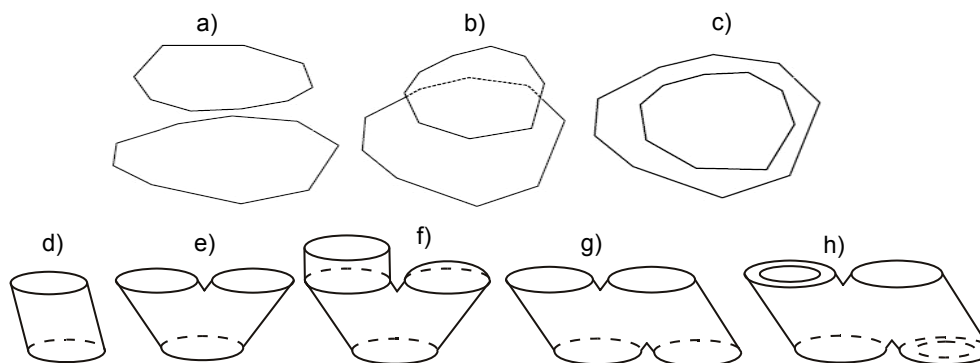
Interesujące rozwiązanie zagadnienia filtracji pokazali Zhang, Xi i Yan [211], którzy chmurę punktów potraktowali jako pole temperatur, a filtrację przedstawili w postaci przemiany adiabatycznej.

### **2.3.2. Triangulacja chmury punktów z wyodrębnionymi przekrojami obiektu**

W niniejszym rozdziale zostaną przedstawione metody triangulacji chmury punktów, w której można wyodrębnić przekroje obiektu – w szczególności algorytm triangulacji przekrojów obiektów biomedycznych [90]. Z sytuacją taką mamy

najczęściej do czynienia podczas digitalizacji obiektu metodami tomografii komputerowej lub rezonansu magnetycznego – uzyskane obrazy przekrojów obiektu są poddawane analizie w celu wykrycia krawędzi, stąd też zdigitalizowane punkty odwzorowywanej powierzchni układają się warstwami, na których można zwykle wyróżnić krzywe będące jego przekrojami. Rozdział ten prezentuje opisywane w literaturze metody digitalizacji chmury składającej się z punktów leżących na równoległych płaszczyznach.

Na krzywych przekrojów należy rozpiąć powierzchnię. Należy w tym miejscu zwrócić uwagę na fakt, iż problem budowy modelu powierzchniowego na tego typu punktach jest o wiele bardziej skomplikowany niż opisany w poprzednim rozdziale. Wynika to stąd, iż przekroje mogą obrazować zarówno stronę zewnętrzną, jak i wewnętrzną obiektu, czego nie spotykało się w poprzednio opisywanych zagadnieniach digitalizacji. Innym trudnym problemem jest określenie wzajemnych relacji pomiędzy przekrojami znajdującymi się na sąsiednich warstwach, co zostało pokazane na ryc. 2.19. Ryciny 2.19a, b oraz c pokazują relacje pomiędzy dwoma przekrojami zrzutowanymi na płaszczyznę jednego z nich. Na podstawie analizy wzajemnego położenia należy ustalić czy krzywe przekrojów wymagają połączenia, czy też są przekrojami niepowiązanych ze sobą elementów. O ile przypadek z ryc. 2.19c wydaje się być oczywisty, o tyle w przypadkach pokazanych na ryc. 2.19a oraz b nie ma jednoznacznej odpowiedzi na postawione pytanie.

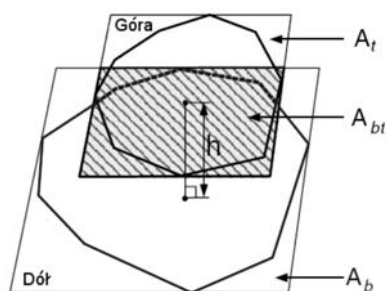


Ryc. 2.19. Rodzaje wzajemnego położenia przekrojów elementu [3, 90]

Jeszcze bardziej skomplikowana sytuacja została pokazana na ryc. 2.19e–g, gdzie należy rozważyć relacje pomiędzy trzema lub czterema przekrojami znajdującymi się na dwóch warstwach. Ponadto na ryc. 2.19f pokazany jest przykład konieczności zamknięcia jednej z odnóg elementu – pojawia się tu pytanie, jakie przyjąć kryterium zamknięcia, gdy na kolejnej warstwie znajduje się przekrój, który nie jest w oczywisty sposób powiązany z poprzednim (ryc. 2.19a oraz b). Na rycinie 2.19h przedstawiono jeszcze jeden problem – występowanie otworów

w przekrojach obiektu. Przykłady sygnalizują problemy, jakie muszą zostać rozwiązane przez algorytmy rozpinające powierzchnię na tego typu chmurach punktów.

Pierwszy z zasygnalizowanych uprzednio problemów – określenie, czy dwie krzywe są przekrojami tego samego elementu (ryc. 2.19a, b, c) można rozwiązać wprowadzając współczynnik wzajemnej relacji pomiędzy przekrojami [90] (ryc. 2.20):



Ryc. 2.20. Relacja pomiędzy przekrojami [90]

$$\Psi = \Lambda^\delta$$

$$\Lambda = \frac{A_{bt}}{\min(A_b, A_t)} \quad (2.15)$$

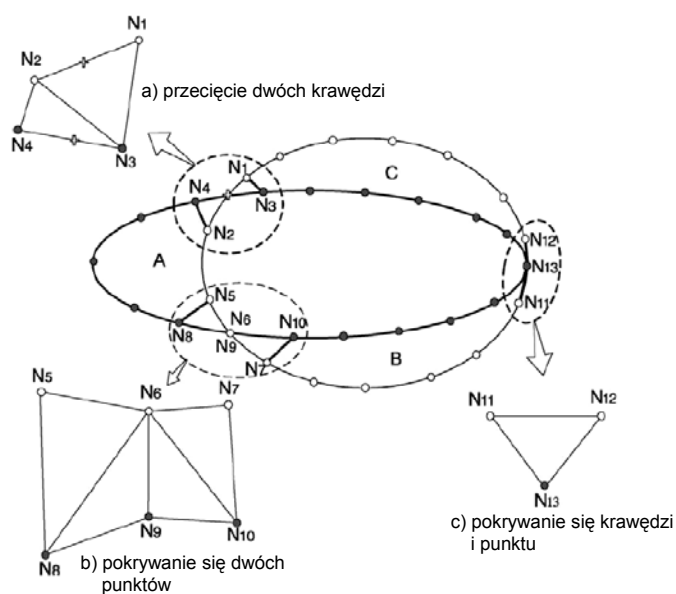
$$\eta = \frac{l_{\text{średnie}}}{h}$$

Współczynnik pokrycia przekrojów  $\Lambda$  jest zdefiniowany jako stosunek pól przekrojów aproksymowanych prostokątami opisanymi na przekrojach i przyjmuje wartości od 0

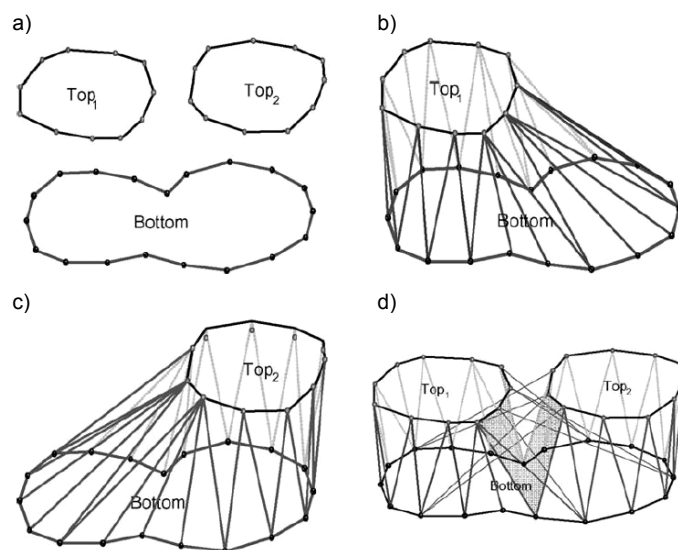
(brak pokrycia) do 1 (całkowite pokrycie). Gdy krzywa przekroju ma skomplikowany kształt, współczynnik pokrycia  $\Lambda$  nie jest wystarczający do opisu relacji pomiędzy przekrojami – z tego względu wprowadzono współczynnik odległości  $\eta$ , który jest stosunkiem średniej odległości pomiędzy punktami rozważanych krzywych przekroju oraz odległości pomiędzy warstwami. Ostatecznie relacja pomiędzy przekrojami zdefiniowana jest za pomocą współczynnika korelacji przekrojów  $\Psi$ . Arbitralnie przyjęta minimalna wartość współczynnika  $\Psi$  jest wykorzystywana do stwierdzenia, czy na rozważanych krzywych należy rozpiąć powierzchnię.

Gdy w wyniku analizy relacji pomiędzy przekrojami podjęta zostanie decyzja o rozpięciu powierzchni pomiędzy nimi, należy sprawdzić ich wzajemne położenie (ryc. 2.19b, c). W zależności od niego każda para krzywych jest dzielona na kilka par w celu ułatwienia późniejszego rozpinania powierzchni na tych krzywych. Dla przekrojów z ryc. 2.19b krzywe dzielone są w punkcie przecięcia, natomiast dla przekrojów z ryc. 2.19c podział tworzony jest przez najbliższe punkty na obydwu krzywych. Po dokonaniu podziału krzywych można przystąpić do rozpięcia powierzchni pomiędzy przekrojami. W tym celu dokonuje się łączenia punktów w trójkąty – tworzona jest powierzchnia fasetkowa – inaczej mówiąc wykonywana jest triangulacja przekrojów. Triangulacja rozpoczyna się od krańcowych punktów podzielonych krzywych. Dla przekrojów z ryc. 2.19b konieczne staje się rozważenie położenia punktów węzłowych krzywych przekrojów (ryc. 2.21).

Gdy następuje przecięcie dwóch krawędzi (ryc. 2.21a), konstruowane są dwa trójkąty. W sytuacji pokrywania się dwóch punktów (ryc. 2.21b) zbudowane zostaną cztery trójkąty oraz w ostatnim przypadku (ryc. 2.21c) – pokrywania się krawędzi i punktu – skonstruowany zostanie jeden trójkąt.



Ryc. 2.21. Triangulacja przekrojów [90]

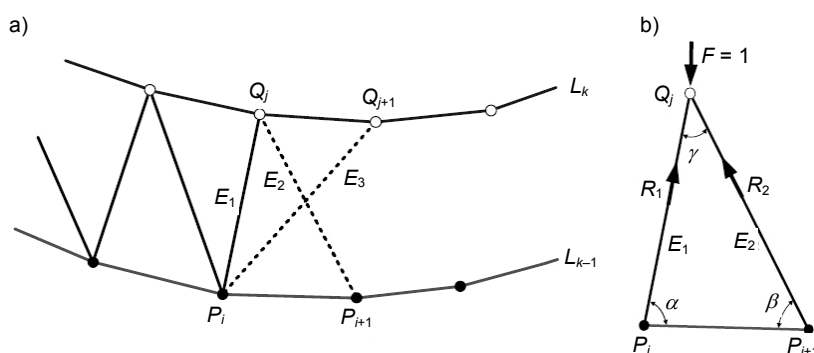


Ryc. 2.22. Triangulacja [90]

Po zainicjowaniu triangulacji można przystąpić do konstruowania powierzchni fasetkowej na krzywych przekrojów obiektu. Gdy jedna krzywa przekroju odpowiada dwóm innym, triangulacja jest przeprowadzana dla dwóch różnych par krzywych, co pokazano na ryc. 2.22 – w opisywanym przypadku należy wziąć pod uwagę również rodzaje wzajemnego położenia przekrojów pokazane na ryc. 2.19d–g.

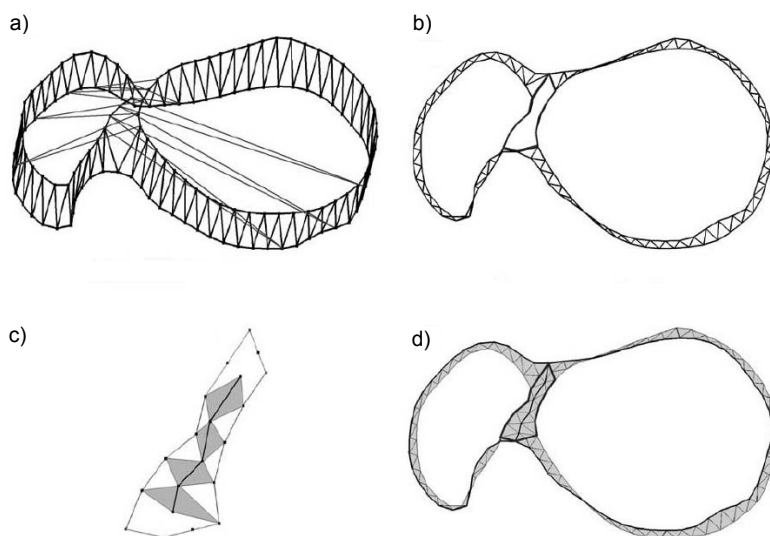
Gdy zachodzi konieczność wyboru jednego z dwóch trójkątów mogących tworzyć powierzchnię fasetkową, stosowane jest kryterium minimalnej siły – jeżeli nie daje ono rozstrzygnięcia, trójkąty budowane są naprzemiennie.

Powierznię fasetkową można porównać do kratownicy, stąd też optymalną jej strukturę można uzyskać minimalizując siłę przenoszoną przez układ prętów kratownicy pokazany na ryc. 2.23. Dla dwóch trójkątów –  $P_i P_{i+1} Q_j$  oraz  $P_i P_{i+1} Q_{j+1}$  – obliczane są wartości sił  $R_1$  i  $R_2$ . Trójkątem tworzącym fasetkę będzie ten, dla którego maksimum z  $R_1$  i  $R_2$  będzie mniejsze.



Ryc. 2.23. Kryterium minimalnej siły [90]

Kolejnym zagadnieniem do rozwiązania jest występowanie tak zwanych gałęzi w strukturze elementu (ang. *branching*) (ryc. 2.24).



Ryc. 2.24. Gałęzie w strukturze elementu [90]: a) nieprawidłowa triangulacja, b) obszar rozgałęzienia, c) interpolacja rozgałęzienia, d) prawidłowa gałąź

Po usunięciu nieprawidłowo skonstruowanych trójkątów (ryc. 2.24a) pozostaje niewypełniony obszar rozgałęzienia segmentów (ryc. 2.24b), który jest poddawany powtórnej triangulacji (ryc. 2.24c, d).

Podsumowując opisany powyżej algorytm, można zauważyć, że jego autorzy nie rozwiązali jednego z problemów triangulacji przekrojów pokazanego na ryc. 2.19h – występowania otworów w obiekcie.

Zagadnienie występowania otworów rozwiązuje algorytm triangulacji przekrojów opisany w pracy [3], którego główną ideą jest wykorzystanie funkcji pola zdefiniowanej w każdym punkcie bryły poprzez funkcje opisujące poszczególne przekroje. Algorytm ten składa się z trzech zasadniczych części:

- każdy z przekrojów obiektu opisywany jest wielobokiem, w którym mogą zawierać się inne wieloboki, a zatem algorytm dopuszcza występowanie otworów. Pierwszą operacją wykonywaną przez algorytm jest rozwarstwienie przekrojów płaszczyznami prostopadłymi do przekroju i przechodzącymi przez wierzchołki wieloboku – wynikiem rozwarstwienia jest zbiór trapezów, które są później wykorzystywane do zdefiniowania funkcji opisujących wieloboki w każdej płaszczyźnie przekroju;
- po rozwarstwieniu definiowane są funkcje pola dla każdej krzywej przekroju, które są skojarzone z funkcją zamykającą przekrój i zdefiniowaną w postaci powierzchni ciągnionej (ang. *loft surface* [12]);
- jeżeli to konieczne, funkcja pola definiowana jest jako kombinacja kilku funkcji – sytuacja ta może zajść wtedy, gdy w obiekcie występują otwory.

Końcowym efektem działania algorytmu jest funkcja opisująca powierzchnię obiektu.

W tym samym roku, co wyżej opisany algorytm, zaprezentowano w literaturze inny starający się rozwiązać problem konstrukcji powierzchni fasetkowej na podstawie przekroju obiektu [54]. Algorytm nazwany przez autorów algorytmem szybkiej triangulacji (ang. *Fast Triangulation Algorithm* – FTA) przeznaczony jest do budowy modeli biomedycznych, głównie kości długich. Algorytm rozwiązuje najprostszy problem fasetkowania przekrojów pokazany na ryc. 2.19c, d – w pozostałych przypadkach autorzy odsyłają do metod optymalizacyjnych, takich jak algorytmy genetyczne, nie precyzując szczegółów rozwiązania.

Knopf i Al-Naji [83] zastosowali sieć neuronową do rozwiązania problemu budowy modelu na podstawie serii przekrojów. Autorzy wykorzystali sieć Bernsteina (ang. *Bernstein Basis Function* – BBF), która przeznaczona jest do aproksymacji za pomocą krzywych i powierzchni. Współczynniki wagowe neuronów są utożsamiane z punktami kontrolnymi krzywych Beziiera. Metoda ta została również opisana w pracy [84].

Modelowanie kości długich zaprezentowane zostało również w artykule [150]. Opisany algorytm umożliwia budowę modeli z „gałęziami” (ryc. 2.19e, f, ryc. 2.24) – nie rozwiązuje zagadnienia występowania otworów. W algorytmie zastosowano

również metodę wygładzania modelu, zarówno w płaszczyznach przekrojów jak i w kierunku nich prostopadłym.

Autorzy artykułu [180] przedstawili algorytm wykorzystujący triangulację Delaunaya [141]. Ten typ triangulacji polega na połączeniu punktów w trójkąty w taki sposób, aby żaden z punktów nie znalazł się we wnętrzu okręgu opisanego na jakimkolwiek trójkącie zbudowanym podczas triangulacji. Pokazali również przykłady zastosowania opracowanej metody do budowy modeli serca, płuc, kości stopy, czaszki oraz kości długich.

Park [131] opisuje metodę konstruowania powierzchni rozpiętej na przekrojach. W odróżnieniu od większości prac z tego zakresu konstruowana powierzchnia nie jest powierzchnią fasetkową, ale powierzchnią gładką typu B-splajn.

Algorytm aproksymacji kształtu powierzchni rozpiętej na przekrojach, rozwiązujący problem występowania wielu „gałęzi” (ryc. 2.19f, g) opracowany został przez autorów pracy [63]. Problem ten rozkładany jest na zbiór pojedynczych „gałęzi”, z których każda analizowana jest oddzielnie. Kształty przekrojów aproksymowane są krzywymi typu splajn. Kształt modelu aproksymowany jest zbiorem powierzchni typu splajn. Jak zatem widać, w odróżnieniu od poprzednio opisanych metod, algorytm ten nie tworzy powierzchni fasetkowej. Niestety nie można uznać tego za zaletę, gdyż pokazane przez autorów przykłady obrazują wiele niedoskonałości odwzorowania kształtu obiektu.

## 2.4. SYSTEMY INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ

W niniejszym rozdziale zostaną przedstawione opisywane w literaturze systemy inżynierii rekonstrukcyjnej, co umożliwi ich porównanie oraz zapoznanie się ze stosowanymi metodami digitalizacji i przetwarzania uzyskanych wyników. Pokazane zostaną również dziedziny zastosowania inżynierii rekonstrukcyjnej oraz pozwoli ocenić kierunki dalszego ich rozwoju. Ponieważ opis prezentowanych rozwiązań będzie prowadzony w kolejności chronologicznej ich publikowania, można będzie również zapoznać się z rozwojem inżynierii rekonstrukcyjnej w ostatnim dziesięcioleciu.

Chen i Lin [16] opisują wykorzystanie systemu inżynierii rekonstrukcyjnej, w którym proces digitalizacji prowadzony jest za pomocą współrzędnościowej maszyny pomiarowej wyposażonej w głowicę dotykową oraz w system wizyjny. Digitalizacja wykonywana jest w dwóch etapach. W pierwszym z nich dokonywane jest skanowanie powierzchni za pomocą systemu wizyjnego, a otrzymane wyniki pozwalają na zbudowanie powierzchni fasetkowej składającej się z trójkątów; dokładność odwzorowania powierzchni jest sprawdzana za pomocą maszyny pomiarowej. Autorzy nie wyjaśnili czy opisywany system jest stosowany w praktyce przemysłowej. Pokazali jedynie jego zastosowanie w odwzorowywaniu ele-



mentów obudowy oraz zabawek (masek karnawałowych). Według autorów opracowania maksymalny błąd digitalizacji wynosi 0,04 mm.

Peng i Loftus [136] pokazują zastosowanie systemu odwzorowującego obiekty przestrzenne na podstawie analizy ich płaskich odwzorowań za pomocą systemu wizyjnego. Digitalizacja obiektu polega na wykonaniu trzech zdjęć obiektu przy tym samym ustawieniu kamery cyfrowej, ale oświetlonych pod innym kątem. Autorzy zamieścili w swej pracy opis algorytmu analizy wykonanych obrazów, którego zadaniem jest digitalizacja obiektu. W artykule przedstawiono również weryfikację doświadczalną zastosowanej metody digitalizacji – błędy względne odwzorowania sięgały 6%.

Werner i in. [187] opisują system inżynierii rekonstrukcyjnej wykonujący digitalizację za pomocą współrzędnościowej maszyny pomiarowej. Wyniki pomiarów stanowią podstawę do dopasowania metodą najmniejszych kwadratów powierzchni typu NURBS. Ostatnim etapem pracy systemu jest przygotowanie programu technologicznego dla obrabiarki sterowanej numerycznie. Ocena dokładności przeprowadzona podczas odwzorowywania powierzchni typu „fala” pokazała, że maksymalne błędy odwzorowania wynoszą 0,3 mm.

Au i Yuen [5] przedstawiają system inżynierii rekonstrukcyjnej zaprojektowany na potrzeby przemysłu odzieżowego. Odwzorowywanymi obiektami były torsy manekinów ludzkich sylwetek, które skanowano przy użyciu współrzędnościowej maszyny pomiarowej. Błąd względny odwzorowania wyniósł 2%, co autorzy uznają za dopuszczalne w opisywanym zastosowaniu, którym jest projektowanie ubrań.

Wang i Chuang [181] opisują system inżynierii rekonstrukcyjnej przeznaczony do odwzorowywania powierzchni swobodnych metodą bezdotykowego skanowania 4-osiowego. Skaner zbudowany został na podstawie dalmierza laserowego; skanowany przedmiot ustawiany jest na stole sterowanym w trzech osiach. Wyniki pomiarów przetwarzane są do postaci, która umożliwia ich aproksymację za pomocą płaskich krzywych typu splajn. Uzyskane krzywe łączone są ze sobą, tworząc powierzchnię modelu wirtualnego. Autorzy pokazali przykłady zastosowania systemu do odwzorowania przykładowych modeli (model samochodu, podeszwa buta, zabawka). Błędy odwzorowania zabawki o gabarytach około 60 mm × 40 mm × 4 mm wyniosły od 0,2 mm do 0,8 mm, w zależności od zastosowanego modelu matematycznego powierzchni modelu.

Chen i Lin [17] zastosowali metody inżynierii rekonstrukcyjnej podczas projektowania łopatek turbin dla siłowni jądrowych.

Tai i Huang [171] opracowali metodę, pozwalającą na aproksymowanie wyników pomiarów skanujących, wykonanych za pomocą współrzędnościowej maszyny pomiarowej krzywymi typu splajn. Istotnym założeniem przyjętym przez autorów jest to, iż punkty będące wynikiem pomiaru znajdują się na płaszczyźnie.

Carbone i in. [11] zaprezentowali system inżynierii rekonstrukcyjnej wykorzystujący do skanowania połączenie współrzędnościowej maszyny pomiarowej oraz systemu wizyjnego. Początkowym etapem pracy systemu jest pomiar za pomocą

skanera laserowego. Wyniki pomiarów służą do zbudowania modelu wirtualnego. Model ten pozwala na określenie parametrów kolejnego pomiaru – tym razem za pomocą współrzędnościowej maszyny pomiarowej wyposażonej w głowicę mierzącą. W pokazanym przykładzie zastosowania systemu, średnie błędy odwzorowania łopatki turbiny o wymiarach 60 mm × 20 mm × 30 mm wyniosły 0,025 mm.

Również Chan, Bradley i Vickers [13] zaprojektowali system inżynierii rekonstrukcyjnej, łączący system wizyjny ze współrzędnościową maszyną pomiarową. Kamera CCD używana jest do lokalizacji krawędzi skanowanego obiektu (w tym celu wykorzystano metody przestrzennej analizy obrazu). Uzyskane tą metodą dane pozwalają na optymalizację procesu skanowania na współrzędnościowej maszynie pomiarowej.

Zastosowanie samoorganizującej się sieci neuronowej do przetwarzania wyników pomiarów uzyskanych metodą skanowania laserowego, a następnie budowy modelu wirtualnego zaprezentowali Barhak i Fischer [9]. Zastosowanie sieci neuronowych w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej opisali również Peng i Loftus [137] oraz Lin [103].

Inżynieria rekonstrukcyjna znajduje również zastosowanie podczas prób zerzeniowych, pozwalając ograniczyć ich koszty, co opisano w pracy [23].

Chow i inni [24] opisują zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej do odwzorowywania elementów samolotu. Digitalizacja wykonywana jest skanerem laserowym; wyniki pomiarów przetwarzane są przez system komputerowo wspomaganego projektowania, a następnie przygotowany jest program sterujący dla centrum obróbkowego. Podawana przez autorów dokładność odwzorowania wyniosła  $\pm 0,127$  mm (0,005”).

Chuang, Chen i Yau [26] opracowali system umożliwiający generowanie trajektorii narzędzia na podstawie wyników pomiaru skanującego. Digitalizacja obiektu wykonywana jest kilkakrotnie skanerem przestrzennym i powoduje utworzenie kilku zbiorów punktów, które są ze sobą łączone tworząc jedną chmurę, na której rozpinana jest powierzchnia fasetkowa zbudowana z trójkątów, tworząca powierzchnię modelu. Dla tak utworzonego modelu generowana jest trajektoria freza trzpieniowego (promieniowego lub walcowego z zaokrąglonymi narożami).

Kolejne zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej w przemyśle odzieżowym opisują autorzy pracy [80]. W przedstawionym systemie wykorzystano skaner przestrzenny, umożliwiający digitalizację kształtu całego ciała modelki. Zbudowany model wirtualny pozwalał na komputerowo wspomaganie projektowanie ubrań.

Li i in. [102] pokazali zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej do wytwarzania metodą szybkiego prototypowania odwzorowań twarzy. Do digitalizacji wykorzystano skaner przestrzenny.

Chang i Chiang [15] opisali wykonywanie protez stomatologicznych metodami inżynierii rekonstrukcyjnej.

Zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej w projektowaniu i wytwarzaniu form odlewniczych przedstawili Ferreira i Alves [39]. Modele obiektów digitalizowane są za pomocą skanera laserowego, a następnie budowany jest model wirtualny, który służy do analizy wytrzymałościowej metodą elementów skończonych. Po ewentualnych zmianach wprowadzonych do konstrukcji projektowana jest i wykonywana forma odlewnicza.

Hsiao i Chuang [52] opisują projektowanie zabawek, wykorzystujące inżynierię rekonstrukcyjną. Projektant (artysta rzeźbiarz) wykonuje z pianki poliuretanowej model zabawki, który jest digitalizowany metodą bezdotykową. Na podstawie uzyskanych wyników generowany jest model wirtualny, który po wprowadzeniu poprawek oraz innych niezbędnych elementów służy do opracowania technologii wykonania elementu. Głównym celem opisywanego systemu jest skrócenie czasu przygotowania wyrobu do produkcji.

Digitalizację ludzkich sylwetek wykonywaną za pomocą skanera laserowego, stosowaną między innymi podczas projektowania odzieży, opisali autorzy artykułu [178]. Zastosowany przez autorów algorytm, wykorzystując logikę rozmytą, umożliwia również rozpoznawanie elementów ciała, takich jak głowa, kończyny lub tułów.

Migacz, Kwaczyński i Nazzal [122] oraz Zhang [208] opisali systemy inżynierii rekonstrukcyjnej, w których wykorzystano współrzędnościową maszynę pomiarową, system komputerowo wspomaganego projektowania i wytwarzania oraz trójosiowe centrum frezarskie.

Niecodzienne zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej opisali Lee, Hong oraz Kim [94]. Prowadzone przez nich badania polegały na skanowaniu metodą bezdotykową damskich biustów. Celem prac było zaprojektowanie optymalnego kształtu damskiej bielizny.

Projektowanie korbowodów oraz matryc do ich wykonania, wykorzystujące inżynierię rekonstrukcyjną przedstawili autorzy referatu [118].

Yao [199] opisał zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej w kontroli jakości wyrobów. Projekt wyrobu zapisany w formacie STL (zbiór trójkątów interpolujących powierzchnię bryły) wykonywany jest metodą szybkiego prototypowania, a następnie digitalizowany skanerem laserowym. Budowany jest model wirtualny, który porównywany jest z projektem.

Podsumowanie prac z zakresu inżynierii rekonstrukcyjnej realizowanych na Uniwersytecie w Edynburgu zaprezentowano w artykule [37].

Zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej do odwzorowywania kształtu głowy, na podstawie pomiarów skanerem laserowym, przedstawiono w artykule [210]. Szersze omówienie zastosowania inżynierii rekonstrukcyjnej w odwzorowywaniu wewnętrznych struktur ciała, przede wszystkim na podstawie wyników diagnostyki obrazowej, przedstawiono w pracy [168].

Lin, Wang i Dai [106] opisują projektowanie sztucznych stawów kolanowych. Model stawu digitalizowany jest za pomocą współrzędnościowej maszyny pomia-

rowej, a następnie budowany jest jego model wirtualny. Korzystając z bazy danych zawierającej informacje o parametrach geometrycznych stawów, wprowadzane są modyfikacje modelu wirtualnego, co w rezultacie daje projekt protezy przygotowany dla konkretnego pacjenta.

Wu i Yu [192] stwierdzają, iż wiele obiektów, będących wytworami człowieka ma kształt, w którym można wyróżnić krzywe oraz rozpięte na nich powierzchnie. Stąd też digitalizacja krzywych może posłużyć do zbudowania modelu wirtualnego obiektu. Do digitalizacji autorzy pracy wykorzystali system fotogrametryczny.

Yang i Chen [198] opisują metodę digitalizacji nazywaną *haptic volume removing*, która polega na wirtualnym „rzeźbieniu” skanowanego obiektu. Używając specjalnego skanera, operator prowadzi końcówkę skanującą po powierzchni obiektu, a oprogramowanie skanera traktuje te ruchy jako ścieżkę dłuta usuwającego materiał z bryły.

Integrację systemu wizyjnego ze współrzędnościową maszyną pomiarową wyposażoną w stół obrotowy opisują autorzy pracy [206]. Skaner laserowy digitalizuje linie, będące przecięciem płaszczyzny wiązki światła z powierzchnią obiektu. Maszyna współrzędnościowa stosowana jest do digitalizacji ostrych krawędzi. Według autorów dokładność odwzorowania obiektów wynosi  $\pm 0,03$  mm.

Mohaghegh i inni [124] prezentują system inżynierii rekonstrukcyjnej umożliwiający odwzorowywanie kształtu łopatek turbin, które digitalizowane są skanerem laserowym. Otrzymany zbiór punktów aproksymowany jest powierzchnią, z uwzględnieniem parametrów otrzymanych na drodze analityczno-eksperymentalnej.

System inżynierii rekonstrukcyjnej wykorzystujący sieć neuronową do optymalizacji powierzchni fasetkowej interpolującej kształt obiektu, przedstawili autorzy artykułu [152].

Zagadnienia inżynierii rekonstrukcyjnej są również omawiane w literaturze patentowej. Bae i Lee [7] otrzymali patent dotyczący zagadnień oceny dokładności odwzorowywania obiektów w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej. Kim i Ko [78] opatentowali system inżynierii rekonstrukcyjnej, w którym zastosowali system wizyjny kalibrowany za pomocą czujnika dotykowego. Chen, Jeng i Shiou [18] opracowali metodę umożliwiającą zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej do wspomagania zabiegów chirurgicznych. Morikawa, Kaneo i Motoyama [125] otrzymali patent na algorytm budowy powierzchni modelu, zdigitalizowanego metodami bezdotykowymi. Rabello wraz z zespołem [146] opatentowali kompleksowy system inżynierii rekonstrukcyjnej. Podobne zagadnienia są przedmiotem patentu [197].

## 2.5. PODSUMOWANIE INFORMACJI O INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ

Reasumując zamieszczone wcześniej informacje na temat inżynierii rekonstrukcyjnej można stwierdzić, iż:

- dominującą rolę wśród sposobów digitalizacji pełnią dwie metody:
  - pomiar za pomocą skanerów laserowych (lub szerzej rozumianych systemów wizyjnych),
  - pomiar z wykorzystaniem współrzędnościowej techniki pomiarowej;
- autorzy wielu prac prezentują różnorodne metody filtracji chmury punktów – niemniej jednak należy w tym miejscu zadać podstawowe pytanie – co jest celem filtracji? Oczywiście zredukowanie ilości punktów, które ma zmniejszyć wymagania dotyczące rozmiarów wykorzystywanej pamięci operacyjnej oraz poprawić wydajność obliczeniową systemu komputerowo wspomaganego projektowania. Ponadto zdigitalizowane punkty są obciążone błędem pomiaru, w literaturze nazywanym „szumem” (ang. *noise*) – szum ten można starać się odfiltrować (ryc. 2.25). Ale należy również zauważyć, iż z każdym kolejnym rokiem wzrasta wydajność systemów komputerowych i maleje ich cena, stąd też wydaje się, iż problem filtracji – który jeszcze niedawno był jednym z najważniejszych problemów inżynierii rekonstrukcyjnej – traci na swoim znaczeniu. O ile dotychczas wykonywano filtrację redukującą liczbę punktów, kosztem utraty dokładności odwzorowania obiektu (gdyż bez tego rozmiar pliku danych i czas obliczeń byłyby nie do zaakceptowania), o tyle obecnie coraz częściej filtracja jest wykonywana w granicach błędu pomiaru skanującego i ma na celu usunięcie „szumu” pomiarowego, a więc nie powoduje zmniejszenia dokładności odwzorowania;



Ryc. 2.25. Filtracja odwzorowania twarzy uzyskanego za pomocą skanera światła strukturalnego [151]

- jakkolwiek spotyka się w literaturze próby dopasowania powierzchni krzywoliniowych do chmury punktów, niemniej jednak w większości przypadków na chmurze punktów rozpinana jest powierzchnia fasetkowa (wykonywana jest triangulacja, polegająca na skonstruowaniu powierzchni składającej się z przylegających trójkątów, których wierzchołki są punktami chmury);
- metody rozpinania powierzchni fasetkowych na chmurach punktów uzyskanych metodami skanowania laserowego lub pomiarów współrzędnościowych osiągnęły znaczny stopień doskonałości i nie widać w tym zakresie istotnego postępu;
- algorytmy triangulacji chmury punktów z wyodrębnionymi przekrojami obiektu cechują się dużym stopniem komplikacji i w znaczący sposób zwiększają koszt oprogramowania (na przykład systemy Mimics i Amira);
- nie ma jednoznacznej metody oceny dokładności wykonania elementów odwzorowanych metodami inżynierii rekonstrukcyjnej, co jest związane z koniecznością porównywania powierzchni krzywoliniowych;
- inżynieria rekonstrukcyjna ma zastosowanie do odwzorowywania obiektów zdigitalizowanych metodami diagnostyki obrazowej (tomografia komputerowa, rezonans magnetyczny), ale brakuje jednoznacznego opisu metod detekcji krawędzi zobrazowanych obiektów – do detekcji krawędzi stosowane są metody analizy obrazów, których przeznaczeniem nie jest inżynieria rekonstrukcyjna, stąd też nie ma oceny dokładności takich odwzorowań.

Powyższe względy zdecydowały, iż autor podjął próbę opracowania metody oceny dokładności odwzorowania obiektów i jej wykorzystania w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej.

Również zagadnienia odwzorowywania obiektów na podstawie obrazów tomograficznych znalazły się w dziedzinie zainteresowań naukowych autora, co zaowocowało opracowaniem metody detekcji krawędzi i jej zastosowaniem w praktyce klinicznej, polegającej na projektowaniu protez do zabiegów chirurgii kości czaszki.

Natomiast zagadnienia metod analizy obrazów skłoniły autora do zajęcia się tematem odwzorowywania obiektów na płaszczyźnie i ich zastosowaniem w grawerowaniu.

### 3. ZASTOSOWANIE METOD INTERPOLACYJNYCH W INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ

Wynikiem pomiaru skanującego jest zbiór (chmura) punktów, które nie tworzą regularnej siatki węzłów. Gdyby dało się przekształcić chmurę punktów do postaci regularnej siatki, można by w znaczący sposób uprościć jej analizę i ewentualne transformacje. Ponadto regularna siatka węzłów mogłaby zostać traktowana tak jak obraz (zdjęcie) obiektu, a zatem otwierałaby się możliwość zastosowania metod analizy obrazu do przetwarzania informacji uzyskanej poprzez pomiar skanujący. Transformacja chmury punktów do postaci regularnej siatki węzłów dałaby możliwość jednolitego opisu i analizy wyników pomiarów skanujących z zastosowaniem maszyn współrzędnościowych lub skanerów optycznych, jak również danych obrazowych uzyskanych na przykład metodami tomografii komputerowej.

W dalszej części rozdziału opisano interpolację i aproksymację zbioru punktów w przestrzeni 3-wymiarowej. W szczególności opisano zastosowanie interpolacji Sheparda w wersji przedstawionej przez Liszkę [108] oraz opracowaną przez autora modyfikację i zastosowanie w inżynierii rekonstrukcyjnej geostatystycznej metody krigingu. Zaprezentowano również porównanie dokładności opisanych metod wykonanych przez autora.

W rozdziale opisano również opracowaną przez autora metodę korekcji promieniowej końcówki pomiarowej, wykorzystującą interpolację krigingową.

Rozdział kończy opis opracowanego przez autora systemu inżynierii rekonstrukcyjnej wykorzystującego metody interpolacyjne.

Zagadnienie interpolacji można zdefiniować następująco:

Dany jest zbiór  $N$  punktów  $P_i(x_i, y_i, z_i)$ ,  $z_i = F(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Należy znaleźć funkcję  $f(x, y)$ , która interpoluje (lub aproksymuje) funkcję  $F(x, y)$ .

W celu rozwiązania przedstawionego problemu opracowano kilka metod matematycznych, między innymi omówionych w dalszej części pracy: interpolacja Sheparda, metoda odwrotnych odległości od punktu węzłowego, metoda funkcji podstaw radialnych oraz kriging. W literaturze opisywane są również metody: minimalnej krzywizny [76], naturalnego sąsiada [163], najbliższego sąsiada [169], regresji wielomianowej [34].

Metody interpolacji nieregularnej siatki węzłów są rozpatrywane jako zagadnienie globalne lub lokalne. W interpolacji globalnej brane są pod uwagę wszystkie punkty ze zbioru ( $P_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ ) – metoda ma zastosowanie dla zbiorów o niewielkiej liczebności, gdyż wymaga znacznego nakładu obliczeń. W celu zredukowania czasu obliczeń stosuje się metody lokalne, polegające na tym, że do obliczeń brane są punkty z otoczenia punktu interpolowanego. Dobór punktów odbywa się najczęściej w ten sposób, że zakłada się wartość promienia otoczenia analizowa-

nego punktu i do obliczeń przyjmuje jedynie punkty z tego otoczenia – problem ten rozwiązuje się nie jako problem przestrzenny, ale jako rzut na płaszczyznę OXY.

### 3.1. INTERPOLACJA SHEPARDA

W roku 1965 Donald Shepard [42, 46, 75] zaproponował rozszerzenie klasycznej metody interpolacji Newtona [34] na większą liczbę wymiarów niż jeden:

$$f(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i(x_i, y_i) \cdot z_i}{\sum_{i=1}^N w_i(x_i, y_i)} \quad (3.1)$$

gdzie:

$$w_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\left(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}\right)^n} \quad (3.2)$$

W typowych zastosowaniach  $n = 2$  jakkolwiek możliwe są również inne wartości wykładnika.

Stosując klasyczną metodę Sheparda, nie można znaleźć ekstremów lokalnych, stąd też dokonano jej modyfikacji w sposób podany poniżej [42]:

$$f(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i(x_i, y_i) \cdot \left[ z_i + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_i (x-x_i) + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_i (y-y_i) \right]}{\sum_{i=1}^N w_i(x_i, y_i)} \quad (3.3)$$

Opisana powyżej metoda wymaga wcześniejszego obliczenia wartości pochodnych w punktach węzłowych, czyli przeprowadzenia kolejnych obliczeń na zbiorze punktów.

### 3.2. ZMODYFIKOWANA METODA SHEPARDA

Tradycyjna metoda Sheparda nie daje możliwości znalezienia ekstremów lokalnych, natomiast jej modyfikacja polegająca na dodaniu wartości pochodnych cząstkowych w węzłach wymaga dodatkowych obliczeń. W celu uniknięcia powyż-



szych problemów Liszka zaproponował modyfikację metody Sheparda poprzez zastosowanie rozwinięcia w szereg Taylora [68, 75, 108].

Rozwinięcie funkcji dwóch zmiennych w szereg Taylora [217] wokół punktu  $P(x_0, y_0)$  można zapisać następująco:

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + (x - x_0) \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y} + \dots + R_n \quad (3.4)$$

Dla  $n$  węzłów  $(x_i, y_i, z_i)$  można zdefiniować funkcjonal:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, f, f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}) = \\ = \sum_{i=1}^n w_i \left[ f + h_i f_x + k_i f_y + \frac{h_i^2}{2} f_{xx} + h_i k_i f_{xy} + \frac{k_i^2}{2} f_{yy} - f_i \right]^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdzie:

$f = f(x, y)$  – poszukiwana wartość funkcji w punkcie o współrzędnych  $(x, y)$ ,

$f_i = f(x_i, y_i)$  – wartości funkcji w węzłach o współrzędnych  $(x_i, y_i)$ ,

$h_i = x - x_i$ ,

$k_i = y - y_i$ ,

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_y = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$w_i = \frac{1}{\left( \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} + \varepsilon \right)^n} \quad (3.6)$$

gdzie:

$\varepsilon$  – parametr aproksymacji (dla  $\varepsilon = 0$  – interpolacja),

$n$  – decyduje o stopniu tłumienia składników pochodzących od dalszych punktów.

Należy znaleźć minimum funkcji  $\Phi$  rozwiązując układ równań liniowych:

$$\begin{cases} \partial \Phi / \partial f = 0 \\ \partial \Phi / \partial f_x = 0 \\ \partial \Phi / \partial f_y = 0 \\ \partial \Phi / \partial f_{xx} = 0 \\ \partial \Phi / \partial f_{xy} = 0 \\ \partial \Phi / \partial f_{yy} = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Rozwiązaniem powyższego układu równań są wartości funkcji i jej pochodnych w punkcie  $(x, y)$ . Ponadto, w zależności od przyjętej wartości parametru  $\varepsilon$ , otrzymane wyniki są rezultatem interpolacji albo aproksymacji.

### 3.3. METODA ODWROTNYCH ODLEGŁOŚCI OD PUNKTU WĘZŁOWEGO

Metodę interpolacyjną nazywaną w języku angielskim *inverse distance to a power* [42, 169] można przedstawić za pomocą następujących wzorów:

$$f(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{z_i}{h_i^n}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{h_i^n}} \quad (3.8)$$

gdzie:

$$h_i = \sqrt{d_i^2 + \varepsilon^2} \quad d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (3.9)$$

Jak widać z powyższych wzorów, jest to rozszerzenie interpolacji Sheparda na zagadnienie aproksymacji przez wprowadzenie parametru  $\varepsilon$ .

### 3.4. METODA FUNKCJI PODSTAW RADIALNYCH

Aproksymacja z wykorzystaniem funkcji podstaw radialnych (*Radial Basis Functions* – RBF) [155, 201] opisana jest wzorem:

$$f(x, y) = \chi(x, y) + \sum_{i=1}^N w_i \xi(\|x - x_i, y - y_i\|) \quad (3.10)$$

gdzie:

$f(x, y)$  – funkcja aproksymująca (funkcja podstaw radialnych),

$\chi(x, y)$  – wybrany wielomian,

$w_i$  – współczynnik wagowy,

$\| \cdot \|$  – norma euklidesowa,

$\xi$  – funkcja podstawowa, na przykład postaci:

$$\xi(r) = r^2 \lg r$$

$r$  – odległość od początku układu współrzędnych (promień wodzący).

### 3.5. KRIGING PROSTY

Kriging prosty (ang. *simple kriging*), którego nazwa pochodzi od nazwiska Kriege [69, 86, 176], jest odmianą regresji wielorakiej i opisany jest jako średnia ważona

$$f(x, y) = m + \sum_{i=1}^N w_i (z_i - m), \quad (3.11)$$

gdzie  $m$  jest średnią z wartości  $z_i$ .

Przekształcenie powyższego wzoru (wykorzystując estymację wariancji) daje rezultat w postaci układu równań liniowych:

$$\sum_{j=1}^N w_j \cdot C(x_i, y_i, x_j, y_j) = C(x_i, y_i, x, y), \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.12)$$

gdzie  $C()$  jest kowariancją

$$C(x_i, y_i, x_j, y_j) = (z_i - m)(z_j - m) \quad (3.13)$$

### 3.6. KRIGING NORMALNY

Kriging normalny (ang. *ordinary kriging*) [69, 176] jest metodą interpolacyjną opisaną wzorem:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot f_i(x_i, y_i) \quad (3.14)$$

Wykorzystując estymację wariancji, można zapisać:

$$\sigma^2 = \text{var}(f(x, y) - F(x, y)) = E\left(\left(f(x, y) - F(x, y)\right)^2\right) \quad (3.15)$$

gdzie  $\text{var}()$  jest wariancją, a  $E()$  wartością oczekiwaną.

Następnie można podać:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E\left(\left(f(x, y) - F(x, y)\right)^2\right) = \\ &= -\gamma(x, y, x, y) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \cdot w_j \cdot \gamma(x_i, y_i, x_j, y_j) + \\ &+ 2 \cdot \sum_{i=1}^N w_i \cdot \gamma(x_i, y_i, x, y) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Należy znaleźć minimum powyższej funkcji przy dodatkowym warunku:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (3.17)$$

Istotnym składnikiem powyższych wzorów jest funkcja  $\gamma$ , która nazywana jest wariogramem.

Korzystając z metody mnożników Lagrange'a [144], można zapisać:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial w_i} \left( -\gamma(x, y, x, y) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \cdot w_j \cdot \gamma(x_i, y_i, x_j, y_j) + \right. \\ \left. + 2 \cdot \sum_{i=1}^N w_i \cdot \gamma(x_i, y_i, x, y) + \lambda \cdot \left( \sum_{i=1}^N w_i - 1 \right) \right) = 0 \\ \sum_{i=1}^N w_i - 1 = 0 \end{array} \right. \quad (3.18)$$

Podstawiając:

$$\mu = -\frac{1}{2} \lambda \quad (3.19)$$

otrzymamy układ równań liniowych w postaci:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N w_j \cdot \gamma(x_i, y_i, x_j, y_j) + \mu = \gamma(x_i, y_i, x, y) \quad i = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N w_j = 1 \end{array} \right. \quad (3.20)$$

którego rozwiązaniem są współczynniki wagowe dla poszczególnych punktów.

### 3.6.1. Wariogram

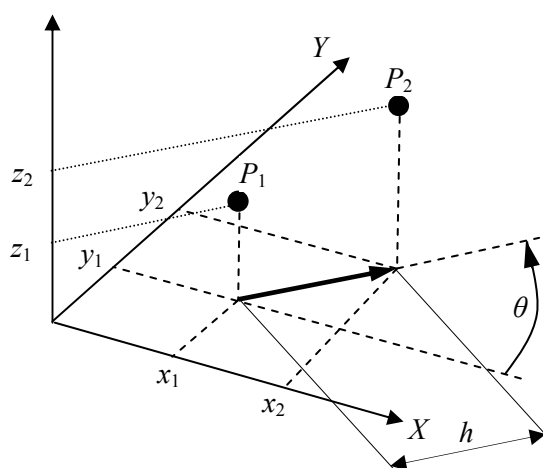
Wariogram (zwany również semiwariancją) jest miarą zróżnicowania wartości. Wariogram dla danych dwóch punktów  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  i  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  jest zdefiniowany wzorem:

$$\gamma(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{1}{2} (z_2 - z_1)^2 \quad (3.21)$$

Wariogram należy interpretować jako funkcję pokazującą zróżnicowanie wysokości punktów  $P_1$  i  $P_2$  w odniesieniu do długości ( $h$ ) i położenia kąowego ( $\theta$ ) wektora utworzonego poprzez rzutowanie analizowanych punktów na płaszczyznę OXY (ryc. 3.1):

$$h = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (3.22)$$

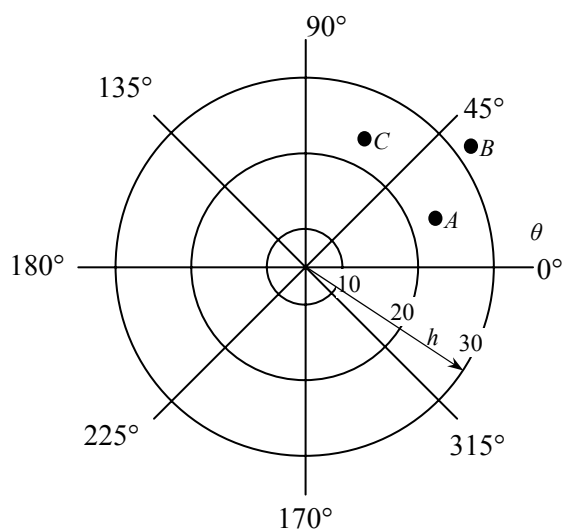
$$\theta = \arctg \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Ryc. 3.1. Schemat obliczania wartości wariogramu

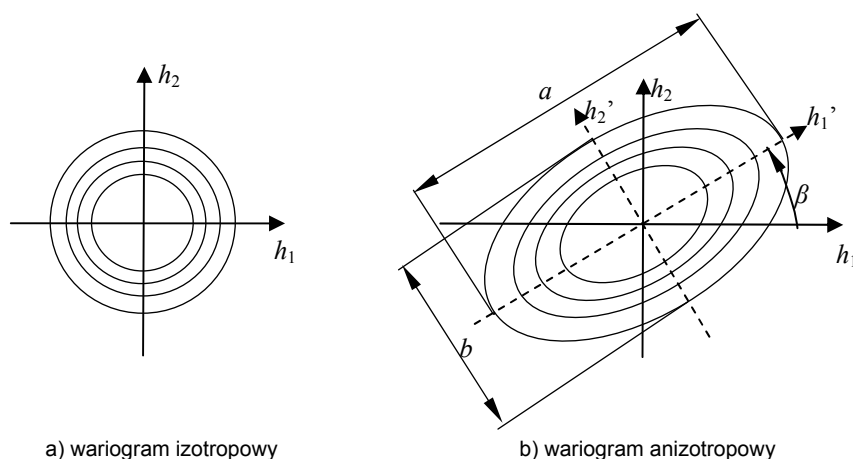
Wariogram obliczony dla zbioru punktów za pomocą przedstawionych powyżej wzorów nazywany jest wariogramem eksperymentalnym. Niestety jego uzyskanie jest bardzo trudne, gdyż należałoby obliczyć wartość funkcji  $\gamma$  dla wszystkich par punktów ze zbioru – ich liczebność jest określona wzorem  $N(N - 1)/2$ . Dla przykładu: gdy  $N = 5000$ , ilość par punktów wyniesie 12 497 500. Czas obliczeń wartości funkcji wariogramu (funkcji dwóch zmiennych: odległości i kąta) byłby zbyt długi, aby w praktyce można było zastosować opisywaną metodę.

Aby skrócić czas obliczeń, wariogram eksperymentalny jest obliczany dla arbitralnie przyjętych klas odległości  $h$  oraz kąta  $\theta$ . Ponadto pary punktów, dla których odległość  $h$  jest większa od wstępnie przyjętej wartości, są eliminowane z obliczeń [169]. Na przykład dla trzech punktów:  $P_1(10, 10, 20)$ ,  $P_2(30, 20, 10)$ ,  $P_3(40, 40, 30)$  otrzymamy trzy pary punktów –  $A(P_1, P_2)$ ,  $B(P_1, P_3)$ ,  $C(P_2, P_3)$ , które pokazano na ryc. 3.2. Para punktów  $B$  nie będzie brana pod uwagę w dalszej części obliczeń. Natomiast w poszczególnych klasach znajdują się wartości wariogramu – gdy więcej niż jedna para punktów jest zlokalizowana w tej samej klasie, wtedy obliczana jest wartość średnia wariogramu dla tych par punktów.



Ryc. 3.2. Przykładowe klasy odległości  $h$  oraz kąta  $\theta$  (3 klasy odległości oraz 8 klas kąta) oraz pary punktów opisane w przykładzie

Cechy wariogramu eksperymentalnego mogą zostać przedstawione na płaszczyźnie  $XY$  za pomocą wykresu izolinii wariogramu w funkcji odległości  $h$  [69, 169, 176]. W idealnym przypadku izolinie są okręgami o środkach leżących w środku układu współrzędnych. W takiej sytuacji wartość funkcji wariogramu zależy tylko od odległości  $h$ , a wariogram nazywany jest wariogramem izotropowym (ryc. 3.3a). W przeciwnym przypadku izolinie wariogramu mogą być aproksymowane przez koncentryczne elipsy – wariogram nazywany jest anizotropowym (ryc. 3.3b).



Ryc. 3.3. Cechy wariogramu eksperymentalnego

W celu uproszczenia późniejszego wykorzystania wariogramu w metodzie krigingu wariogram eksperymentalny zastępowany jest modelem wariogramu.

Anizotropowy wariogram eksperymentalny jest transformowany do modelu izotropowego – jest to konieczne, gdyż modele wariogramu są zdefiniowane jako izotropowe. Transformacji można dokonać przez obrót i dylatację wariogramu anizotropowego – do opisu transformacji stosuje się następujące parametry:

- współczynnik anizotropii, który definiowany jest jako iloraz wartości  $a/b$  (ryc. 3.3),
- kąt anizotropii  $\beta$ .

Odległość  $h$  transformowana do modelu izotropowego opisana jest wzorem [169]:

$$h = \sqrt{\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{a}\right)^2 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{b}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}} \quad (3.23)$$

$\Delta x = x_2 - x_1$        $\Delta y = y_2 - y_1$

### 3.6.2. Modele wariogramu

W literaturze [28, 82, 130, 169] opisano kilkanaście modeli wariogramu, między innymi ( $C$  oznacza dowolną stałą):

- 1) model liniowy [169]:

$$\gamma(h) = C \cdot h \quad (3.24)$$

- 2) model Gaussa [169]:

$$\gamma(h) = C \cdot \left(1 - e^{-h^2}\right) \quad (3.25)$$

- 3) model wykładniczy [28, 169]:

$$\gamma(h) = C \cdot \left(1 - e^{-h}\right) \quad (3.26)$$

- 4) model sześcienny [130, 169]:

$$\gamma(h) = C \cdot \left(7h^2 - 8,75h^3 + 3,5h^5 - 0,75h^7\right) \quad (3.27)$$

5) model falowy [28, 169]:

$$\gamma(h) = C \cdot \left( 1 - \frac{\sin h}{h} \right) \quad (3.28)$$

6) model kwadratowy [169]:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C(2h - h^2) & h < 1 \\ C & h \geq 1 \end{cases} \quad (3.29)$$

7) model kwadratowy wymierny [28,169]:

$$\gamma(h) = C \cdot \left( \frac{h^2}{1+h^2} \right) \quad (3.30)$$

### 3.6.3. Kriging normalny we współrzędnych cylindrycznych

Opisana w poprzednim rozdziale metoda jest stosowana w geodezji i kartografii, a co za tym idzie wymaga adaptacji do zastosowań w analizie wyników pomiarów części maszyn.

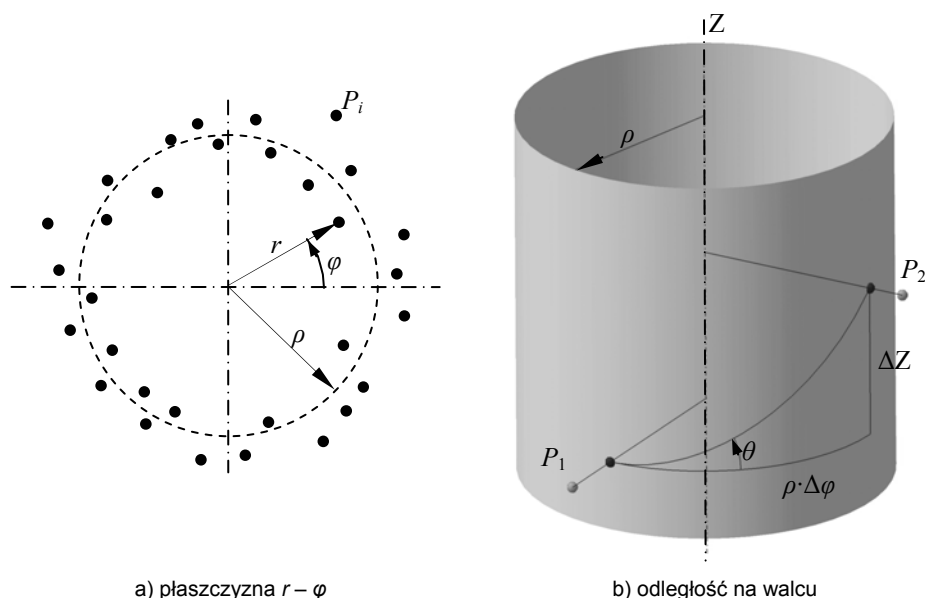
Kriging normalny zdefiniowany został we współrzędnych kartezjańskich, a zatem jego zastosowanie do interpolacji danych uzyskanych, na przykład za pomocą skanerów laserowych z obrotowym stołem lub tomografii komputerowej, jest utrudnione. Z tego względu autor opracował metodę krigingu normalnego we współrzędnych cylindrycznych [69]. Schemat metody został pokazany na ryc. 3.4.

Transformacja współrzędnych kartezjańskich  $(x, y, z)$  na współrzędne cylindryczne  $(r, \varphi, z)$  powoduje, że należy rozwiązać problem interpolacji funkcji  $r(\varphi, z)$  dla danych  $N$  punktów  $P_i(r_i, \varphi_i, z_i)$ , gdzie  $r_i = F(\varphi_i, z_i)$ .

Podstawowym problemem do rozwiązania jest zdefiniowanie odległości i kąta między dwoma punktami opisanymi w układzie cylindrycznym. Może to zostać rozwiązane przez wprowadzenie walca odniesienia o promieniu  $\rho$ , który jest obliczany następująco:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N} \quad (3.31)$$





Ryc. 3.4. Schemat krigingu we współrzędnych cylindrycznych

Odległość  $h$  oraz kąt  $\theta$  między punktami  $P_1(r_1, \varphi_1, z_1)$  i  $P_2(r_2, \varphi_2, z_2)$  są obliczane na podstawie rzutów tych punktów na powierzchnię walca odniesienia:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1 & \Delta z &= z_2 - z_1 \\ h &= \sqrt{(\rho \cdot \Delta\varphi)^2 + (\Delta z)^2} \\ \theta &= \arctg \frac{\Delta z}{\rho \cdot \Delta\varphi} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Stosowanie metody krigingu opisanej we współrzędnych cylindrycznych niesie ze sobą zasadnicze ograniczenie – nie ma możliwości wykorzystania gotowego oprogramowania geostatystycznego. Jakkolwiek autor niniejszej pracy przygotował program komputerowy implementujący przedstawioną metodę, lecz niestety do pełnej funkcjonalności brakuje mu efektywnej obliczeniowo procedury obliczania modelu wariogramu. Oczywiście można by kontynuować pracę nad programem w celu jego rozbudowy o brakujące elementy, ale wydaje się, że znacznie lepszym rozwiązaniem jest opracowanie i oprogramowanie metody adaptacji wyników pomiarów do postaci danych akceptowanych przez istniejące oprogramowanie – można tego dokonać poprzez „rozwiniecie” walca.

Niech danych będzie  $N$  punktów  $P_i(r_i, \varphi_i, z'_i)$ , gdzie  $r_i = F(\varphi_i, z'_i)$  – punkty te mogą być przykładowo wynikiem pomiaru skanującego wykonanego za pomocą

skanera laserowego ze stołem obrotowym (ryc. 3.4a) – oś  $Z'$  jest osią walca, którego promień  $\rho$  obliczony jest ze wzoru (3.31). Rozwinięcie pobocznic walca da w rezultacie transformację układów współrzędnych cylindrycznego  $(r, \varphi, z')$  do kartezjańskiego  $(x, y, z)$ , w którym współrzędna  $z$  będzie reprezentowała odległość punktu od pobocznic walca odniesienia o promieniu  $\rho$ :

$$\begin{aligned}x &= \rho \cdot \varphi \\y &= z' \\z &= r - \rho\end{aligned}\tag{3.33}$$

Aby zmniejszyć błędy interpolacji na obrzeżach, można dodatkowo zastosować „zakładkę” pobocznic walca tak, aby zapewnić ciągłość danych. Przykład zastosowania opisaney metody interpolacyjnej pokazany jest na ryc. 3.5.



Ryc. 3.5. Przykład interpolacji krigingowej w układzie walcowym zastosowanej do chmury punktów definiującej powierzchnię czaszki

### 3.6.4. Zastosowanie metody krigingu w interpolacji

Algorytm interpolacji krigingowej składa się z trzech głównych części:

- 1) analiza kowariancji (dla krigingu prostego) lub wariogramu (dla krigingu normalnego),
- 2) obliczenie współczynników wagowych,
- 3) interpolacja.

Model wariogramu obliczony w pierwszej części realizacji algorytmu interpolacji jest używany do obliczenia wartości współczynników wagowych za pomocą układu równań (3.20), który może zostać zapisany następująco:

$$\begin{bmatrix} \gamma(P_1, P_1) & \dots & \gamma(P_1, P_N) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(P_N, P_1) & \dots & \gamma(P_N, P_N) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(P_1, P_0) \\ \vdots \\ \gamma(P_N, P_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

gdzie:

- $P = P(x, y, z); f = f(x, y)$  – jest poszukiwaną wartością funkcji dla arbitralnie przyjętych wartości  $(x, y)$ ,
- $\gamma$  – jest funkcją wariogramu (modelem wariogramu) obliczoną w pierwszej części algorytmu.

Obliczenie wartości współczynników wagowych dla wszystkich punktów zbioru mogłoby być bardzo czasochłonne, stąd też obliczenia ogranicza się do punktów o współrzędnych  $(x_i, y_i)$  znajdujących się w sąsiedztwie poszukiwanego punktu o przyjętych wartościach  $(x, y)$ . Obliczone współczynniki wagowe zostaną wykorzystane w następnym części algorytmu.

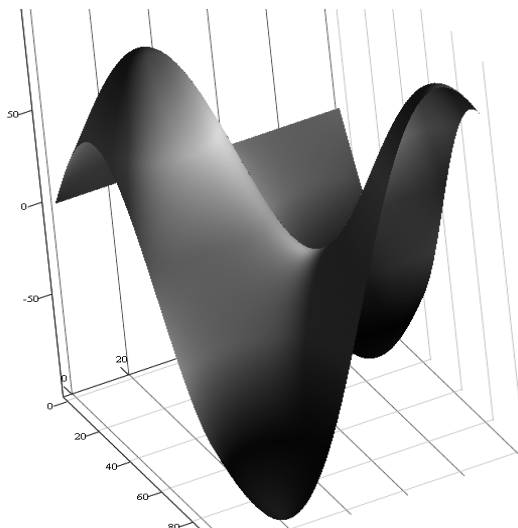
Ostatnia część algorytmu polega na wykorzystaniu wzoru (3.14). Rozwiązaniem jest interpolowana wartość funkcji  $f(x, y)$ .

### 3.7. DOKŁADNOŚĆ ODWZOROWANIA

Ocenę dokładności odwzorowania opisanymi wcześniej metodami interpolacyjnymi przeprowadzono, wykonując eksperyment analityczny. Zdefiniowano powierzchnię opisaną wzorem (ryc. 3.6):

$$f(x, y) = 100 \cdot \sin\left(\frac{x}{21}\right) \cos\left(\frac{y-20}{21}\right); \quad x, y \in [0, 100] \quad (3.35)$$

Wygenerowano losowo pary współrzędnych  $(x, y)$ , a następnie, korzystając ze wzoru (3.35), obliczono dla nich wartość funkcji – powstała w ten sposób nieregularna siatka węzłów. Utworzono również prostokątną siatkę współrzędnych  $(x_r, y_r)$ :  $x_r, y_r = 5, 6, \dots, 95$ .



Ryc. 3.6. Powierzchnia testowa

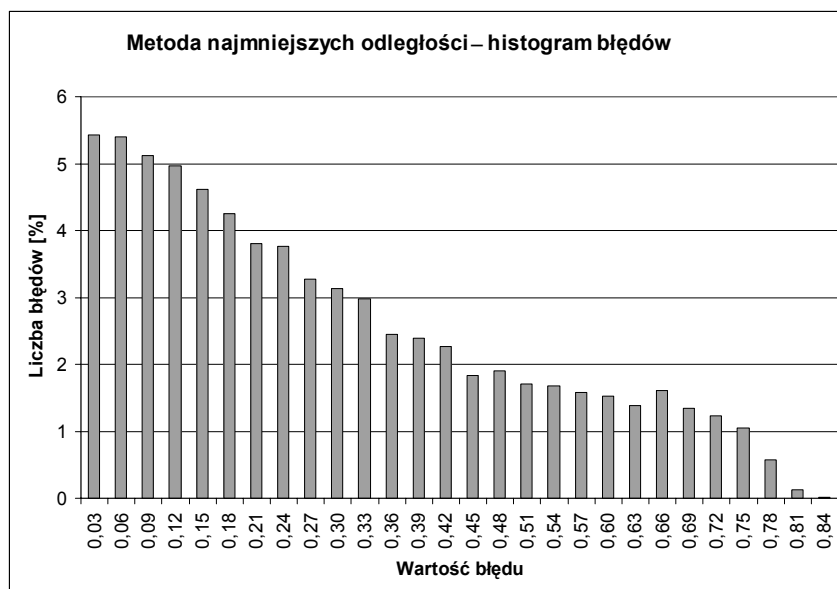
Następnie, stosując opisane wcześniej metody interpolacyjne oraz nieregularną siatkę węzłów, obliczono wartości funkcji interpolującej lub aproksymującej  $f(x_r, y_r)$  dla prostokątnej siatki współrzędnych i porównywano je z wartościami obliczonymi ze wzoru (3.35) –  $f_r(x_r, y_r)$ . Miarę błędu zdefiniowano następująco:

$$\delta = |f(x_r, y_r) - f_r(x_r, y_r)| \quad (3.36)$$

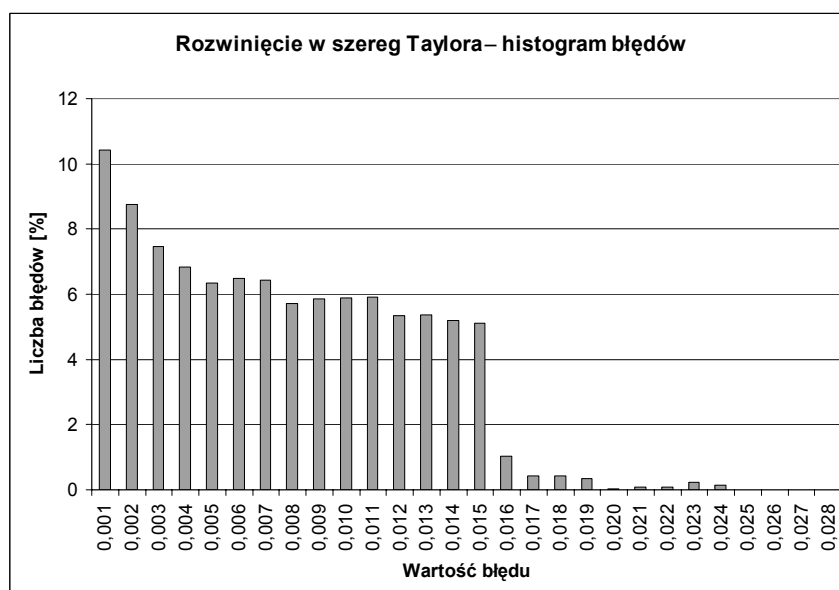
Ocenę dokładności metod interpolacji oraz aproksymacji dokonano na podstawie histogramu błędów.

Na kolejnych rycinach pokazano wykresy histogramów błędów interpolacji wykonanych za pomocą wybranych metod:

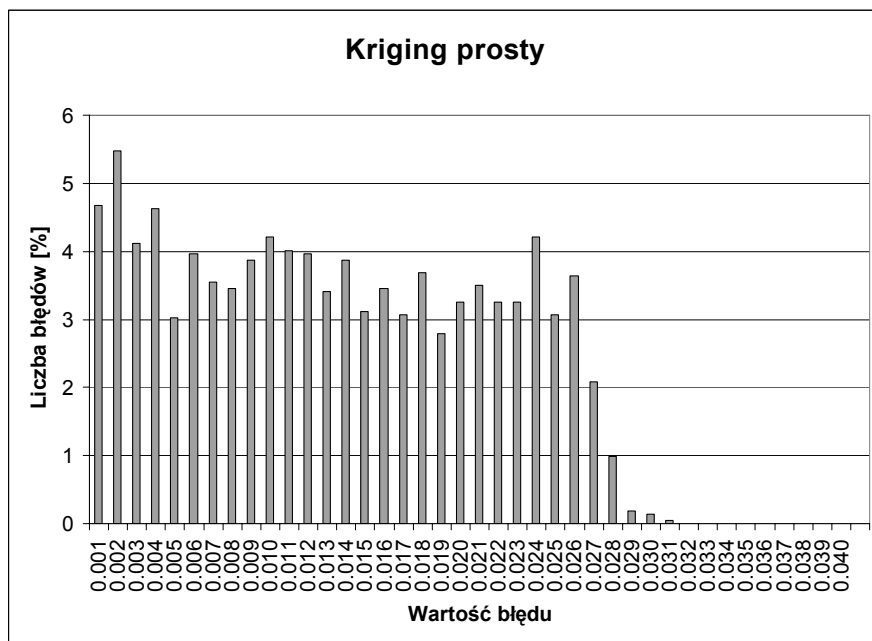
- 1) metody najmniejszych odległości (ryc. 3.7),
- 2) zmodyfikowanej metody Sheparda – metoda rozwinięcia w szereg Taylora (ryc. 3.8),
- 3) metody krigingu prostego (ryc. 3.9),
- 4) metody krigingu normalnego z liniowym modelem wariogramu (ryc. 3.10),
- 5) metody krigingu normalnego z modelem wariogramu przyjętym na podstawie analizy chmury punktów (ryc. 3.11) – na ryc. 3.12 pokazano funkcję wariogramu wykorzystaną podczas interpolacji (model kwadratowy wymierny [28]).



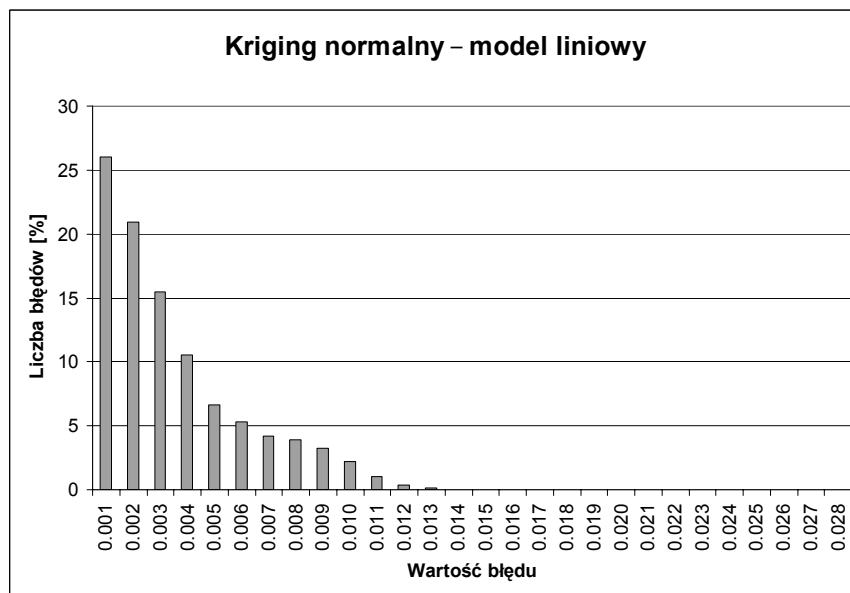
Ryc. 3.7. Metoda najmniejszych odległości – histogram błędów



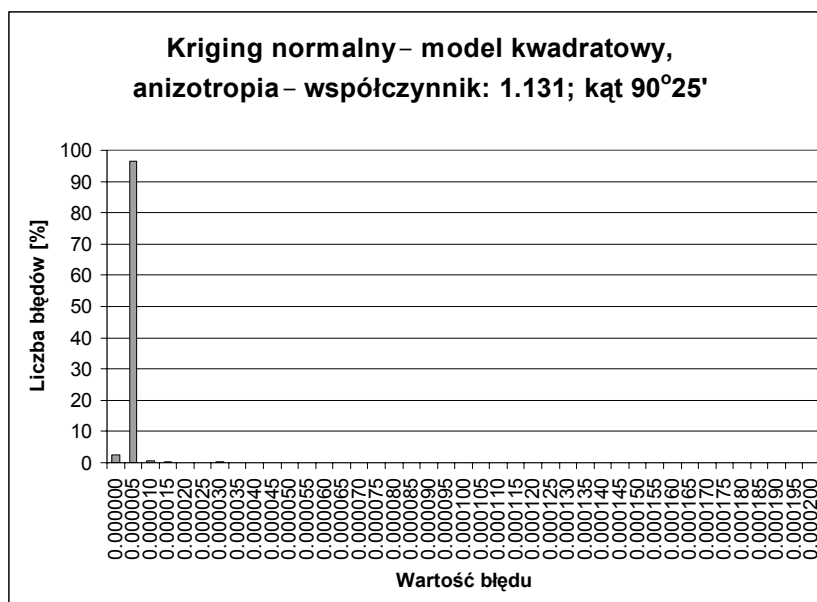
Ryc. 3.8. Rozwinięcie w szereg Taylora (zmodyfikowana metoda Sheparda) – histogram błędów metody



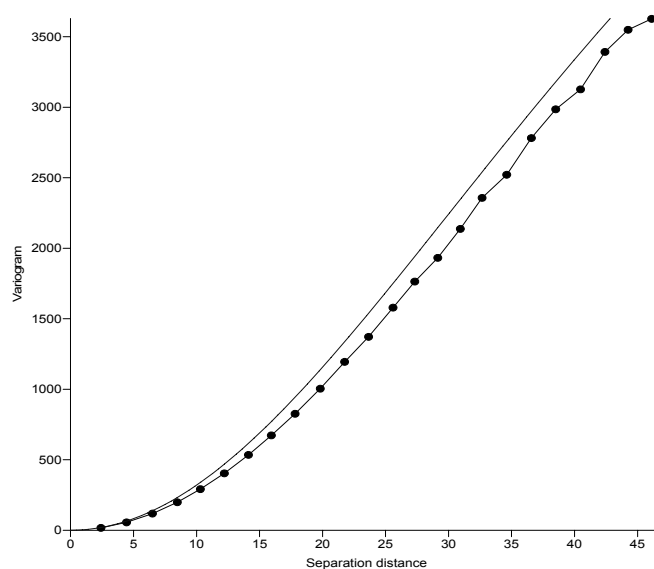
Ryc. 3.9. Kriging prosty – histogram błędów metody



Ryc. 3.10. Kriging normalny (przyjęto liniowy model wariogramu [169]) – histogram błędów metody



Ryc. 3.11. Histogram błędów interpolacji: kriging normalny (przyjęto model kwadratowy wariogramu pokazany na ryc. 3.12 [28] oraz dokonano transformacji do układu izotropowego zgodnie z parametrami podanymi na wykresie)



Ryc. 3.12. Funkcja wariogramu dla powierzchni testowej z ryc. 3.6: linia ciągła z punktami – wariogram eksperymentalny, linia ciągła – przyjęty model wariogramu (model kwadratowy [28]). Wykres pochodzi z programu geostatystycznego Surfer [169]

Dokonując analizy błędów interpolacji, można stwierdzić, że:

- 1) błędy metody najmniejszych odległości rzędu 0,8 mm wykluczają jej zastosowanie w inżynierii rekonstrukcyjnej,
- 2) zmodyfikowana metoda Sheparda oraz kriging prosty, z błędami rzędu 0,02 mm, mogłyby znaleźć zastosowanie we wstępnym przetwarzaniu chmury punktów, niemniej jednak należy się liczyć z faktem, iż zastosowanie to będzie ograniczone do przypadków, gdy oczekiwana dokładność odwzorowania obiektu w całym cyklu inżynierii rekonstrukcyjnej jest na poziomie kilku dziesiątych części milimetra,
- 3) najmniejsze błędy interpolacji daje metoda kriginu normalnego – decydujący wpływ na jej dokładność ma właściwe dobranie modelu funkcji wariogramu; w pokazanym przykładzie przyjęto model kwadratowy wymierny [28], co w rezultacie dało błędy interpolacji nie przekraczające  $3 \cdot 10^{-5}$  mm,
- 4) można stwierdzić, iż metoda kriginu normalnego może być stosowana podczas wstępnego przetwarzania chmury punktów w systemach inżynierii rekonstrukcyjnej.

### 3.8. WYBÓR METODY INTERPOLACJI

Gdy przystępujemy do wyboru metody interpolacji pojawia się problem oceny dokładności metody. Jakkolwiek w poprzednim rozdziale porównano dokładności odwzorowania za pomocą opisanych wcześniej metod, niemniej jednak informacja ta nie daje odpowiedzi na pytanie, jaka jest dokładność wybranej metody dla aktualnie analizowanego zbioru punktów. Częściową odpowiedź na powyższe pytanie można otrzymać stosując metodę sprawdzania krzyżowego (ang. *cross validation*) [169]. Poniżej opisano algorytm sprawdzania krzyżowego:

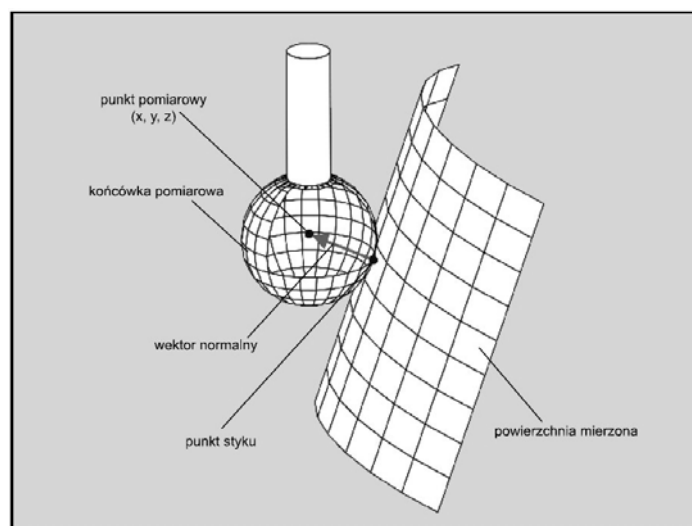
- 1) wybór metody interpolacji,
- 2) wybór jednego punktu  $P_s(x_s, y_s, z_s)$ ,  $z_s = F(x_s, y_s)$  ze zbioru wszystkich punktów  $P_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ),
- 3) interpolacja wartości funkcji  $f$  w punkcie  $(x_s, y_s)$  z wykorzystaniem punktów  $P_i$  ( $i = 1, \dots, N, i \neq s$ ),
- 4) porównanie interpolowanej wartości funkcji  $f$  z wartością  $z_s$ ,
- 5) powtórzenie czynności 2–4 dla innych punktów ze zbioru,
- 6) analiza statystyczna wyników.

A zatem opisany algorytm polega na interpolowaniu wartości funkcji w wybranym punkcie o znanej (zmierzonej) wartości  $z_s$  i porównaniu tej wartości z wynikiem interpolacji.



### 3.9. INTERPOLACJA CHMURY PUNKTÓW JAKO METODA KOREKCJI PROMIENIOWEJ KOŃCÓWKI POMIAROWEJ

Pomiary skanujące powierzchni swobodnych realizowane metodami dotykowymi na współrzędnościowych maszynach pomiarowych dają w rezultacie wynik będący współrzędnymi środka końcówki pomiarowej, stąd też wymagają obliczenia współrzędnych punktu styku końcówki z mierzoną powierzchnią – proces ten nazywany jest korekcją promieniową końcówki pomiarowej (ryc. 3.13).



Ryc. 3.13. Schemat korekcji promieniowej końcówki pomiarowej [62]

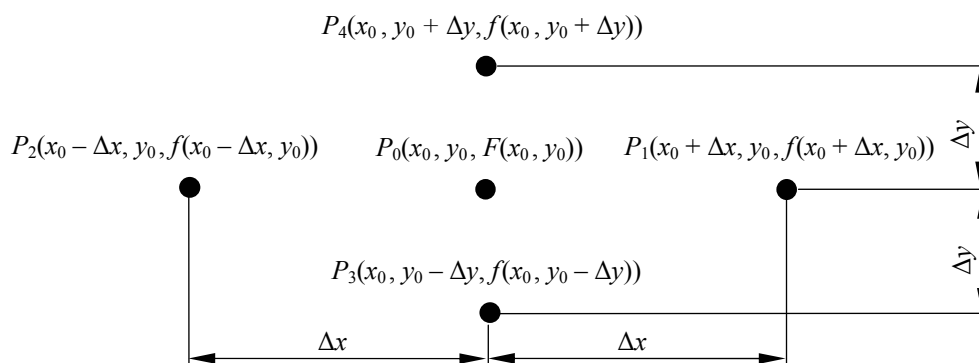
W niniejszym rozdziale opisano zastosowanie metod interpolacyjnych w zagadnieniach korekcji promieniowej. Porównano dokładność zaproponowanej przez autora metody korekcji z wybranymi metodami opisywanymi w literaturze.

Problem korekcji promieniowej końcówki pomiarowej można opisać następująco [70]: dany jest zbiór  $N$  punktów  $P_i(x_i, y_i, z_i)$ ,  $z_i = F(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , które są punktami środka końcówki pomiarowej w chwili jej styku z mierzoną powierzchnią – punkty te definiują powierzchnię, która jest równoodległa od powierzchni mierzonej; należy w wybranych punktach  $P_0$  obliczyć wektor normalny  $\vec{v}$ , który posłuży do przeprowadzenia korekcji o wartość promienia końcówki pomiarowej:

$$\vec{n} = [f_x, f_y, -1] \quad \vec{v} = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \quad (3.37)$$

Pochodne cząstkowe  $f_x$  oraz  $f_y$  obliczane są z poniższych wzorów zgodnie z ryc. 3.14:

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0 - \Delta x, y_0)}{2 \cdot \Delta x} \\ f_y &= \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0 - \Delta y)}{2 \cdot \Delta y} \end{aligned} \quad (3.38)$$



Ryc. 3.14. Metoda obliczania pochodnych cząstkowych [70]

Współrzędne punktów  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  oraz  $P_4$  obliczane są z wykorzystaniem jednej z opisanych wcześniej metod interpolacyjnych dla chmury punktów.

Dokładność opracowanej przez autora metody porównano z trzema innymi metodami korekcji opisywanymi w literaturze [61, 62]:

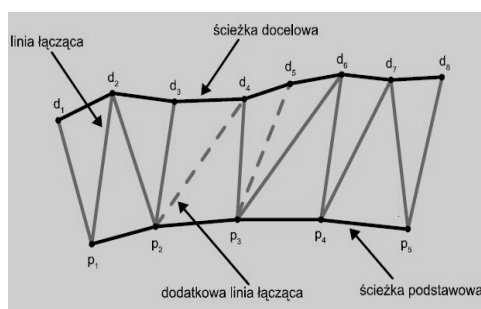
- metodą iloczynu wektorowego [105],
- metodą iloczynu wektorowego z zastosowaniem współczynników wagowych [101],
- metodą wykorzystującą kryterium odległości do wyboru punktów sąsiednich [191].

Metoda iloczynu wektorowego polega na łączeniu odpowiednich punktów leżących na sąsiednich ścieżkach pomiarowych w celu stworzenia siatki składającej się z trójkątów. Ten proces zachodzi w taki sposób, aby możliwe było ustalenie wektorów normalnych w każdym korygowanym punkcie.

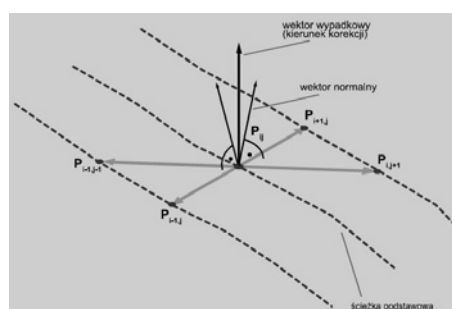
Algorytm metody jest następujący [62]:

1. Wczytywanie danych.
2. Sortowanie wczytanych punktów.
3. Łączenie punktów na dwóch sąsiadujących ścieżkach:
  - a) ustalanie ścieżki podstawowej i docelowej. Porównanie ilości punktów na obu ścieżkach. Ścieżka z mniejszą ilością punktów to ścieżka podstawowa, a ta składająca się z większej (lub równej) ilości punktów to ścieżka docelowa (ryc. 3.15);

- b) szukanie odpowiadających sobie punktów na wybranych ścieżkach. W celu ustalenia siatek trójkątów należy utworzyć linie łączące punkty ze ścieżki podstawowej z odpowiadającymi im punktami na ścieżce docelowej. W przypadku gdy na ścieżce docelowej występuje większa ilość punktów, osiągnięcie siatek trójkątów możliwe jest przez użycie dodatkowych linii łączących (ryc. 3.15).
4. Obliczanie wektorów normalnych dla każdego trójkąta siatki. Jeżeli z punktu wychodzą co najmniej dwie linie łączące, należy potraktować je jak wektory o kierunku od danego punktu do punktów leżących na sąsiednich ścieżkach. Następnie należy kolejno obliczyć iloczyn wektorowy pary wektorów sąsiednich, uzyskując w ten sposób wektory normalne do danego trójkąta siatki.
  5. Wyznaczenie kierunku korekcji dla wybranego punktu. W celu określenia kierunku korekcji wyznaczany jest wektor wypadkowy z wektorów normalnych wychodzących z danego punktu pomiarowego. Wektor wypadkowy jest sumą wektorów normalnych (ryc. 3.16).



Ryc. 3.15. Przykład połączonych ścieżek pomiarowych [62]



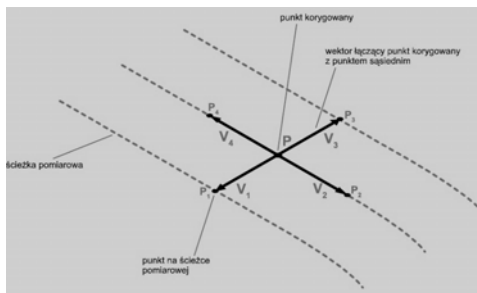
Ryc. 3.16. Wyznaczanie kierunku korekcji [62]

Metoda iloczynu wektorowego z zastosowaniem współczynników wagowych wykorzystuje iloczyn wektorów łączących korygowany punkt z najbliższymi punktami pomiarowymi na ścieżkach sąsiednich i dwoma na tej samej ścieżce w celu uzyskania czterech wektorów normalnych. Następnie wektory normalne są dodawane i uzyskiwany jest wektor wypadkowy. Aby zmniejszyć błąd korekcji i uzyskać ostateczny kierunek wektorów normalnych, zastosowano współczynniki wagowe.

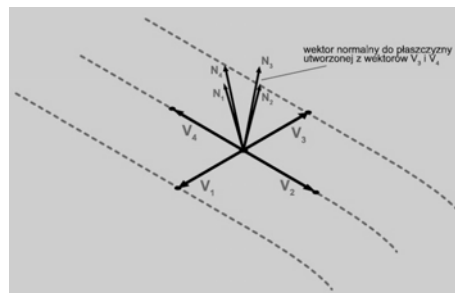
Algorytm metody jest następujący [62]:

1. Wczytanie danych.
2. Wyznaczanie punktów leżących na obrzeżach siatki.
3. Wybieranie dla każdego punktu pomiarowego  $P(x_i, y_j, z_k)$  (z wyjątkiem punktów leżących na obrzeżach siatki pomiarowej) czterech najbliższych jemu punktów  $P_1(x_{i+1}, y_j, z_k)$ ,  $P_2(x_i, y_{j+1}, z_k)$ ,  $P_3(x_{i-1}, y_j, z_k)$ ,  $P_4(x_i, y_{j-1}, z_k)$  (ryc. 3.17).

4. Obliczanie czterech wektorów ( $V_1, V_2, V_3, V_4$ ) łączących korygowany punkt  $P$  z punktami  $P_1, P_2, P_3, P_4$  (ryc. 3.17).
5. Obliczenie za pomocą iloczynu wektorowego czterech wektorów normalnych ( $N_1, N_2, N_3, N_4$ ) do każdej sąsiadującej pary wektorów (ryc. 3.18).

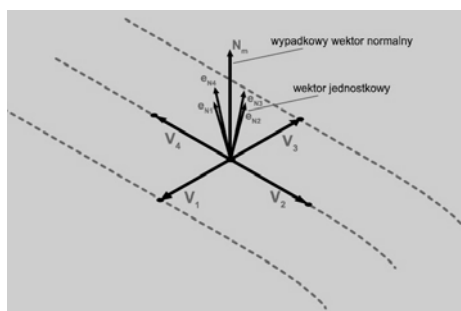


Ryc. 3.17. Wektory łączące punkt korygowany z punktami sąsiednimi [62]

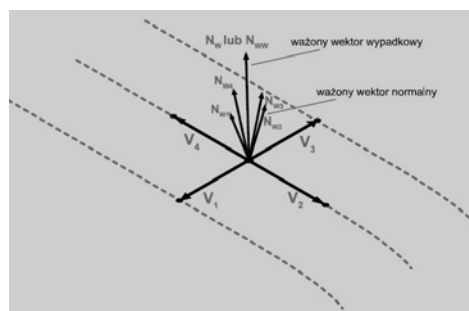


Ryc. 3.18. Wektory normalne [62]

6. Obliczenie wektorów jednostkowych  $e_{N1}, e_{N2}, e_{N3}, e_{N4}$  dla każdego wektora normalnego (ryc. 3.19).
7. Obliczenie wektora wypadkowego  $N_m$  jako sumy wektorów jednostkowych.
8. Obliczenie cosinusów kątów  $\theta$  pomiędzy wektorem  $N_m$  a wektorami normalnymi.
9. Wybranie współczynników wagowych z dwóch następujących zbiorów:  $\{\cos \theta_1, \cos \theta_2, \cos \theta_3, \cos \theta_4\}$  lub  $\{\cos^2 \theta_1, \cos^2 \theta_2, \cos^2 \theta_3, \cos^2 \theta_4\}$  i obliczenie ważonych wektorów normalnych ( $N_{w1}, N_{w2}, N_{w3}, N_{w4}$  lub  $N_{w11}, N_{w22}, N_{w33}, N_{w44}$ ) jako iloczynów wektorów jednostkowych przez odpowiadające im wartości współczynników wagowych.
10. Obliczenie wektora korekcji ( $N_w$  lub  $N_{ww}$ ) jako sumy ważonych wektorów normalnych (ryc. 3.20).



Ryc. 3.19. Wyznaczanie wektora wypadkowego [62]

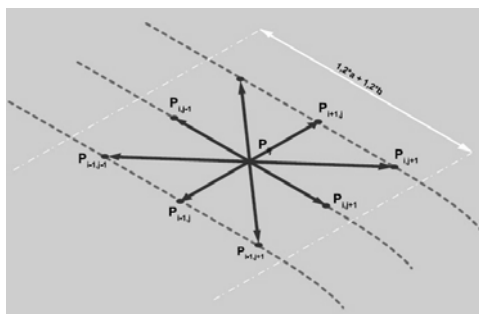


Ryc. 3.20. Wyznaczanie wektora korekcji [62]

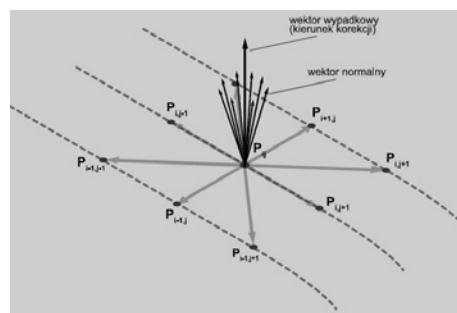
Metoda wykorzystująca kryterium odległości do wyboru punktów sąsiednich opiera się na analizie wektorowej i polega na wyznaczeniu wektorów z punktu korygowanego do najbliższych punktów sąsiednich na tej samej i sąsiednich ścieżkach pomiarowych.

Algorytm metody jest następujący [62]:

1. Wczytanie ścieżek pomiarowych.
2. Wybór pierwszego punktu korygowanego  $P_{ij}$  ( $i$  – numer ścieżki pomiarowej,  $j$  – numer punktu na danej ścieżce pomiarowej).
3. Wyznaczanie odległości do dwóch najbliższych punktów leżących na tej samej ścieżce pomiarowej ( $a$  – odległość od punktu  $P_{ij}$  do punktu  $P_{i,j-1}$ ,  $b$  – odległość od punktu  $P_{ij}$  do punktu  $P_{i,j+1}$ ).
4. Wyszukiwanie punktów na sąsiednich ścieżkach. Wybierane są wszystkie punkty, których odległość od punktu korygowanego wzdłuż kierunku pomiaru jest mniejsza od  $1,2 \cdot a$  lub  $1,2 \cdot b$  (ryc. 3.21).
5. Wyznaczanie wektorów wychodzących z punktu korygowanego  $P_{ij}$ . Tworzone są wektory z punktu korygowanego do wszystkich punktów wybranych w dwóch poprzednich krokach algorytmu ( $P_{i,j+1}$ ,  $P_{i+1,j+1}$ ,  $P_{i+1,j}$ ,  $P_{i+1,j-1}$ ,  $P_{i,j-1}$ ,  $P_{i-1,j-1}$ ,  $P_{i-1,j}$ ,  $P_{i-1,j+1}$ ) (ryc. 3.21).
6. Obliczanie wektorów normalnych. Dla każdej pary wektorów sąsiednich obliczany jest iloczyn wektorowy, który określa wektor normalny do wyznaczającej go pary wektorów (ryc. 3.22).
7. Wyznaczanie kierunku korekcy. Obliczany jest wektor wypadkowy z wszystkich wektorów normalnych wychodzących z korygowanego punktu (ryc. 3.22).



Ryc. 3.21. Wyznaczanie wektorów wychodzących z punktu korygowanego [62]



Ryc. 3.22. Wyznaczanie wektora korekcy [62]

Dokładność przedstawionych metod korekcy oceniono wykonując symulację pomiaru powierzchni [44, 62] opisaną wzorem:

$$f(x, y) = 6 \cdot \left[ \sin\left(\frac{x}{21}\right) \cdot \cos\left(\frac{y}{21}\right) \right] \quad x, y \in [0, 80] \quad (3.39)$$

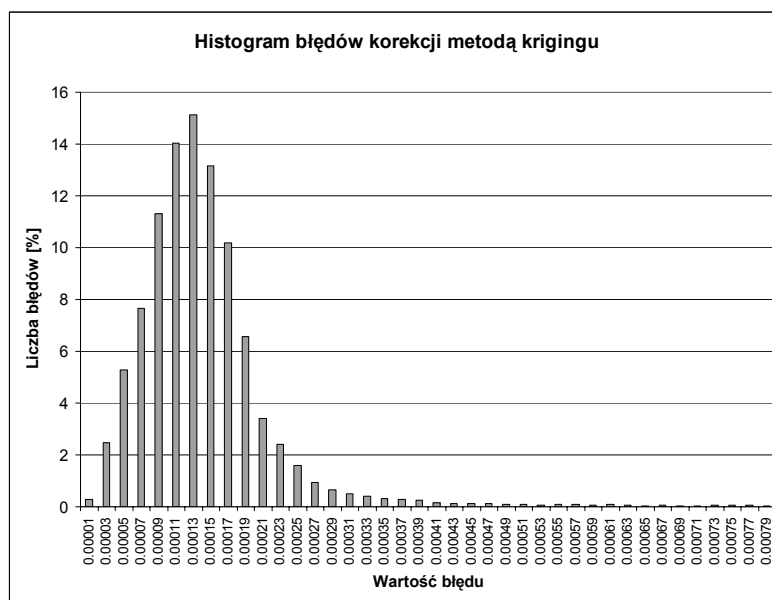
Powierzchnię opisaną zależnością (3.39) przedstawiono w postaci tablicy współrzędnych  $(x, y, z)$  w ten sposób, aby współrzędne  $x$  oraz  $y$  tworzyły siatkę o wymiarach  $0,5 \text{ mm} \times 0,5 \text{ mm}$  ( $\pm 0,05 \text{ mm}$ ) – a zatem nie jest to regularna siatka punktów. Następnie przeprowadzono symulowany pomiar końcówką o promieniu  $R = 5 \text{ mm}$  przyjmując, iż końcówka pomiarowa dotyka mierzonej powierzchni w punktach węzłowych siatki. Wyniki symulowanego pomiaru skanującego poddano korekcji za pomocą opisanych wcześniej metod. Podczas korekcji za pomocą opracowanej przez autora metody zastosowano interpolację krigingową z kwadratowym modelem wariogramu [28], przyjmując wartości  $\Delta x = \Delta y = 0,5 \text{ mm}$  (ryc. 3.14).

Dokładność metody korekcji oceniano przyjmując jako miarę błędu odległość pomiędzy punktem, którego współrzędne obliczono za pomocą jednej z metod korekcji  $(x_k, y_k, z_k)$  oraz odpowiadającym mu punktem, którego współrzędne  $(x, y, z)$  obliczono ze wzoru (3.39):

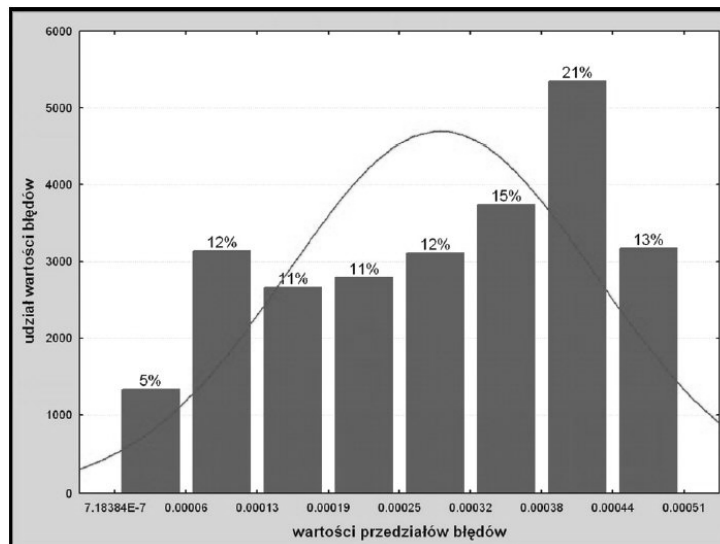
$$\delta_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2} \quad (3.40)$$

Poniżej przedstawiono histogramy oraz wartości średnie błędów poszczególnych metod korekcji:

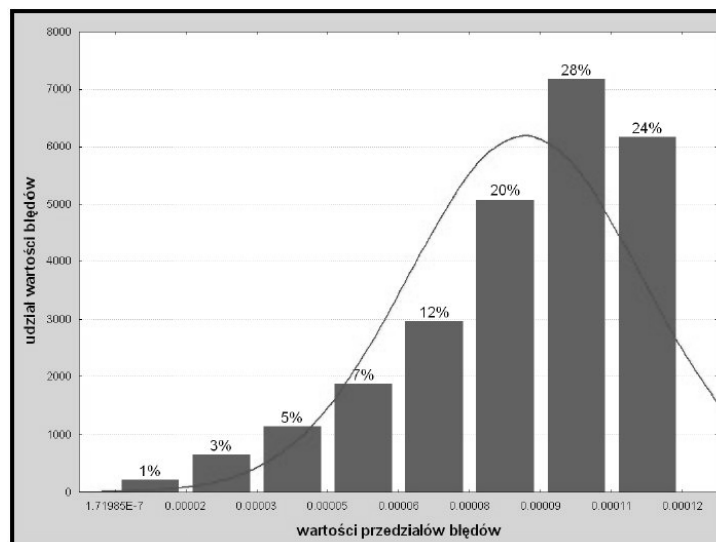
- ryc. 3.23 – korekcja zaproponowaną przez autora metodą krigingowej interpolacji geostatystycznej – średni błąd korekcji:  $0,0002 \text{ mm}$ ,



Ryc. 3.23. Histogram błędów korekcji metodą interpolacji krigingowej



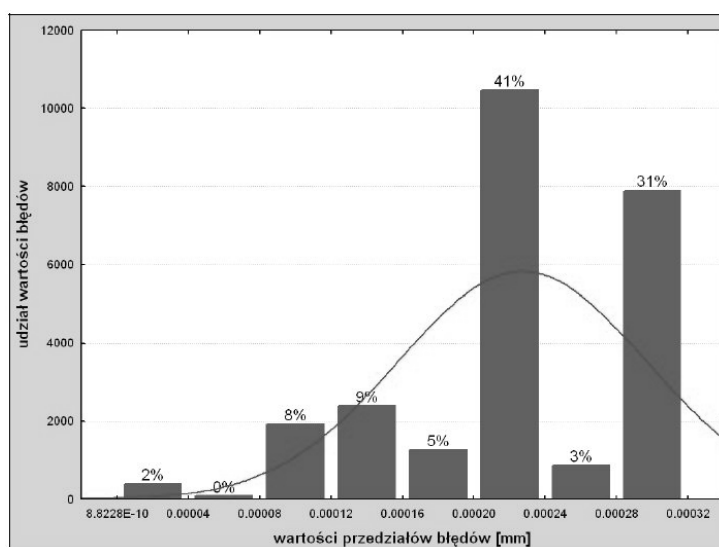
Ryc. 3.24. Histogram błędów korekcji metodą iloczynu wektorowego [62]



Ryc. 3.25. Histogram błędów korekcji metodą iloczynu wektorowego z zastosowaniem współczynników wagowych [62]

- ryc. 3.24 – korekcja metodą iloczynu wektorowego [105] – średni błąd korekcji: 0,0003 mm,
- ryc. 3.25 – korekcja metodą iloczynu wektorowego z zastosowaniem współczynników wagowych [101] – średni błąd korekcji: 0,0001 mm,

- ryc. 3.26 – korekcja metodą wykorzystującą kryterium odległości do wyboru punktów sąsiednich [191] – średni błąd korekcji: 0,0002 mm.



Ryc. 3.26. Histogram błędów korekcji metodą wykorzystującą kryterium odległości do wyboru punktów sąsiednich [62]

Porównując dokładności opisanych metod korekcji, trudno jednoznacznie wskazać najlepszą metodę. Wszystkie opisane metody cechują się średnimi błędami korekcji nieprzekraczającymi 0,0003 mm. Różnice występują w rozkładzie błędów – błędy metody interpolacyjnej oraz metody iloczynu wektorowego z zastosowaniem współczynników wagowych układają się, w przybliżeniu, zgodnie z krzywą Gaussa; dla dwóch pozostałych metod trudno zauważyć regułę rozkładu.

Reasumując można stwierdzić, iż interpolacyjna korekcja promieniowa końcówki pomiarowej jest uzupełnieniem opisywanych metod interpolacji nieregularnej siatki węzłów. Jej zastosowanie zostanie pokazane w dalszej części pracy, gdzie opisano algorytm oceny i zwiększenia dokładności wykonania elementów w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej.

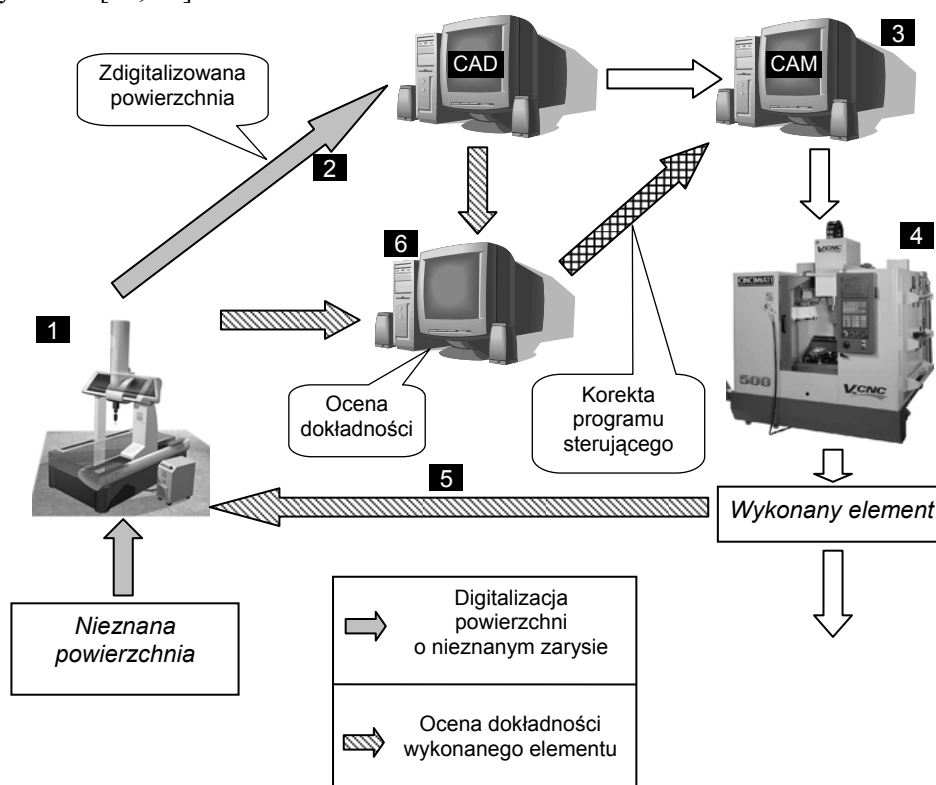
### 3.10. SYSTEM INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ WYKORZYSTUJĄCY METODĘ INTERPOLACYJNĄ

Opisana we wcześniejszych rozdziałach metoda interpolacji krigingowej została opracowana na potrzeby geodezyjne (kreślenie map warstwicznych na podstawie pomiarów wysokości), ale znajduje również zastosowanie w innych dziedzinach nauki, jak na przykład w geologii [45] lub elektroenergetyce [127, 128].



W niniejszym rozdziale zostanie zaprezentowane zastosowanie tej metody w inżynierii rekonstrukcyjnej.

Schemat działania systemu inżynierii rekonstrukcyjnej, składającego się ze współrzędnościowej maszyny pomiarowej, systemu komputerowo wspomaganego projektowania i wytwarzania oraz trójosiowego centrum frezarskiego pokazano na ryc. 3.27 [64, 70].



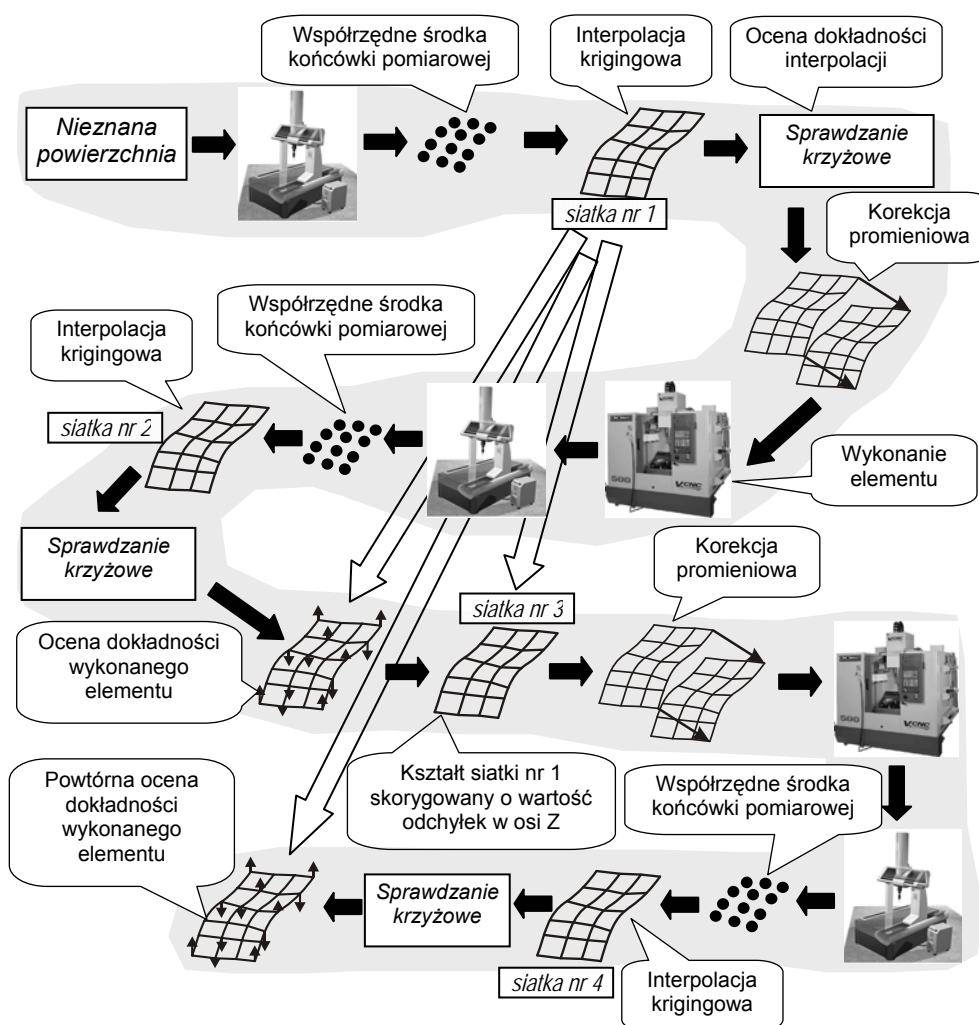
Ryc. 3.27. System inżynierii rekonstrukcyjnej

Praca systemu jest realizowana następująco:

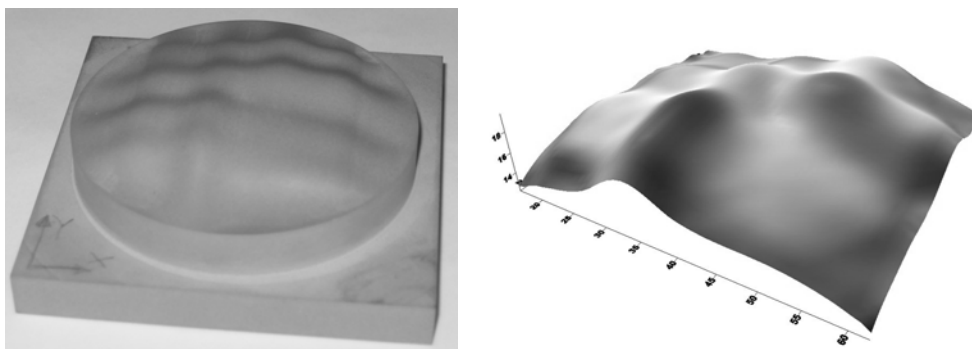
- 1) nieznaną powierzchnię jest digitalizowana z zastosowaniem współrzędnościowej maszyny pomiarowej (1 oraz 2 na ryc. 3.27),
- 2) w programie komputerowo wspomaganego projektowania tworzony jest model wirtualny zdigitalizowanej powierzchni,
- 3) w programie komputerowo wspomaganego wytwarzania (3) przygotowujemy program sterujący dla trójosiowego centrum frezarskiego, służącego do wykonania modelu materialnego zdigitalizowanej powierzchni (4),
- 4) wykonany element może zostać powtórnie zdigitalizowany (5) w celu oceny dokładności jego wykonania (6) oraz ewentualnej korekty programu sterującego centrum frezarskim.

Opisany powyżej system został zastosowany do oceny dokładności wykonania elementów w cyklu inżynierii rekonstrukcyjnej.

W zaprezentowanym systemie porównuje się dwie powierzchnie w celu oceny dokładności wykonania elementów. Aby przeprowadzić takie porównanie, wykorzystano metodę interpolacji krigingowej, której celem było utworzenie prostokątnej siatki węzłów o współrzędnych  $X$  oraz  $Y$  takich samych dla obydwu porównywanych powierzchni. Takie podejście do problemu umożliwia ocenę dokładności przez porównanie jedynie współrzędnych  $Z$  obydwu powierzchni. Opracowany przez autora algorytm metody pokazano na ryc. 3.28.



Ryc. 3.28. Algorytm oceny dokładności elementu

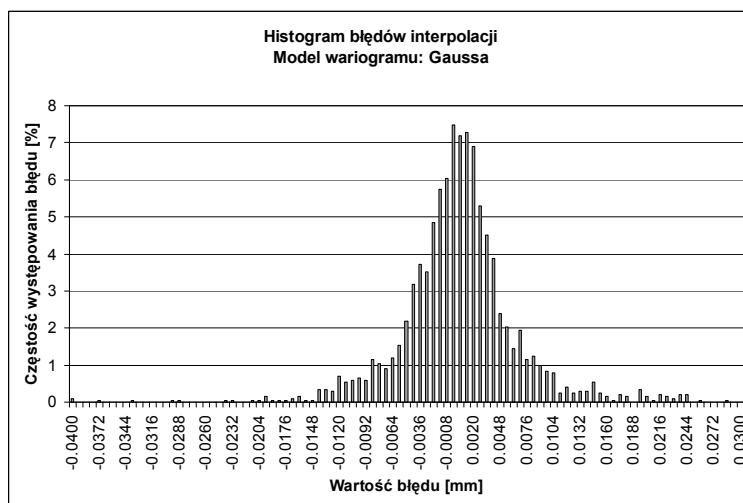
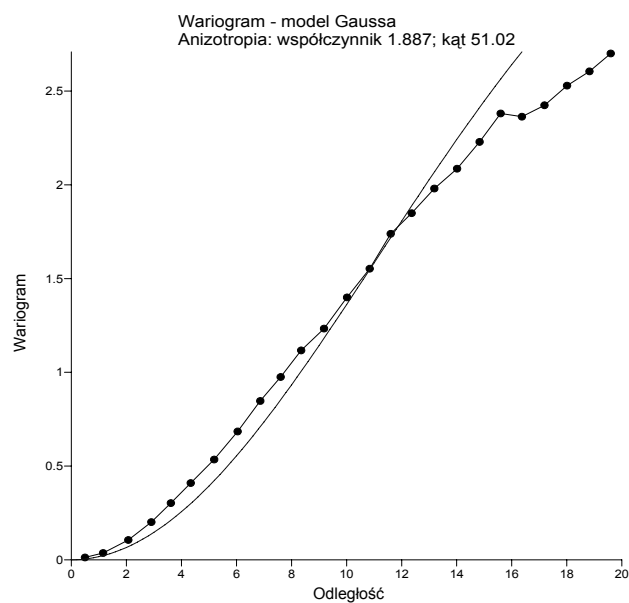


Ryc. 3.29. Powierzchnia modelu odwzorowywana w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej oraz jej model wirtualny

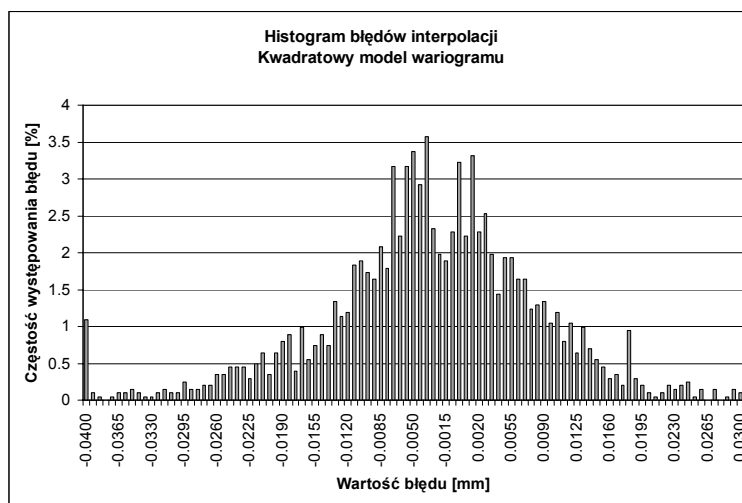
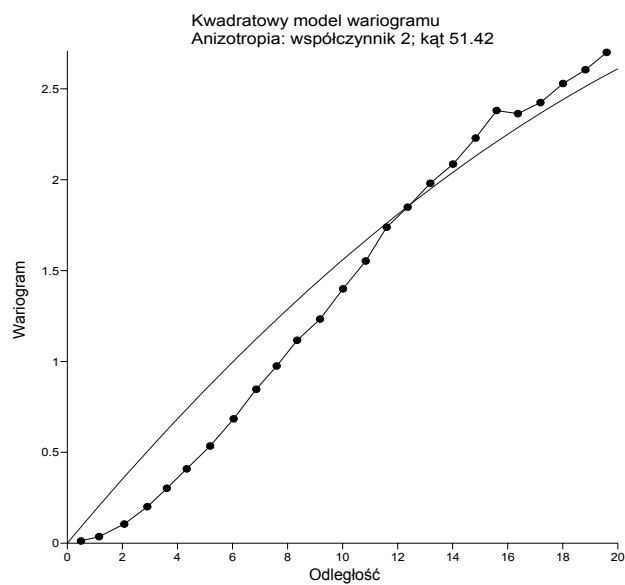
W celu sprawdzenia działania metody interpolacyjnej oraz jej zastosowania w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej przeprowadzono eksperyment, polegający na odwzorowaniu powierzchni modelu pokazanego na ryc. 3.29. Powierzchnia testowa rozpięta jako płat Coonsa [77, 107] z krzywoliniowymi krawędziami znajdującymi się na bokach sześcianu o podstawie  $60 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$  i różnicy pomiędzy najniższym i najwyższym punktem wynoszącej  $8 \text{ mm}$ , została z powodów technologicznych wkomponowana w walec o średnicy  $70 \text{ mm}$ , ustawiony na prostokątnej podstawie. Przedstawiony model poddano skanowaniu na współrzędnościowej maszynie pomiarowej PMM12106 z głowicą mierzącą z końcówką o średnicy  $2 \text{ mm}$  – skanowanie prowadzono przyjmując odległość linii pomiarowych wynoszącą  $1 \text{ mm}$ . Wzdłuż linii pomiarowej odczyt współrzędnych następował co  $1 \text{ mm}$ . Ze względu na zastosowanie końcówki mierzącej wyniki pomiarów nie tworzą prostokątnej siatki punktów. Wyniki pomiarów (współrzędne środka końcówki pomiarowej) poddano interpolacji krigingowej w celu ustalenia kwadratowej siatki punktów o rozmiarze w płaszczyźnie XY wynoszącym  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ . Przed przystąpieniem do zasadniczych obliczeń określono metodą sprawdzania krzyżowego (opisaną w rozdziale 3.8) dokładność interpolacji dla różnych modeli wariogramu – dla przypomnienia, sprawdzanie krzyżowe polega na usunięciu ze zbioru pojedynczego punktu, przeprowadzeniu interpolacji dla tego punktu i porównaniu jej wyników z wartością będącą wynikiem pomiaru, a więc pozwala ocenić dokładność interpolacji dla obecnie analizowanej nieregularnej siatki punktów. Sprawdzanie krzyżowe zastosowano do wszystkich punktów będących wynikiem pomiaru, a następnie dokonano oceny statystycznej wyników.

Sprawdzano następujące modele wariogramu:

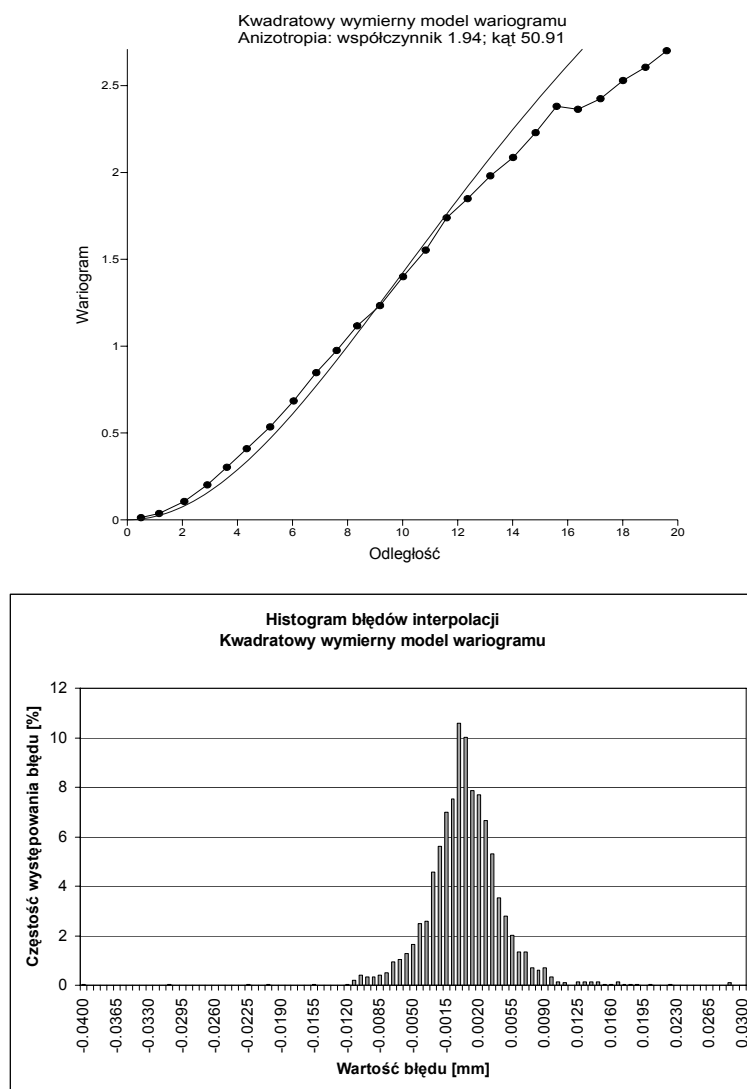
- 1) liniowy – wzór (3.24),
- 2) Gaussa – wzór (3.25) – ryc. 3.30,
- 3) kwadratowy – wzór (3.29) – ryc. 3.31,
- 4) kwadratowy wymierny – wzór (3.30) – ryc. 3.32,
- 5) falowy – wzór (3.28) – ryc. 3.33,
- 6) sześcienny – wzór (3.27) – ryc. 3.34.



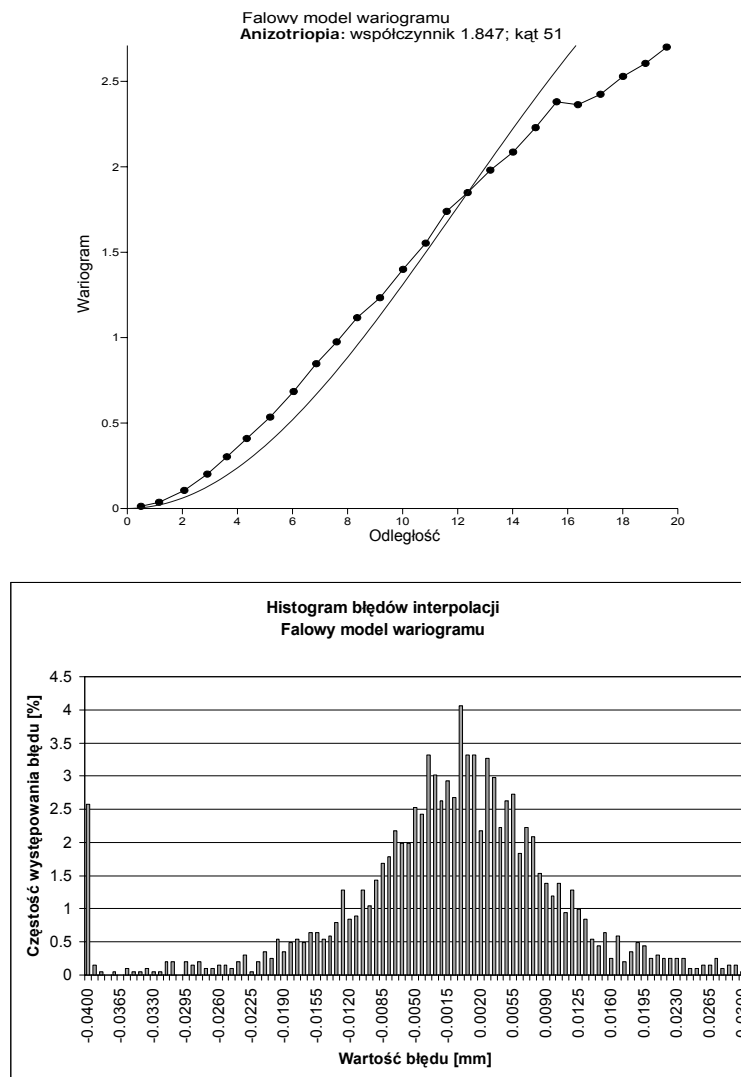
Ryc. 3.30. Model wariogramu Gaussa oraz histogram błędów interpolacji (linią ciągłą oznaczono model wariogramu; linią ciągłą z punktami – wariogram eksperymentalny)



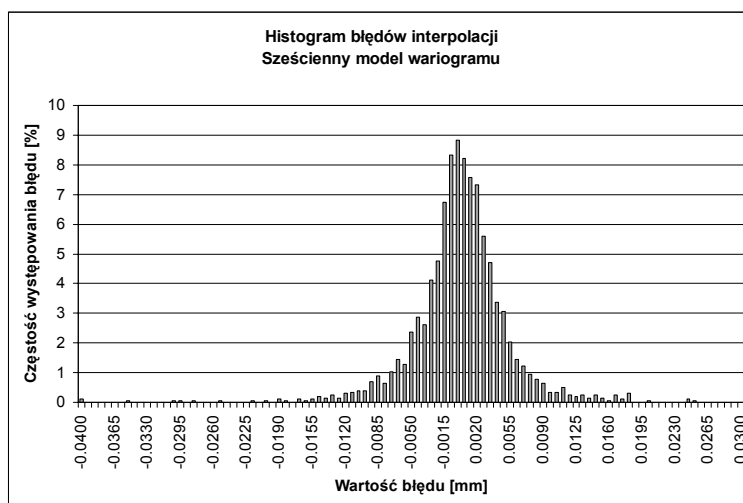
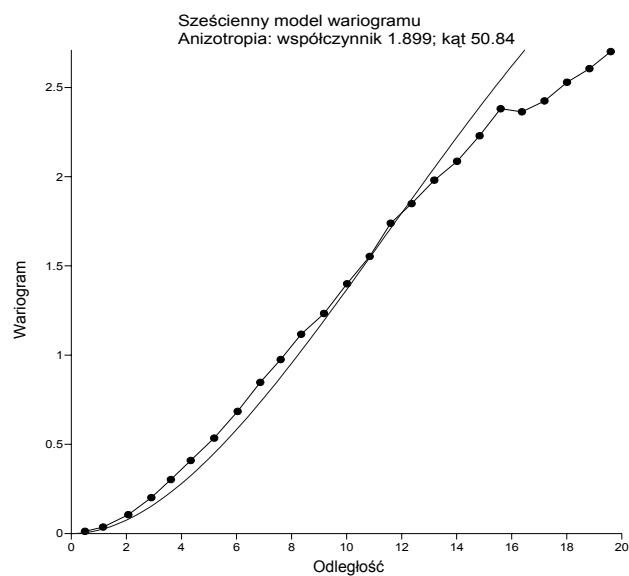
Ryc. 3.31. Kwadratowy model wariogramu oraz histogram błędów interpolacji (linią ciągłą oznaczono model wariogramu; linią ciągłą z punktami – wariogram eksperymentalny)



Ryc. 3.32. Kwadratowy wymierny model wariogramu oraz histogram błędów interpolacji (linią ciągłą oznaczono model wariogramu; linią ciągłą z punktami – wariogram eksperymentalny)



Ryc. 3.33. Falowy model wariogramu oraz histogram błędów interpolacji (linią ciągłą oznaczono model wariogramu; linią ciągłą z punktami – wariogram eksperymentalny)



Ryc. 3.34. Sześcienny model wariogramu oraz histogram błędów interpolacji (linią ciągłą oznaczono model wariogramu; linią ciągłą z punktami – wariogram eksperymentalny)

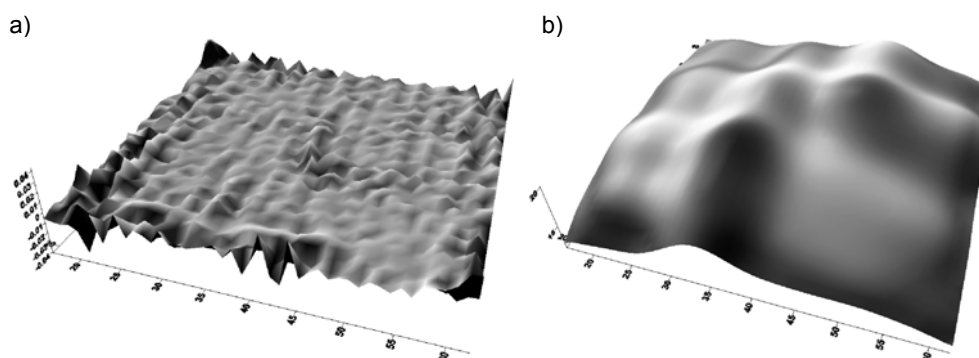


W tabeli 3.1 zestawiono błędy interpolacji.

Tabela 3.1

Model wariogramu	Błędy interpolacji [mm]	
	błąd średni	odchylenie stand.
Liniowy	0,0005	0,0218
Gausa	0,0002	0,0065
Kwadratowy	0,0007	0,0230
Kwadratowy wymierny	0,0001	0,0042
Falowy	-0,0005	0,0209
Sześcienny	-0,0002	0,0055

Na podstawie analizy dokładności interpolacji przeprowadzonej metodą sprawdzania krzyżowego przyjęto, że w dalszych obliczeniach wykorzystany zostanie kwadratowy wymierny model wariogramu – wzór (3.30); ryc. 3.32. Rozkład błędów interpolacji na powierzchni modelu pokazano na ryc. 3.35.



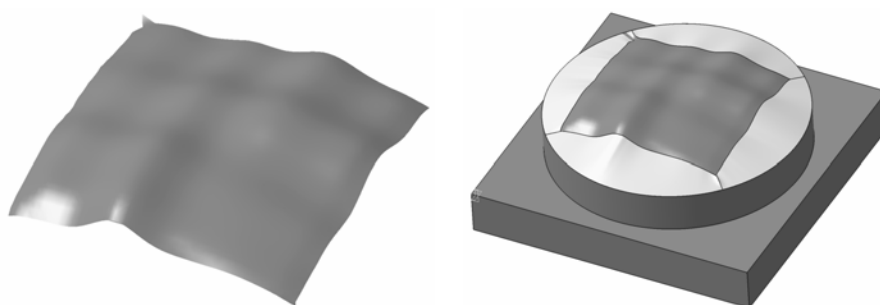
Ryc. 3.35. Rozkład błędów interpolacji (a) oraz – w tym samym widoku – kształt interpolowanej powierzchni (b)

Stosując przyjęty model wariogramu, przeprowadzono interpolację krigingową, której celem było utworzenie prostokątnej siatki punktów o wymiarach w płaszczyźnie XY wynoszących  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$  – siatka punktów interpoluje powierzchnię rozpiętą na punktach będących współrzędnymi środka końcówki pomiarowej w trakcie jej styku ze skanowaną powierzchnią.

Następnym etapem jest przeprowadzenie korekcji promieniowej końcówki pomiarowej metodą interpolacyjną pokazaną na ryc. 3.14 i opisaną wzorami (3.37) oraz (3.38). Pochodne cząstkowe obliczane są na podstawie wartości współrzędnych punktów siatki prostokątnej interpolowanej w poprzednim kroku algorytmu.

Współrzędne punktów uzyskane w wyniku korekcji promieniowej nie tworzą siatki prostokątnej. Niemniej jednak korekcja nie spowodowała zburzenia struktury

sąsiedztwa punktów, stąd też można w prosty sposób skonstruować powierzchnię fasetkową (w formacie STL), rozpiętą na punktach uznawanych za punkty powierzchni modelu i przesłać ją do systemu komputerowo wspomaganego projektowania – w tym przypadku do systemu Catia – i zbudować model wirtualny obiektu (ryc. 3.36).

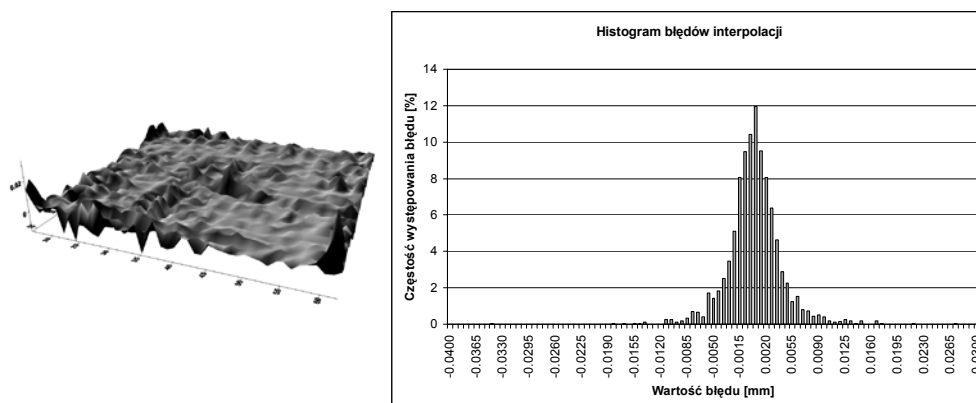


Ryc. 3.36. Powierzchnia i model wirtualny obiektu odwzorowane w systemie komputerowo wspomaganego projektowania

Mając skonstruowany model wirtualny obiektu, można przystąpić do jego wykonaniu. Model – podobnie jak obiekt wzorcowy – został wykonany z żywicy poliuretanowej o handlowej nazwie Prolab 60 produkowanej przez firmę Axon. Do wykonania elementu zastosowane zostało 3-osiowe centrum frezarskie Arrow 500 ze sterownikiem Acramatic 2100.

Technologię obróbki metodą wierszowania frezem promieniowym o średnicy 8 mm (równoległe trajektorie narzędzia) oraz program sterujący centrum frezarskim przygotowany został za pomocą systemu komputerowo wspomaganego wytwarzania (moduł Advanced Manufacturing systemu Catia). Trajektorię narzędzia podczas obróbki wykańczającej wygenerowano przyjmując, iż maksymalna odchyłka wykonanej powierzchni w stosunku do powierzchni modelu nie może być większa niż 0,001 mm, natomiast maksymalna wysokość nierówności pozostałych po równoległych przejściach narzędzia (parametr *scallop height* w języku polskim nazywany jest *chropowatością powierzchni*) wyniesie 0,001 mm.

Wykonany model został powtórnie poddany pomiarowi skanującemu na współrzędnościowej maszynie pomiarowej. Podobnie jak poprzednio przeprowadzono interpolację krigingową, przyjmując kwadratowy wymierny model wariogramu. Błędy interpolacji obliczone metodą sprawdzania krzyżowego pokazano na ryc. 3.37. Błąd średni interpolacji wyniósł 0,0001 mm; odchylenie standardowe 0,0038 mm.



Ryc. 3.37. Odwzorowany obiekt: rozkład błędów interpolacji oraz ich histogram (rozkład błędów interpolacji w widoku takim jak na ryc. 3.35b)

Ponieważ interpolację kringową przeprowadzono w ten sposób, iż obydwie siatki prostokątne – dla modelu wzorcowego i odwzorowanego – mają te same współrzędne X oraz Y, można było wykonać ich porównanie, polegające na obliczeniu różnicy wartości współrzędnych Z. Stąd też można zdefiniować miarę błędu odwzorowania powierzchni w punkcie o współrzędnych  $(x, y)$  następująco:

$$\Delta z = z_{x,y}^{(1)} - z_{x,y}^{(2)} \quad (3.41)$$

gdzie górne indeksy <sup>(1)</sup> oraz <sup>(2)</sup> oznaczają odpowiednio wartości współrzędnej Z punktu powierzchni wzorcowej i odwzorowanej.

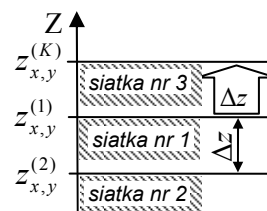
Błędy odwzorowania powierzchni modelu pokazane zostały na ryc. 3.38. Średni błąd odwzorowania wyniósł 0,015 mm, a odchylenie standardowe 0,025 mm. Należy mieć na uwadze, iż w podanych wartościach ukryty jest błąd interpolacji obydwu powierzchni.

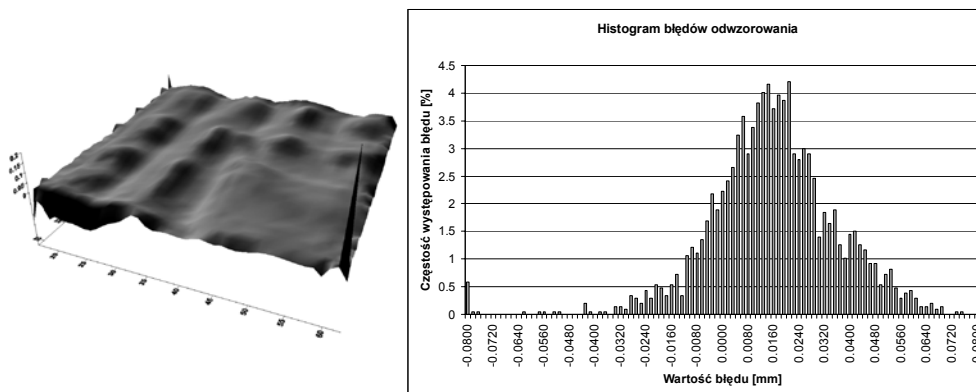
Posiadając informacje na temat rozkładu błędów odwzorowania w poszczególnych punktach siatki można przeprowadzić próbę zmniejszenia tych błędów. W tym celu – nie wnikając w przyczyny zaistniałych błędów odwzorowania – dokonano korekty kształtu siatki prostokątnej interpolującej wyniki pomiaru powierzchni wzorcowej w węzłach o współrzędnych  $(x, y)$ , według wzoru:

$$z_{x,y}^{(K)} = z_{x,y}^{(1)} + \Delta z \quad (3.42)$$

gdzie:

- $z_{x,y}^{(K)}$  – skorygowana wartość współrzędnej Z,
- $z_{x,y}^{(1)}$  – wartość współrzędnej Z powierzchni modelu,
- $\Delta z$  – błąd odwzorowania powierzchni.





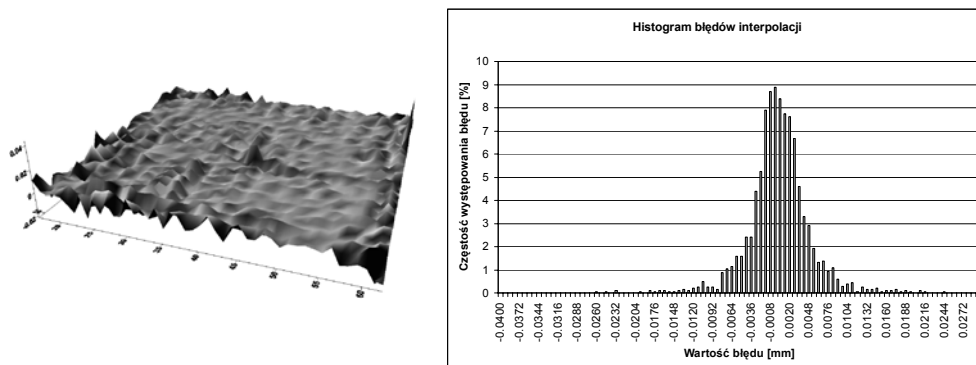
Ryc. 3.38. Rozkład błędów odwzorowania powierzchni oraz ich histogram (rozkład błędów interpolacji w widoku takim jak na ryc. 3.35b)

Przedstawiona metoda zmniejszenia błędów odwzorowania polega na „odkształceniu” siatki prostokątnej opisującej powierzchnię wzorcową – a zatem skorygowany kształt siatki uwzględnia błędy odwzorowania, bez analizowania ich przyczyn, których może być wiele (przykładowo mogą to być błędy pomiaru skanującego, kształtu narzędzia i jego trajektorii, bezwładność napędów obrabiarki itd.), a ich wielkość jest trudna do określenia.

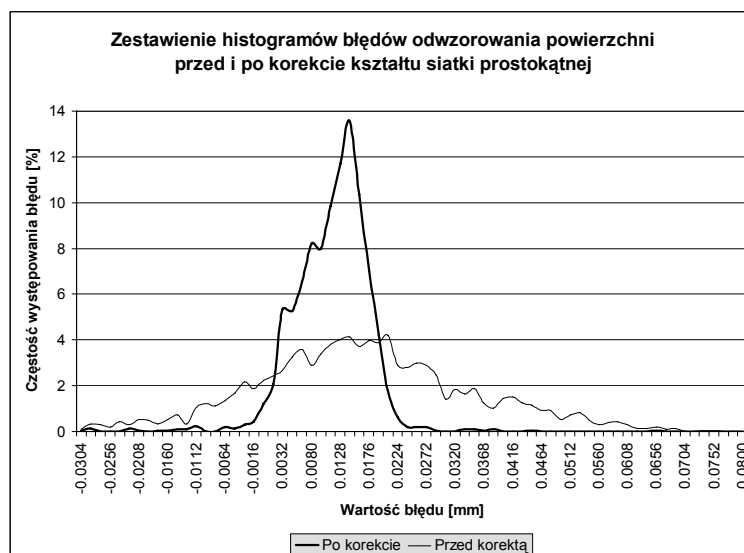
Skorygowana siatka prostokątna została poddana takim samym transformacjom jak poprzednie, to znaczy wykonano korekcję promieniową końcówki pomiarowej, rozpięto powierzchnię fasetkową, przygotowano program sterujący oraz wykonano kolejny model powierzchni, który poddano skanowaniu na współrzędnościowej maszynie pomiarowej.

Wyniki pomiaru skanującego (współrzędne środka końcówki pomiarowej) poddano interpolacji krigingowej z wykorzystaniem wymiernego kwadratowego modelu wariogramu – błędy interpolacji obliczone metodą sprawdzania krzyżowego pokazano na ryc. 3.39 (błąd średni interpolacji wyniósł 0,0001 mm; odchylenie standardowe 0,0046 mm).

Dokonano również oceny dokładności odwzorowania powierzchni modelu w taki sam sposób jak poprzednio, to znaczy obliczono błędy na podstawie wzoru (3.41). Średni błąd odwzorowania wyniósł 0,009 mm (poprzednio 0,015 mm), a odchylenie standardowe 0,019 mm (poprzednio 0,025 mm). Na rycinie 3.41 pokazano błędy odwzorowania powierzchni przed i po korekcie kształtu siatki prostokątnej. Na rycinie 3.40 zestawiono histogramy tychże błędów. Jak widać na rycinach, nastąpiło znaczące zmniejszenie błędów odwzorowania powierzchni modelu.

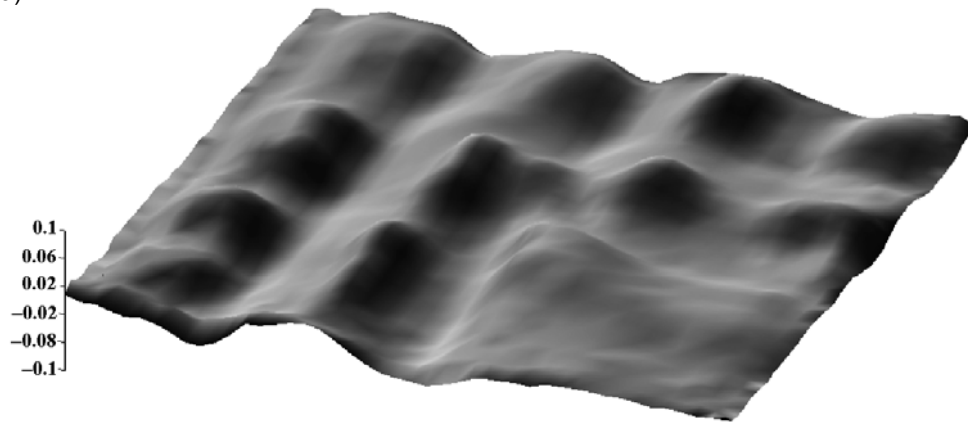


Ryc. 3.39. Odzworowany obiekt po korekcje błędów: rozkład błędów interpolacji oraz ich histogram (rozkład błędów interpolacji w widoku takim jak na ryc. 3.35b)

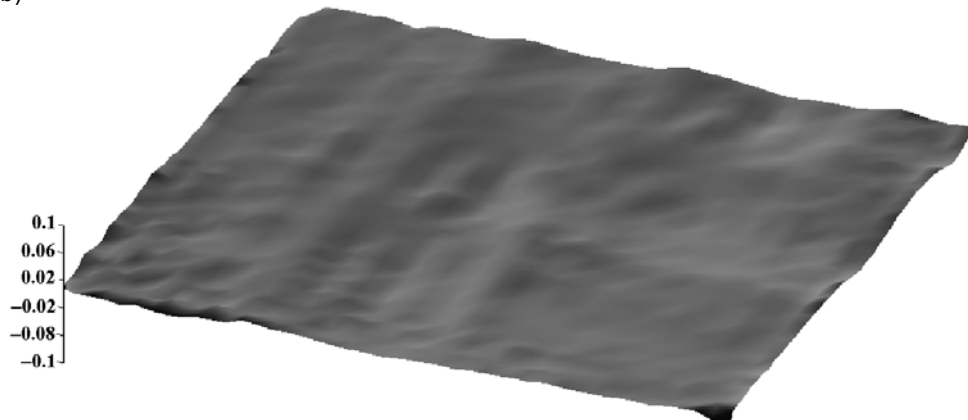


Ryc. 3.40. Zestawienie histogramów błędów odwzorowania powierzchni

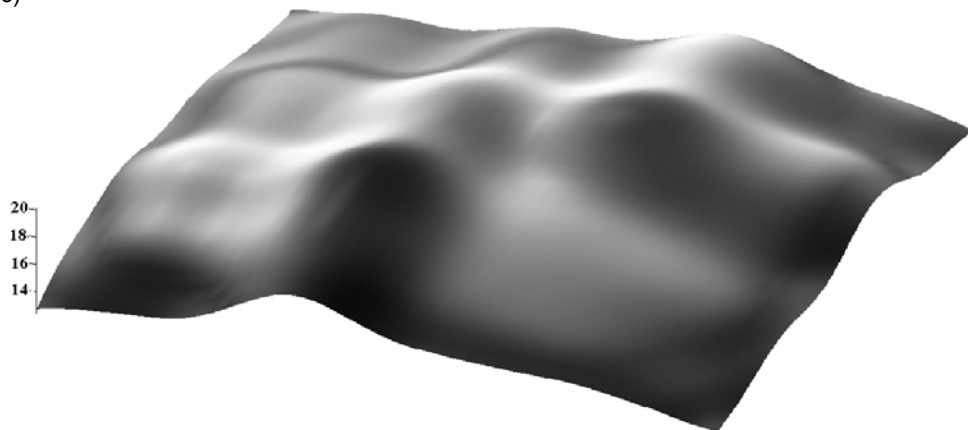
a)



b)

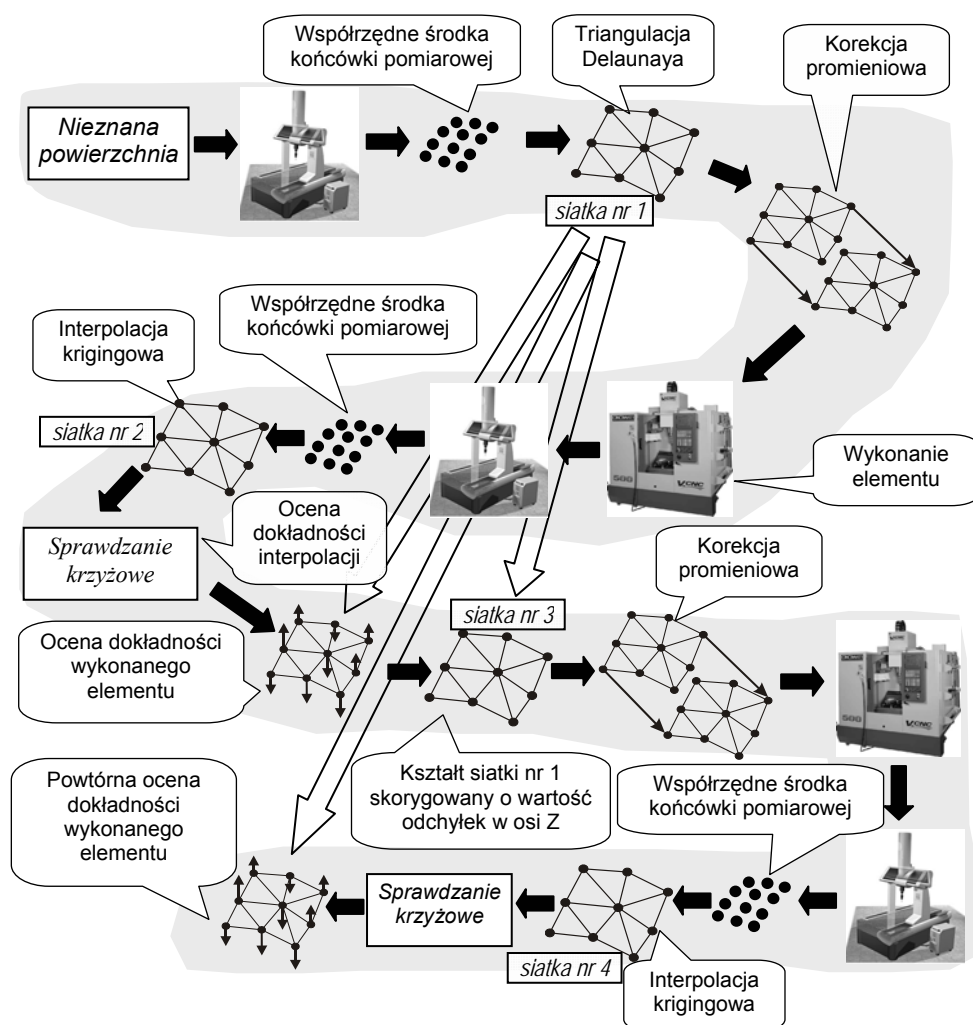


c)



Ryc. 3.41. Rozkład błędów odwzorowania powierzchni ( $\Delta z$ ): a) przed korektą kształtu, b) po korekcie, c) kształt powierzchni modelu

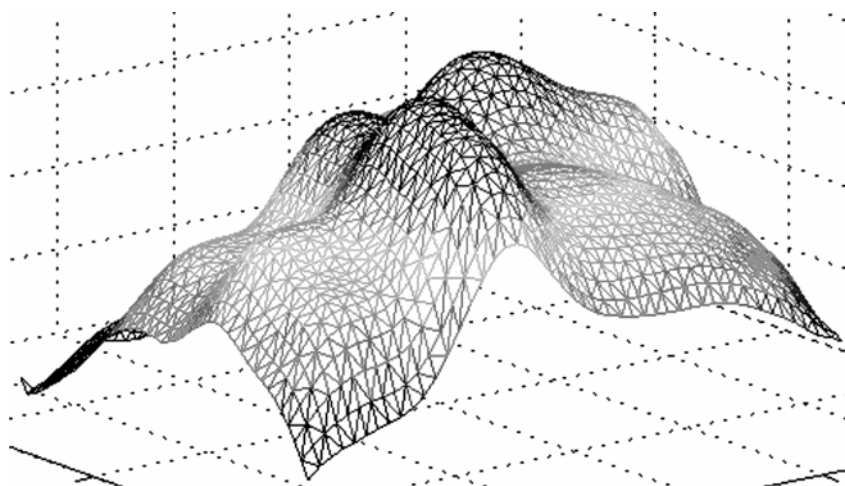
W opisanym powyżej algorytmie oceny i poprawy dokładności wykonywania elementów w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej należy wziąć pod uwagę, iż na każdym z trzech jego etapów wykonywana jest interpolacja, która wprowadza błędy odwzorowania. Błędy te można zmniejszyć, eliminując pierwszą interpolację i stosując inną metodę korekcji promieniowej końcówki pomiarowej. Algorytm po modyfikacji pokazany jest na ryc. 3.42.



Ryc. 3.42. Algorytm oceny dokładności elementu wykorzystujący triangulację Delaunaya

W zmodyfikowanym algorytmie wyniki pomiaru skanującego nie są interpolowane w celu uzyskania prostokątnej siatki punktów. Zamiast tego konstruowana jest powierzchnia fasetkowa składająca się z trójkątów, których wierzchołkami są

punkty będące wynikiem skanowania. W tym celu zastosowano metodę triangulacji Delaunaya, charakteryzującą się tym, że żaden z wierzchołków utworzonych trójkątów nie trafia do wnętrza okręgu opisanego na trójkącie jakiegokolwiek innego trójkąta powstałego podczas triangulacji [58, 89, 180] (ryc. 3.43).



Ryc. 3.43. Wyniki pomiaru skanującego powierzchni modelu poddane triangulacji Delaunaya

Utworzona powierzchnia tworzy strukturę sąsiedztwa punktów i zostanie wykorzystana do przeprowadzenia korekcji promieniowej końcówki pomiarowej. W tym celu można zastosować jeden z wcześniej omówionych algorytmów korekcji, który oblicza wektor normalny do powierzchni w korygowanym punkcie jako sumę wektorów normalnych przylegających trójkątów.

Wykonana kopia elementu poddawana jest pomiarowi skanującemu, którego wyniki będą interpolowane metodą krigingową. W odróżnieniu od poprzednio omówionego algorytmu, w którym interpolowano siatkę prostokątną, zmodyfikowany algorytm stosuje interpolację krigingową mającą na celu utworzenie siatki o współrzędnych X i Y takich samych jak w punktach będących wynikiem pomiaru powierzchni wzorcowej. Wynikiem interpolacji będą zatem punkty różniące się jedynie wartością współrzędnej Z od odpowiadających im punktów, na których rozpięto siatkę trójkątów. Należy zwrócić uwagę na fakt, iż kolejna triangulacja Delaunaya nie jest konieczna, gdyż struktura sąsiedztwa punktów, a co za tym idzie struktura trójkątów, pozostała niezmienną. Ma to wpływ na powtarzalność dokładności korekcji promieniowej – wektory normalne będą obliczane na podstawie analizy takiej samej struktury trójkątów jak poprzednio.

Dalsza część algorytmu jest taka sama jak opisane wcześniej – przeprowadzane jest porównanie siatek, korygowany jest kształt pierwszej z nich o wartość błędu odwzorowania, obliczana jest korekcja promieniowa oraz wykonywany jest kolejny model.



Opisany powyżej algorytm odróżnia od poprzedniego jeszcze jedna cecha – możliwość analizy nieregularnej siatki węzłów, dzięki czemu można tworzyć lokalne zagęszczenia punktów, na przykład w miejscach znacznego nachylenia powierzchni elementu.

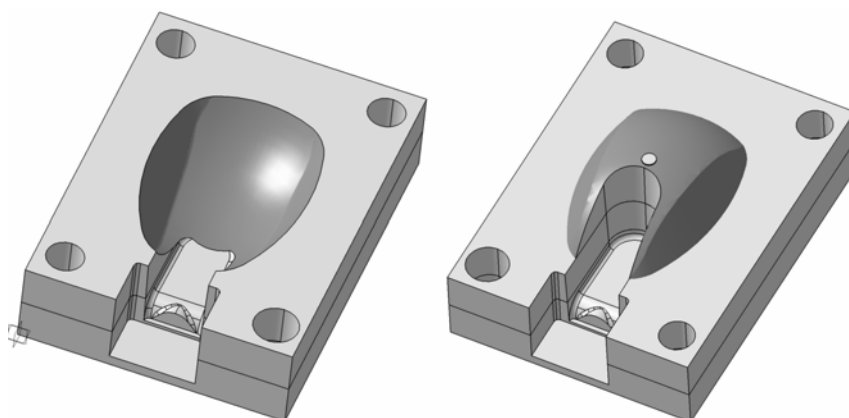
### 3.11. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA SYSTEMU INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ

Gdy realizowano zamówienie jednego z klientów, zaszła konieczność wykonania formy do wtryskiwania obudów lamp halogenowych z czujnikiem ruchu. Życzeniem klienta było, aby obudowa ta była kopią lampy oferowanej przez zagranicznego producenta.

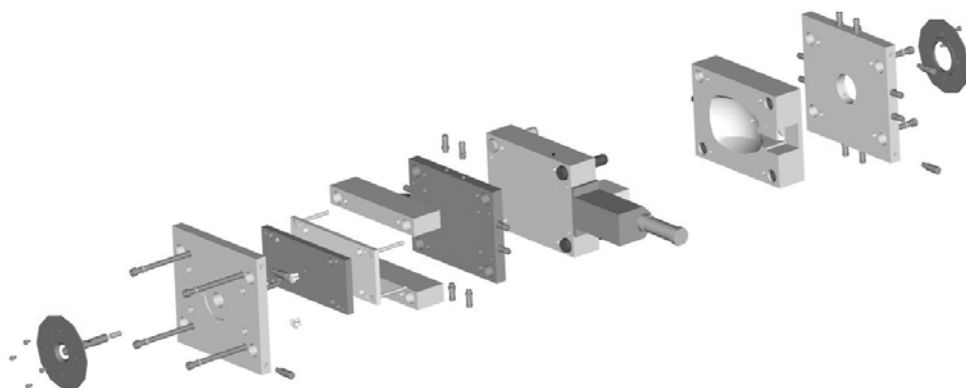
Nawiązując do rozważań umieszczonych we wstępie pracy i dotyczących poszanowania praw majątkowych producenta lampy sprawdzono, iż oryginalny wyrób nie jest zastrzeżonym na polskim rynku wzorem użytkowym.

Zewnętrzną część obudowy lampy poddano pomiarowi skanującemu na współrzędnościowej maszynie pomiarowej, a wyniki pomiarów (współrzędne środka końcówki pomiarowej) wyrównano do siatki prostokątnej metodą interpolacji kringowej, a następnie przeprowadzono korekcję promieniową końcówki. Na tak utworzonej chmurze punktów rozpięto powierzchnię fasetkową i zbudowano wirtualny model hybrydowy (powierzchniowo-bryłowy) obudowy lampy.

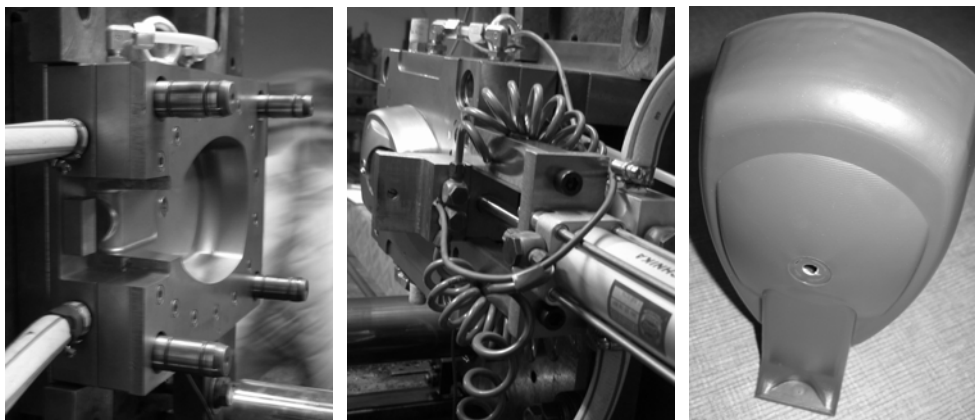
Aby w pełni wykorzystać zaprojektowany system inżynierii rekonstrukcyjnej, należałoby na tym etapie wykonać model elementu, a następnie ocenić jego dokładność i ewentualnie skorygować kształt odwzorowywanej powierzchni. Zgodnie z życzeniem klienta zrezygnowano z tej fazy projektu i przystąpiono do zaprojektowania płyt formujących (ryc. 3.44) oraz uzupełnienia ich wymaganym oprzyrządowaniem technologicznym formy wtryskowej (ryc. 3.45).



Ryc. 3.44. Model powierzchniowo-bryłowy płyt formujących



Ryc. 3.45. Projekt formy wtryskowej\*



Ryc. 3.46. Forma wtryskowa podczas eksploatacji oraz wykonany element

Wykonana forma wtryskowa została wykorzystana w warunkach przemysłowych do wykonywania obudów lamp halogenowych (ryc. 3.46).

Wykonaną obudowę lampy poddano pomiarowi skanującemu, a wyniki pomiarów wyrównano do siatki prostokątnej o współrzędnych X oraz Y takich samych jak podczas przetwarzania wyników pomiaru oryginalnej obudowy, co pozwoliło na porównanie wyników i ocenę dokładności wykonania zaprojektowanego elementu. Błędy te nie przekroczyły 0,3 mm – uznano, iż jest to wynik zadowalający.

---

\* Projekt formy wtryskowej wykonała firma TIM Projekt z Krakowa.

## 4. ZASTOSOWANIE METOD ANALIZY OBRAZÓW W INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ

Jedną z metod odwzorowywania obiektów w systemach inżynierii rekonstrukcyjnej jest wykorzystanie obrazów obiektu, uzyskanych na przykład metodą tomografii komputerowej. Podstawowym zagadnieniem podczas tego typu odwzorowania jest analiza obrazów, której celem jest wykrycie krawędzi obrazowanego obiektu.

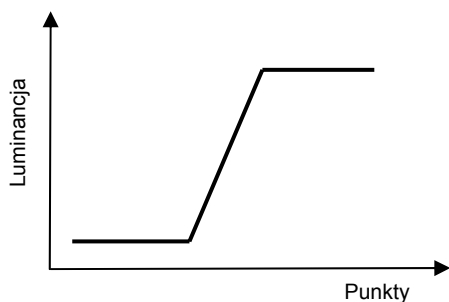
### 4.1. METODY DETEKCJI KRAWĘDZI

W dalszej części pracy przedstawiono opisywane w literaturze metody detekcji krawędzi oraz omówiono ich podstawowe wady i zalety. Zaprezentowano również opracowany przez autora algorytm detekcji krawędzi, który stosowany jest podczas projektowania protez na potrzeby zabiegów chirurgii kości czaszki.

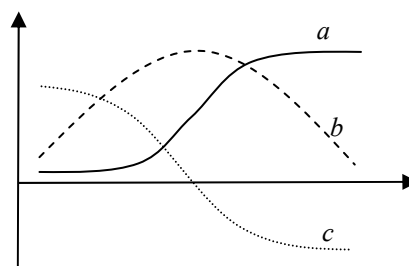
Pojęcie „krawędź obiektu” nie jest ściśle zdefiniowana. Intuicyjnie można powiedzieć, iż jest to fragment obrazu, w którym następuje gwałtowna zmiana jasności (luminancji). Na tej podstawie można przedstawić skokowy model krawędzi [87, 189] (ryc. 4.1).

Krawędź obiektu można również zdefiniować za pomocą pierwszej i drugiej pochodnej funkcji luminancji [87, 115, 189] (ryc. 4.2) – położenie krawędzi identyfikowane jest przez maksimum pierwszej pochodnej lub miejsce zerowe drugiej pochodnej.

Większość metod detekcji krawędzi analizuje funkcję luminancji lub jej pochodne.



Ryc. 4.1. Skokowy model krawędzi



Ryc. 4.2. Funkcja luminancji (a) oraz jej pierwsza (b) i druga (c) pochodna

#### 4.1.1. Binarystacja

Binarystacja – w ścisłym znaczeniu tego pojęcia – nie jest metodą wykrywania krawędzi, lecz metodą segmentacji, czyli identyfikacji obszarów obrazu, których wygląd jest dla obserwatora jednolity i podziału obrazu na te obszary.

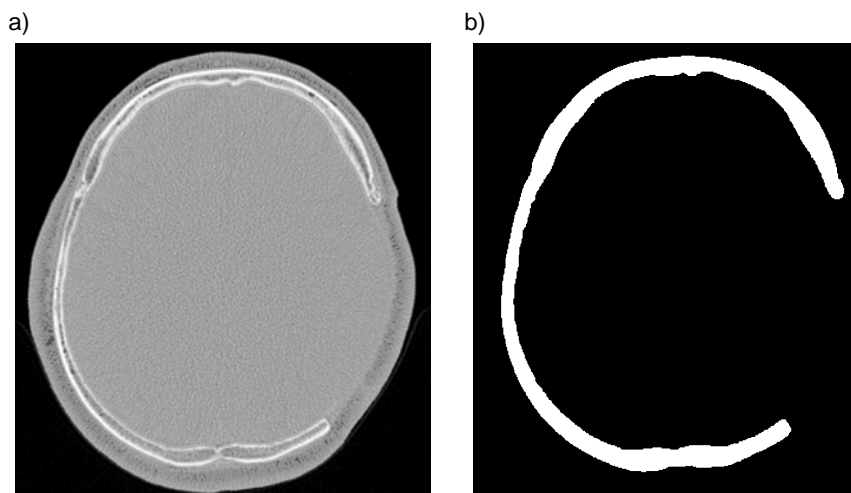
Binarystacja, zwana również progowaniem, polega na zamianie obrazu wieloodcieniowego na obraz czarno-biały (binarny). Jeśli przez  $L(x, y)$  oznaczymy luminancję punktu obrazu wieloodcieniowego, to operację binarystacji można zdefiniować następująco [189]:

$$B(x, y) = \begin{cases} 1, & L(x, y) > t \\ 0, & L(x, y) \leq t \end{cases} \quad (4.1)$$

Powyższy wzór opisuje transformację, zwaną binarystacją z progiem dolnym (ryc. 4.3).

Modyfikacją powyższej transformacji jest binarystacja z podwójnym ograniczeniem [189]:

$$B(x, y) = \begin{cases} 0, & L(x, y) > t_2 \\ 1, & t_2 \geq L(x, y) > t_1 \\ 0, & L(x, y) \leq t_1 \end{cases} \quad (4.2)$$



Ryc. 4.3. Obraz tomograficzny głowy (a)\* i jego binarystacja pokazująca ubytek kości czaszki (b)

\* Obrazy tomograficzne głowy prezentowane w niniejszej pracy udostępniła Katedra Radiologii Collegium Medicum Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Opisane dotychczas metody binaryzacji wymagają arbitralnego przyjęcia wartości progu. Wybór optymalnego progu podczas przetwarzania obrazów ma podstawowe znaczenie dla wykonywanej operacji, ale jednocześnie jest on trudny do zrealizowania, dlatego opracowano metody jego automatycznego wyznaczenia. Poniżej zostaną opisane metody wyznaczenia progu binaryzacji, których wspólną cechą jest założenie, że treść analizowanego obrazu można podzielić na dwie klasy – obiekty i tło.

Pierwsza z metod wyznaczenia progu binaryzacji polega na wyznaczeniu gradientu jasności dla każdego punktu obrazu [115]:

$$G(x, y) = \max\{|G_x(x, y)|, |G_y(x, y)|\} \quad (4.3)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} G_x(x, y) &= L(x+1, y) - L(x-1, y), \\ G_y(x, y) &= L(x, y+1) - L(x, y-1) \end{aligned} \quad (4.4)$$

a następnie na wyznaczeniu wartości progu według wzoru:

$$t = \frac{\sum_x \sum_y L(x, y) G(x, y)}{\sum_x \sum_y G(x, y)} \quad (4.5)$$

Metoda grupowania (ang. *clustering*) [60] polega na wyznaczeniu wartości progu ze wzoru:

$$t = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \quad (4.6)$$

gdzie  $\mu_1$  jest wartością średnią luminancji wszystkich punktów o wartościach pomiędzy 0 i  $t$ , natomiast  $\mu_2$  – punktów pomiędzy  $t+1$  i  $2^b - 1$  ( $b$  – rozdzielczość luminancji obrazu).

W metodzie entropii [60, 115] wartość progu jest otrzymywana poprzez analizę histogramu obrazu, który przedstawia rozkład liczbowy występowania w obrazie poszczególnych poziomów luminancji. Niech wzór:

$$p(i) = \frac{h(i)}{\sum_{i=0}^{2^b-1} h(i)} \quad (4.7)$$

opisuje prawdopodobieństwo wystąpienia luminancji  $i$  w histogramie  $h$ . Entropia histogramu obrazu o luminancji z zakresu  $[0, 2^b - 1]$  opisana jest wzorem:

$$H = - \sum_{i=0}^{2^b-1} p(i) \log_2 p(i) \quad (4.8)$$

Jeżeli  $t$  jest wartością progu, wtedy dwie wartości entropii:

$$H_0 = - \sum_{i=0}^t p(i) \log_2 p(i) \quad (4.9)$$

$$H_1 = - \sum_{i=t+1}^{2^b-1} p(i) \log_2 p(i) \quad (4.10)$$

reprezentują miarę entropii skojarzoną z wartościami 0 i 1 (czarny i biały) punktów obrazu po binaryzacji. Optymalna wartość progu jest wartością maksymalizującą entropię w obrazie po binaryzacji opisaną wzorem:

$$H = H_0 + H_1 \quad (4.11)$$

Wartością progu jest luminancja  $t$  maksymalizująca poniższe wyrażenie:

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=0}^t \log_2 (h(i) + 1)(h(i)) - \sum_{i=t+1}^{2^b-1} \log_2 (h(i) + 1)(h(i)) + \\ & + \log_2 \left( \sum_{i=0}^t h(i) \sum_{i=t+1}^{2^b-1} h(i) \right) \rightarrow \max \end{aligned} \quad (4.12)$$

W metodzie metryki (ang. *metric*) wartość progu binaryzacji jest wartością minimalizującą wyrażenie [60]:

$$\sum_{i=0}^t h(i) |i - \mu_1| + \sum_{i=t+1}^{2^b-1} h(i) |i - \mu_2| \rightarrow \min \quad (4.13)$$

gdzie  $\mu_1$  jest wartością średnią luminancji punktów o wartościach pomiędzy 0 i  $t$ , natomiast  $\mu_2$  – punktów pomiędzy  $t + 1$  i  $2^b - 1$ ;  $h$  jest wartością histogramu;  $b$  – liczba poziomów luminancji.

Inne metody opisywane w literaturze i zaimplementowane do programów analizy obrazów to między innymi:

- metoda wariancji (ang. *intervariance*) [60],
- metoda momentów [60],
- metoda Otsu [115].

Powyższe metody wyznaczania progu binaryzacji są metodami globalnymi, to znaczy analizują histogram całego obrazu. Istnieją również metody binaryzacji lokalnej, dzielące obraz na obszary i określające próg binaryzacji niezależnie dla każdego z nich, a następnie wygładzające nieciągłości obrazu spowodowane różnymi progami w sąsiadujących obszarach obrazu (metody Bernsena, Chow i Kaneko, Eikvila [115]).

Operacja binaryzacji daje w rezultacie figurę. Kolejnym etapem przetwarzania obrazu jest znalezienie krawędzi tejże figury. W tym celu wykorzystywana jest transformacja obrazu, zwana ścienianiem. Jest to przekształcenie z grupy przekształceń morfologicznych opisywanych w literaturze z zakresu metod analizy obrazu (najbardziej znane przekształcenia morfologiczne to: dylatacja, erozja, otwarcie, zamknięcie).

Przekształcenia morfologiczne wykorzystują tak zwany element strukturalny, zapisywany najczęściej w postaci macierzy kwadratowej o rozmiarze  $3 \times 3$  lub  $5 \times 5$ . Przekształcenie morfologiczne polega na wykonaniu kolejno następujących czynności [170]:

- 1) przyłożeniu punktu centralnego elementu strukturalnego kolejno do wszystkich punktów przekształcanego obrazu,
- 2) sprawdzeniu, czy lokalna konfiguracja odpowiada układowi zapisanemu w elemencie strukturalnym,
- 3) wykonaniu operacji określonej dla danego przekształcenia w przypadku zgodności konfiguracji.

Elementem strukturalnym operacji ścieniania jest następująca macierz:

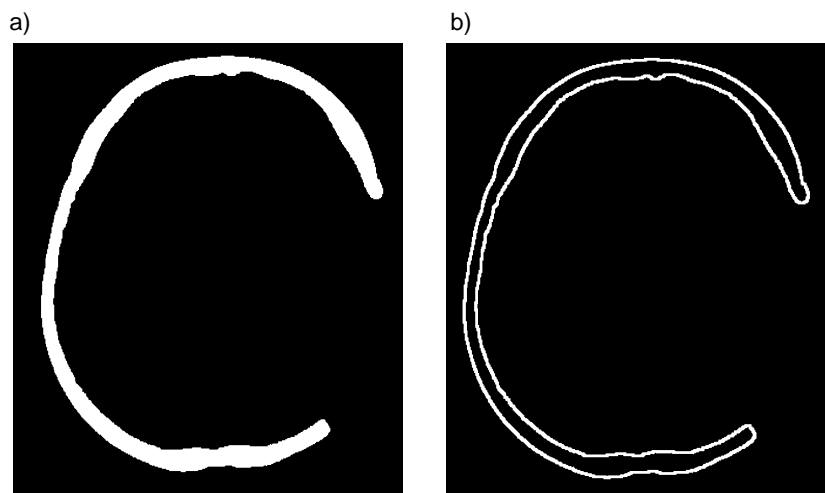
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & X & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Symbol  $X$  oznacza, iż wartość punktu jest dowolna.

W przypadku zgodności konfiguracji analizowany punkt przyjmuje wartość 0. Przykład zastosowania operacji ścieniania pokazany jest na ryc. 4.4.

Binaryzacja jest często stosowaną metodą segmentacji obrazów w celu wydobycia z nich informacji o kształcie obiektów i późniejszej budowy modelu cyfrowego. W szczególności komercyjne systemy komputerowe analizy obrazów biomedycznych (obrazy z tomografii komputerowej oraz rezonansu magnetycznego) stosują tę metodę, gdyż umożliwia ona łączenie w grupy elementów widocz-

nych na różnych obrazach z serii przekrojów obiektu oraz na zbudowanie krzywych przekroju, a następnie wykonanie modelu przestrzennego analizowanego obiektu.



Ryc. 4.4. Obraz tomograficzny głowy po binaryzacji (a) oraz krawędź kości czaszki zobrazowana metodą ścieniania (b)

Podstawową wadą opisywanej metody są błędy związane z przyjętą wartością progu binaryzacji. Zmiany luminancji w obrębie krawędzi obiektów (ta sama krawędź może mieć inną luminancję na tym samym obrazie) powodują, iż stosując binaryzację, nie można mówić o wykrywaniu krawędzi obiektu, a jedynie na określaniu jej przybliżonego położenia.

#### 4.1.2. Filtry gradientowe

Binaryzacja jest wygodną do stosowania metodą określania przybliżonego położenia krawędzi obiektu zarejestrowanego w obrazie, ale nie jest metodą wykrywania krawędzi. Jak to zostało wcześniej powiedziane, krawędź obiektu można zdefiniować jako zmianę gradientu luminancji punktów. Można więc zastosować metody matematyczne pozwalające wykryć tego typu zmiany – należą one do grupy metod kontekstowej filtracji obrazu. Operacje kontekstowe oznaczają, iż dla wyznaczenia wartości jednego punktu obrazu wynikowego należy wykonać obliczenia na wielu punktach obrazu źródłowego.

Filtrację sygnału można opisać jako splot funkcji sygnału (w opisywanym przypadku: funkcji obrazu) z funkcją filtru [115, 170]. Do celów praktycznych wygodnie jest tę operację zapisać w sposób dyskretny, wykorzystując tak zwaną maskę filtru (ang. *convolution kernel*) – filtracja obrazu będzie zatem zrealizowana poprzez operacje arytmetyczne na elementach obrazu i maski.



Najczęściej spotykaną postacią maski filtru są macierze  $3 \times 3$  – maskę tę można zapisać następująco:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K(x-1, y-1) & K(x, y-1) & K(x+1, y-1) \\ K(x-1, y) & K(x, y) & K(x+1, y) \\ K(x-1, y+1) & K(x, y+1) & K(x+1, y+1) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Jeśli otoczenie analizowanego punktu obrazu  $(x, y)$  o luminancji  $L$  zapiszemy jak niżej:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L(x-1, y-1) & L(x, y-1) & L(x+1, y-1) \\ L(x-1, y) & L(x, y) & L(x+1, y) \\ L(x-1, y+1) & L(x, y+1) & L(x+1, y+1) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

wtedy wartość luminancji tego punktu w obrazie wynikowym (po filtracji) będzie następująca:

$$L'(x, y) = \frac{1}{r} \sum_{\substack{i=x-1 \dots x+1 \\ j=y-1 \dots y+1}} K(i, j) L(i, j) \quad (4.16)$$

gdzie  $r$  jest współczynnikiem normalizacji. Konieczność normalizacji obrazu związana jest z faktem, iż suma iloczynów luminancji i wartości maski filtra może być mniejsza od zera lub większa od  $2^b - 1$ , gdzie  $b$  jest rozdzielczością luminancji obrazu.

Przyjęcie odpowiednich wartości elementów maski filtra umożliwia wykrywanie zmian gradientu w określonym kierunku. Poniżej przedstawiono przykładowe maski filtrów (pierwszy znany jako filtr Prewitta, drugi – filtr Sobela), służące do wykrywania krawędzi poziomych oraz pionowych (indeksy  $S$  oraz  $W$  oznaczają kierunek filtru – odpowiednio „South” oraz „West”) [60]:

$$\text{Prewitt} \quad \mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ oraz } \mathbf{K}_W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

$$\text{Sobel} \quad \mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \text{ oraz } \mathbf{K}_W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

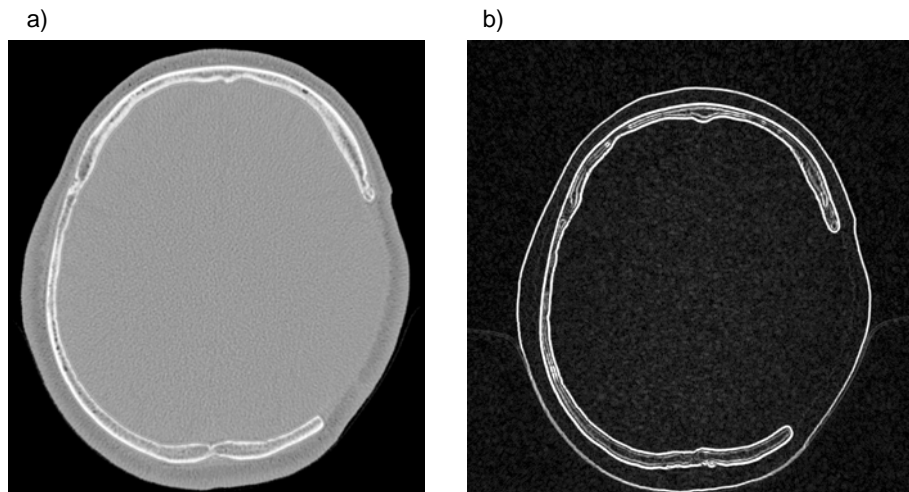
Powyższe filtry wykrywają krawędzie w określonym kierunku. Aby wykryć krawędzie w różnych kierunkach, można zastosować złożenie powyższych transformacji, jak to zostało pokazane poniżej [60]:

– zmodyfikowany filtr Prewitta:

$$L'(x, y) = \max \left[ \begin{aligned} &|L(x+1, y-1) - L(x-1, y-1) + L(x+1, y) - L(x-1, y) + \\ &+ L(x+1, y+1) - L(x-1, y+1)|, \\ &|L(x-1, y+1) - L(x-1, y-1) + L(x, y+1) - L(x, y-1) + \\ &+ L(x+1, y+1) - L(x+1, y-1)| \end{aligned} \right] \quad (4.19)$$

– zmodyfikowany filtr Sobela:

$$L'(x, y) = \max \left[ \begin{aligned} &|L(x+1, y-1) - L(x+1, y-1) + 2L(x+1, y) - \\ &- 2L(x-1, y) + L(x+1, y+1) - L(x-1, y+1)|, \\ &|L(x-1, y+1) - L(x-1, y-1) + 2L(x, y+1) - \\ &- 2L(x, y-1) + L(x+1, y+1) - L(x+1, y-1)| \end{aligned} \right] \quad (4.20)$$



Ryc. 4.5. Obraz tomograficzny głowy (a) i jego transformacja filtrem Prewitta (b)

Na rycinie 4.5 pokazano zastosowanie zmodyfikowanego filtra Prewitta. Jak widać na rycinie, transformacja spowodowała wyróżnienie obszarów o zmieniającym się gradientie luminancji, co jednak nie oznacza, iż została zlokalizowana krawędź obiektu w sposób wystarczający do dalszego wykorzystania podczas budowy modelu wirtualnego. A zatem zastosowanie filtrów gradientowych nie daje

ostatecznej odpowiedzi na pytanie o położenie krawędzi analizowanego obiektu, natomiast może być pomocne w dalszej analizie obrazu.

### 4.1.3. Detektor Canny'ego

Zastosowanie metody binaryzacji umożliwia wyznaczenie położenia krawędzi obiektu, ale jest to metoda przybliżona. Filtry gradientowe dostarczają informację o położeniu krawędzi, ale jest to informacja o obszarze (zbiorze punktów), w którym znajduje się krawędź obiektu. Z punktu widzenia inżynierii rekonstrukcyjnej pożądana jest informacja o krawędzi obiektu w postaci linii rozgraniczającej obiekt od jego otoczenia (tak jak to występuje po analizie obrazu z wykorzystaniem binaryzacji) oraz linia ta powinna zostać wyznaczona na podstawie analizy gradientu luminancji, gdyż uniezależnia to metodę detekcji krawędzi od lokalnych zmian luminancji – warunki te w znacznej mierze spełnia detektor Canny'ego [32, 47].

Pierwszym krokiem algorytmu Canny'ego jest wygładzenie obrazu, czyli filtracja obrazu mająca na celu usunięcie szumów. Podobnie jak filtry gradientowe, których celem było uwydatnienie obszarów o zmieniającym się gradiencie luminancji, filtr wygładzający jest filtrem kontekstowym z maską zbudowaną na podstawie odpowiedniej funkcji filtru. W detektorze Canny'ego stosowany jest filtr Gaussa w postaci [115]:

$$K(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (4.21)$$

gdzie parametr  $\sigma$  jest odchyleniem standardowym. Definiując dyskretną maskę filtru Gaussa, należy określić jej rozmiar (najczęściej  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ ) oraz wartość odchylenia standardowego. Poniżej przedstawiono przykładową maskę filtru o rozmiarze  $5 \times 5$  i odchyleniu standardowym  $\sigma = 1,4$  [47]:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 5 & 12 & 15 & 12 & 5 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Obliczenie wartości punktów transformowanego obrazu wykonywane jest tak jak w przypadku filtrów gradientowych, to znaczy wynikowa wartość luminancji punktu jest sumą iloczynów elementów maski i odpowiadających im punktów obrazu.

Kolejnym krokiem algorytmu po wygładzeniu obrazu jest obliczenie gradientu. W tym celu można zastosować filtr z maskami Sobela (wzór (4.18)). Po zastosowaniu masek  $\mathbf{K}_S$  oraz  $\mathbf{K}_W$  otrzymamy obrazy wynikowe – odpowiednio  $G_{x-x}$  oraz  $G_{y-y}$ , zawierające informację o wartości gradientów w kierunkach  $x-x$  oraz  $y-y$ .

Obraz gradientu będzie złożeniem powyższych obrazów:

$$G = |G_{x-x}| + |G_{y-y}| \quad (4.23)$$

Na podstawie powyższych informacji można wyznaczyć kierunek krawędzi dla każdego punktu obrazu, stosując wzór:

$$\theta = \arctg \frac{G_{y-y}}{G_{x-x}} \quad (4.24)$$

Znając kierunek krawędzi, należy go zorientować w stosunku do przetwarzanego obrazu. Ponieważ obraz zapisany jest w postaci macierzy, każdy punkt sąsiaduje z ośmioma innymi punktami. Stąd też można wyróżnić następujące kierunki krawędzi:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  oraz  $135^\circ$  – obliczone wartości kąta  $\theta$  należy przyporządkować do podanych kierunków.

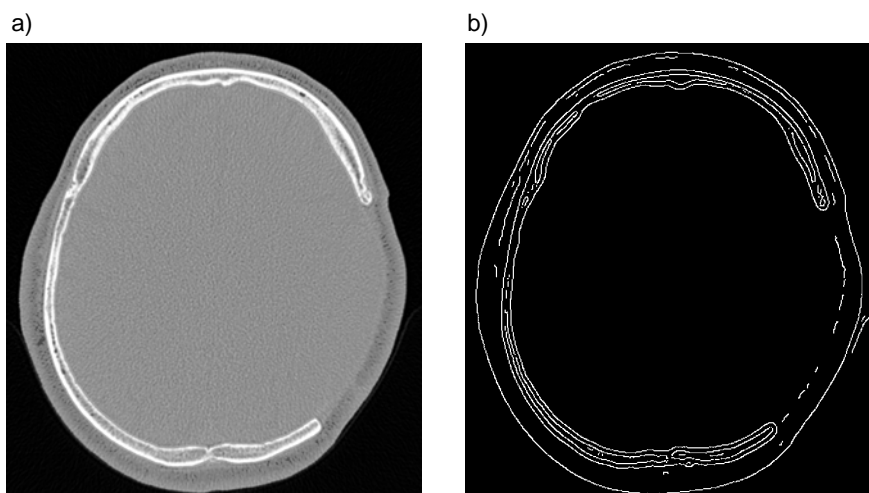
Krawędzie wykryte przez filtr gradientowy są stosunkowo grube – aby uzyskać krawędzie grubości jednego punktu (tak jak to pokazano na przykładzie operacji ścieniania wykonanej na zbinaryzowanym obrazie), należy przeprowadzić tak zwane tłumienie niemaksymalne, które wykonywane jest następująco [115]:

- 1) sprawdzane jest, czy przez punkt sąsiadujący z badanym przechodzi krawędź – jeżeli nie, to nadawana mu jest wartość 0;
- 2) dla każdego niezerowego punktu krawędzi sprawdzane są sąsiednie punkty wskazane przez kierunek gradientu;
- 3) jeżeli wartość gradientu któregoś z sąsiadów jest większa od wartości gradientu badanego punktu, to wtedy punkt ten zaznaczany jest do usunięcia (przyjmuje wartość 0); jeżeli wartość gradientu badanego punktu jest największa, to pozostaje on jako punkt krawędzi;
- 4) jeżeli badany punkt okazał się konturem, wtedy znajdowany jest następny punkt w kierunku prostopadłym do gradientu.

W rezultacie działania powyższego algorytmu otrzymywana jest krawędź o grubości jednego punktu, ale jest wielce prawdopodobne, że obraz będzie zawierał wiele fałszywych krawędzi, które są wywołane przez szum lub fragmenty tekstur, jednak kontrast (gradient) tych krawędzi będzie niewielki. Aby usunąć z obrazu fałszywe krawędzie, wykonywana jest operacja binaryzacji warunkowej [189]:

$$B(x, y) = \begin{cases} 1, & G(x, y) > t_2 \\ 1, & t_2 \geq G(x, y) > t_1 \wedge \exists_{B(i,j)=1; i=x-1\dots x+1; j=y-1\dots y+1} \\ 0, & t_2 \geq G(x, y) > t_1 \wedge \forall_{B(i,j)=0; i=x-1\dots x+1; j=y-1\dots y+1} \\ 0, & G(x, y) \leq t_1 \end{cases} \quad (4.25)$$

A zatem punkt przyjmie wartość 1, jeśli jego wartość jest większa od wartości górnego progu  $t_2$  lub gdy jest większa od progu  $t_1$  i jednocześnie sąsiaduje z punktem krawędzi. W programach komputerowych wartości progów górnego i dolnego określone są jako ułamek maksymalnej wartości gradientu  $G$  i przyjmują wartość z zakresu od 0 do 1. Przykład zastosowania detektora Canny'ego pokazano na ryc. 4.6.



Ryc. 4.6. Obraz tomograficzny głowy (a) i jego transformacja detektorem Canny'ego (b). Przyjęto następujące parametry: odchylenie standardowe 2,4; rozmiar maski  $7 \times 7$ ; próg górny 0,9; próg dolny 0,7

Detektor Canny'ego daje w rezultacie krawędź o grubości jednego punktu, która została wykryta metodami analizy gradientu, a więc łączy w sobie cechy stawiane metodom pozwalającym na zbudowanie modelu obiektu na podstawie analizy grupy obrazów. Niestety problemy z dobraniem optymalnych wartości parametrów detektora powodują, że jego stosowanie w systemach inżynierii rekonstrukcyjnej jest znacznie utrudnione.

#### 4.1.4. Inne metody detekcji krawędzi

Oprócz przedstawionych wcześniej metod detekcji krawędzi, w ostatnich latach opisano w literaturze inne metody, które zostaną scharakteryzowane poniżej.

Aktywny kontur modelu (ang. *snake* – wąż), czyli splajn o minimalnej energii z węzłami będącymi siłami zewnętrznymi, które oddziałują na splajn, w celu ukierunkowania go na elementy charakterystyczne obrazu, takie jak linie i krawędzie, opisany został w pracach [133, 160]. Funkcja energii konturu składa się z dwóch części – pierwsza odzwierciedla cechy geometryczne konturu, natomiast druga wykorzystuje zewnętrzne pole sił do jego ukierunkowania. A zatem przyjmując wstępne położenie konturu, dąży się do jego dopasowania do krawędzi obiektu.

W pracy [203] opisano metodę kierunkowej analizy obrazu. Algorytm metody analizuje obraz, tworząc obrazy luminancji punktów w czterech kierunkach:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  oraz  $135^\circ$ , czyli tworzy cztery obrazy, na których widoczne są „grzbiety” i „doliny” występujące na obrazie. Następnie znajduje punkty łączące sąsiadujące ze sobą grzbiety i doliny w każdym z czterech kierunków analizy – powstają cztery obrazy zawierające informację o gradientach jasności punktów. Końcowy efekt pracy detektora jest wynikiem łącznej analizy powstałych obrazów.

Metodę detekcji krawędzi wykorzystującą analizę multifrakalną zaprezentowano w pracy [183]. W algorytmie detektora zastosowano metody używane we fraktalnej kompresji obrazu.

Interesujące podejście do problemu detekcji krawędzi omówiono w pracy [129]. Zaproponowano w niej użycie algorytmu wzorowanego na zachowaniu się kolonii mrówek. Sztuczna kolonia mrówek jest systemem agentowym. Sztuczne mrówki zachowują się tak jak prawdziwe, czyli wykonują bez nadzoru zadania związane ze zdobywaniem pożywienia czy też przenoszeniem towarów. Znajdują najkrótszą drogę pomiędzy kolonią a źródłem pożywienia, wymieniając pomiędzy sobą informację, pozostawiając feromonowe ślady – im silniejszy ślad, tym większa szansa na to, iż droga ta zostanie wybrana przez inne mrówki – jest to zatem pętla sprzężenia zwrotnego. Sztuczne mrówki różnią się od prawdziwych tym, iż posiadają pamięć, nie są ślepe i żyją w środowisku z dyskretnym czasem. Sztuczne mrówki, które początkowo zostały losowo umieszczone w punktach obrazu, poruszają się po nim, szukając krawędzi i znacząc przebytą drogę.

Algorytm detekcji krawędzi wykorzystujący iteracyjne progowanie przedstawiono w pracy [50].

W literaturze opisywane są również próby zastosowania teorii sieci neuronowych oraz logiki rozmytej do detekcji krawędzi obiektów. Algorytm opisany w pracy [204] wykorzystuje grupę detektorów będących systemami neuronowo-rozmytymi uczonymi adaptacyjnie w celu wykrywania określonych krawędzi. Autorzy pracy [113] zaproponowali wykorzystanie trójwarstwowej jednokierunkowej sieci neuronowo-rozmytej do detekcji krawędzi oraz sieci Hopfielda do jej

uwydatnienia. Detektor zbudowany na podstawie wnioskowania rozmytego opisano w pracy [55].

Ciekawe ujęcie problemu detekcji krawędzi przedstawiono w artykule [51]. Autorzy pracy wykorzystali w swoim algorytmie transformatę falkową, która jest szczególnie użyteczna podczas analizy zmiennych przebiegów oraz sygnałów mocno zaszumionych. Detekcję krawędzi sprowadzono do problemu poszukiwania nagłych zmian amplitudy jednowymiarowego cyfrowego sygnału zapisanego w wektorach będących wierszami lub kolumnami obrazu.

Próbę znalezienia oryginalnej metody detekcji krawędzi widać również w pracy [166], w której opisano detektor wykorzystujący teorię grawitacji. Algorytm detektora zakłada, że każdy punkt obrazu jest ciałem niebieskim z masą reprezentowaną przez jego luminancję. A zatem każdy punkt (ciało niebieskie) oddziałuje na sąsiednie punkty, a one oddziałują na niego. Siła oddziaływania może zostać obliczona na podstawie prawa powszechnego ciężenia. Wektor sił oddziaływania grawitacyjnego wzdłuż wierszy i kolumn obrazu używany jest do obliczenia wielkości gwiazdowych oraz kierunku zmian sygnału.

Autorzy artykułu [31] opracowali detektor krawędzi, którego idea wywodzi się z zasady dyfrakcji Fresnela. Splot funkcji obrazu i funkcji Fresnela wykorzystany został do wyróżnienia krawędzi – operację tę sprowadzono do problemu dyskretnego splotu funkcji, jak to dzieje się w przypadku opisywanych wcześniej filtrów gradientowych.

#### 4.1.5. Detekcja krawędzi na podstawie analizy luminancji

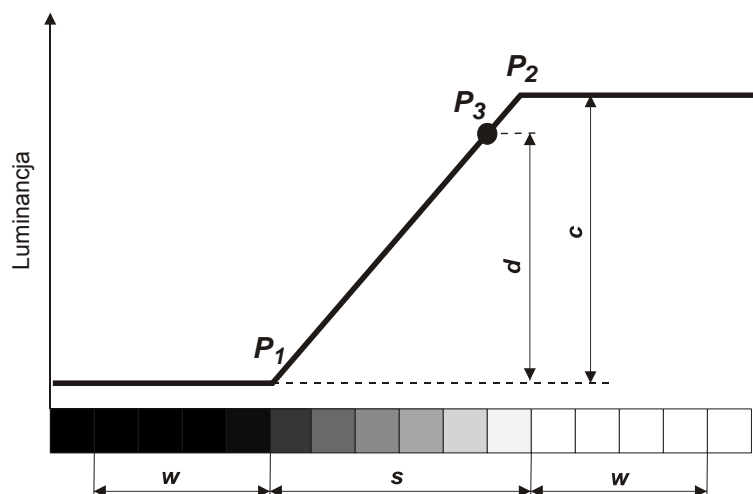
Zasadniczą wadą opisanych wcześniej metod detekcji krawędzi jest to, iż zostały opracowane na potrzeby analizy obrazów – ich celem nie jest odwzorowywanie kształtów obiektów w rozumieniu zasad inżynierii rekonstrukcyjnej. Stąd też autorzy cytowanych prac nie analizują dokładności odwzorowań, ani nawet nie próbują budowania modeli przestrzennych, gdyż rozważają pojedyncze obrazy bez ich odniesienia do rzeczywistych obiektów (wyjątkiem jest praca [133], w której pokazano przykładowy model wirtualny fragmentu stawu kolanowego, ale bez analizy dokładności odwzorowania). Ponadto część metod (w szczególności filtry gradientowe) generują mapy zmian gradientu luminancji, a nie położenie krawędzi. Kolejną wadą niektórych z opisanych detektorów jest generowanie fałszywych krawędzi bądź też zbiorów krawędzi niebędących zamkniętym konturem. Jedynie segmentacja metodą binaryzacji daje w rezultacie zamknięty kontur, który służy do zbudowania modelu przestrzennego – niestety metoda ta jest wrażliwa na lokalne zmiany jasności punktów.

Prace prowadzone przez autora, dotyczące konstruowania modeli na podstawie obrazów tomograficznych, w celu późniejszego ich zastosowania do projektowania

protezy ubytków czaszki (kranioplastyka), wymusiły konieczność opracowania efektywnej metody detekcji krawędzi obiektu spełniającej następujące założenia:

- możliwość zastosowania do grupy obrazów bez konieczności indywidualnego dobierania parametrów dla każdego obrazu,
- wyeliminowanie błędów występujących w metodzie binaryzacji, związanych z koniecznością wyboru wartości progu, a co za tym idzie, błędami spowodowanymi różnymi wartościami luminancji punktów wzdłuż identyfikowanej,
- generowanie krawędzi obiektu o grubości jednego punktu,
- wyeliminowanie występowania fałszywych krawędzi,
- powtarzalność dokładności,
- posłużenie się nią do detekcji krawędzi kości zobrazowanych za pomocą tomografii komputerowej, w szczególności kości czaszki z uwidocznionymi ubytkami, które mają zostać wypełnione protezą podczas zabiegu kranioplastyki.

Efektywną metodą detekcji krawędzi dającą powtarzalne wyniki na różnych obrazach jest metoda analizy luminancji stosowana w systemach widzenia maszynowego [60].



Ryc. 4.7. Schemat algorytmu detekcji krawędzi metodą analizy luminancji [60]

Działanie algorytmu detekcji krawędzi [73] polega na analizie luminancji punktów obrazu wzdłuż wyznaczonego profilu (ryc. 4.7). W celu znalezienia położenia krawędzi obiektu porównywana jest luminancja kolejnych punktów profilu. Dla każdego punktu obliczany jest kontrast, będący różnicą luminancji analizowanego punktu i punktu sąsiedniego – jeżeli wartość ta jest większa od wartości podanej przez użytkownika, punkt ten jest zaznaczany do dalszej analizy (punkt  $P_1$ ). Zaczynając od tego punktu analizowana jest luminancja kolejnych punktów profilu w celu znalezienia tego, dla którego luminancja jest największa (punkt  $P_2$ ).



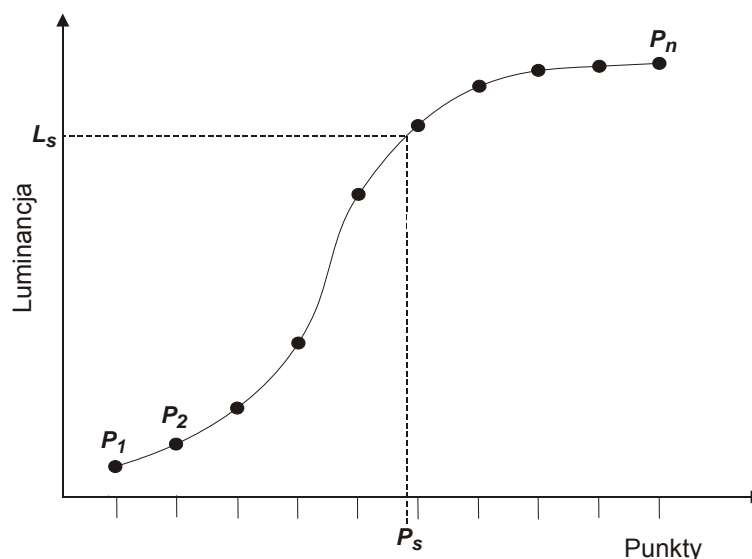
Położenie krawędzi obiektu (punkt  $P_3$ ) znajduje się w ten sposób, iż jest to pierwszy punkt (licząc od punktu  $P_1$ ), dla którego kontrast  $d$  spełnia warunek:

$$d \geq 0,9 \cdot c \quad (4.26)$$

Jednym z parametrów algorytmu jest wartość  $w$  oznaczająca ilość punktów, dla których obliczona jest średnia wartość luminancji służąca do określenia kontrastu analizowanego punktu profilu. Ma to na celu zmniejszenie wpływu szumów na końcowy efekt obliczeń.

Kolejnym parametrem jest wartość  $s$  określająca oczekiwaną szerokość krawędzi i służąca do zawężenia poszukiwań punktu  $P_2$  – eliminuje to próby znajdowania krawędzi wzdłuż długich profili o łagodnie zwiększającej się luminancji.

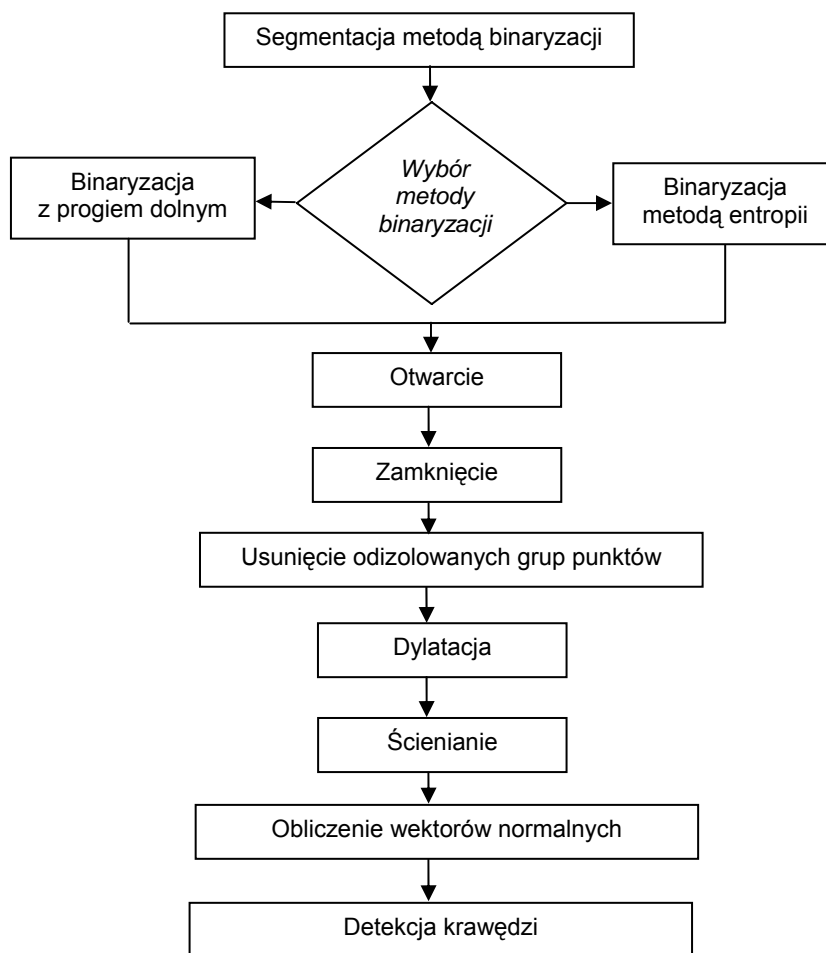
Dla obrazów o wysokiej rozdzielczości dokładność wyznaczania położenia krawędzi jest zwykle wystarczająca. Gdy nie ma możliwości wykorzystania obrazów o tych cechach, można dokonać interpolacji służącej sztuczemu zwiększeniu rozdzielczości [60] (ryc. 4.8). Metoda ta jest uzupełnieniem opisanego wcześniej algorytmu detekcji krawędzi. Na podstawie wartości luminancji punktów profilu  $P_1, \dots, P_n$  obliczana jest funkcja interpolująca luminancję (na przykład w postaci splajnu), a następnie wyznaczana wartość luminancji  $L_s$  i na jej podstawie położenie interpolowanego punktu  $P_s$ . Teoretycznie metodą tą można dowolnie zwiększyć rozdzielczość – praktyka pokazuje iż zadowalające rezultaty uzyskuje się przy maksymalnie czterokrotnym zwiększeniu rozdzielczości, to znaczy pomiędzy dwoma sąsiednimi punktami obliczane jest położenie trzech innych.



Ryc. 4.8. Schemat algorytmu interpolacji [60]

Opisany powyżej algorytm stosowany jest w praktyce przemysłowej, na przykład do wykonywania pomiarów elementów na taśmie produkcyjnej z wykorzystaniem wizyjnych systemów kontroli jakości. Niestety wymaga on zdefiniowania kierunku (profilu) analizy luminancji punktów, co w przypadku próby jego zastosowania do detekcji krawędzi obiektów o nieznanym wcześniej kształcie (jak to dzieje się podczas analizy obrazów tomograficznych) znacząco zmniejsza jego możliwości zastosowania. A zatem aby można było zastosować go do analizy obrazów biomedycznych, konieczne jest każdorazowe wyznaczenie kierunku analizy.

Autor opracował algorytm i program komputerowy, który w sposób automatyczny wyznacza kierunek analizy, a następnie wykonuje detekcję krawędzi obiektu (ryc. 4.9).



Ryc. 4.9. Schemat algorytmu automatycznej detekcji krawędzi z wykorzystaniem analizy luminancji [73]

Pierwszym krokiem działania algorytmu jest binaryzacja (segmentacja) obrazu, mająca na celu wstępne określenie położenia poszukiwanego obiektu – binaryzacja może być wykonywana metodą entropii lub z określonym przez użytkownika progiem dolnym (ryc. 4.10).

Efektom binaryzacji jest znalezienie obszaru, w którym znajdują się krawędzie analizowanego obiektu. Niestety oprócz tego w obrazie tym będzie widocznych szereg niewielkich odizolowanych zbiorów punktów, które nie mają związku z rozpatrywanym obiektem – część z tych punktów ma połączenie z główną figurą – punkty te muszą zostać usunięte z obrazu.

W celu usunięcia niepożądanych punktów zastosowano transformacje z grupy przekształceń morfologicznych, omówionych w rozdziale o binaryzacji.

Pierwszym z zastosowanych przekształceń jest otwarcie będące złożeniem – w podanej kolejności – erozji i dylatacji. Transformacja ma na celu usunięcie z obrazu połączeń niewielkich zbiorów punktów z dominującą figurą. Ponadto usuwa ono również większość wspomnianych grup punktów.

Erozja jest przekształceniem morfologicznym, dla którego element strukturalny jest następujący [170]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jeśli element strukturalny jest zgodny z lokalną konfiguracją obrazu, to analizowany punkt przyjmie wartość 1. W przeciwnym wypadku – wartość 0. Inaczej mówiąc, figura zerodowana to zbiór środków wszystkich kół o promieniu  $r$ , które w całości zawarte są we wnętrzu figury wyjściowej [189].

Element strukturalny dylatacji pokazano poniżej [170]:

$$\begin{bmatrix} X & X & X \\ X & 0 & X \\ X & X & X \end{bmatrix}$$

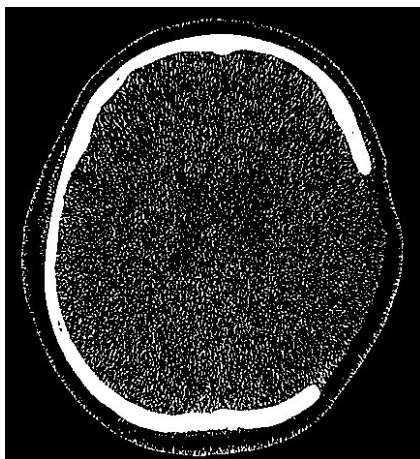
Jeżeli występuje zgodność konfiguracji, to analizowany punkt przyjmie wartość 1, ale pod warunkiem, że nie wszystkie wartości otoczenia obrazu są równe zero. W przeciwnym wypadku wartość punktu nie ulegnie zmianie. Dylatację można zdefiniować również jako zbiór środków wszystkich kół o promieniu  $r$ , których choć jeden punkt pokrywa się z jakimkolwiek punktem figury wyjściowej [189].

W celu wygładzenia krawędzi powstałej figury zastosowano transformację nazywaną zamknięciem i będącą złożeniem dylatacji i erozji.

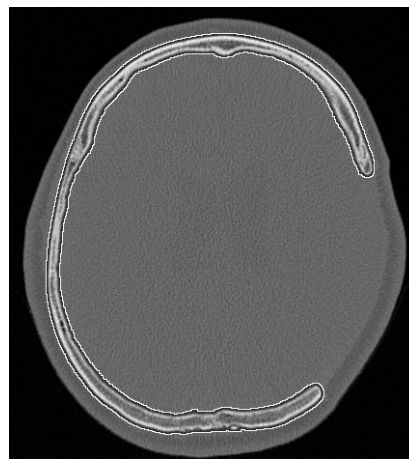
Ponieważ dotychczasowe transformacje niekiedy nie eliminują z obrazu niektórych grup odizolowanych punktów, zastosowano przekształcenie, które znajduje i usuwa grupy punktów o polu powierzchni mniejszym niż wartość podana przez operatora.

Przeprowadzona operacja segmentacji obrazu miała na celu określenie obszaru, w którym znajduje się analizowany obiekt. Jak to zostało wyjaśnione w rozdziale o binaryzacji, brzeg figury powstałej po tym przekształceniu może nie pokrywać się z krawędzią obiektu. W celu uniknięcia sytuacji, gdy krawędź obiektu znajduje się na zewnątrz figury będącej efektem binaryzacji, opracowany algorytm detekcji krawędzi dokonuje powiększenia figury, wykonując dylatację.

Po usunięciu z obrazu zbędnych punktów, można przystąpić do znalezienia brzegu figury, wykorzystując operację ścieniania (ryc. 4.11).



Ryc. 4.10. Obraz tomograficzny głowy po binaryzacji metodą entropii



Ryc. 4.11. Obraz tomograficzny głowy z naniesionym brzegiem figury uzyskanej w wyniku binaryzacji, otwarcia, zamknięcia i ścieniania

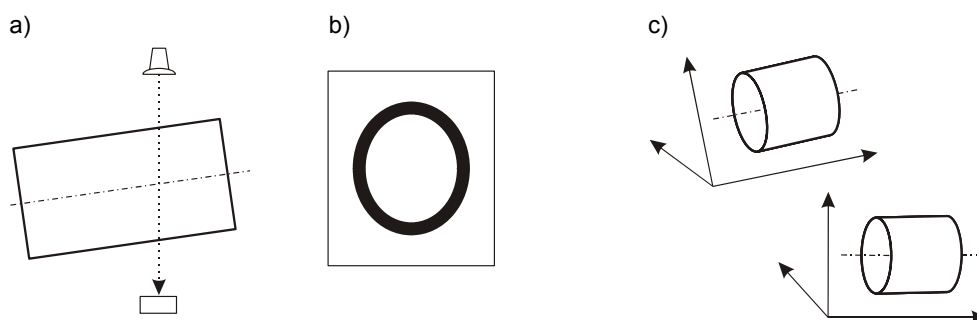
Figura, której brzeg jest wynikiem operacji ścieniania, zawiera obiekt, którego krawędź należy znaleźć. Kolejnym krokiem opracowanego algorytmu jest znalezienie wektorów normalnych do brzegu wspomnianej figury. Wektory te określają kierunek (profil) wykorzystywany przez algorytm detekcji krawędzi opisany na początku niniejszego rozdziału.

Na podstawie opisanego powyżej algorytmu autor opracował program komputerowy, który służy do automatycznej detekcji krawędzi obiektów zobrazowanych w postaci serii obrazów uzyskanych metodą tomografii komputerowej. Program generuje przestrzenną chmurę punktów krawędzi obiektów, która następnie jest wykorzystywana w module inżynierii rekonstrukcyjnej systemu komputerowo wspomaganego projektowania do budowy wirtualnego modelu obiektu.

## 4.2. OCENA DOKŁADNOŚCI REKONSTRUKCJI

Ocenę dokładności rekonstrukcji obiektów zobrazowanych tomografem komputerowym i przetwarzanych opracowanym przez autora oprogramowaniem do detekcji krawędzi metodą analizy luminancji przeprowadzono dwiema metodami. Pierwsza z zastosowanych metod polegała na porównaniu chmury punktów wygenerowanej przez opracowany przez autora program do detekcji krawędzi z modelem wirtualnym skanowanego modelu. Druga metoda była ściśle związana z przeznaczeniem programu – to znaczy z detekcją krawędzi ubytków czaszki w celu późniejszego zaprojektowania i wykonania protezy ubytku.

W tym miejscu należy zwrócić uwagę na fakt, iż ocena dokładności obiektów w inżynierii rekonstrukcyjnej jest głębszym problemem polegającym na porównaniu ze sobą dwóch przestrzennych chmur punktów opisujących ten sam obiekt. Trudność tego porównania tkwi w dopasowaniu układów współrzędnych obydwu zbiorów punktów (ryc. 4.12).



Ryc. 4.12. Dopasowanie odwzorowań obiektu: a) tomografia w płaszczyźnie nieprostokątnej do osi walca oraz b) powstały obraz; c) brak wspólnej bazy pomiarowej jako efekt skanowania różnymi metodami

Poniżej zostaną przedstawione dwa rozwiązania powyższego zagadnienia. Pierwsze z nich polega na przetworzeniu obrazu obiektu, jeszcze przed przystąpieniem do detekcji krawędzi. Drugie rozwiązanie dopasowuje do siebie chmury punktów przez porównanie fragmentów obiektu odwzorowanych przez obydwie chmury.

Metoda informacji wzajemnej jako miara podobieństwa obrazów [142, 216] pozwala porównywać obrazy otrzymane z różnych źródeł. Podczas dopasowywania obrazów przyjmowane jest założenie, że drugi obraz jest wynikiem transformacji afinicznej pierwszego obrazu, a celem jest wyznaczenie wartości współczynników tej transformacji metodą maksymalizacji informacji wzajemnej.

W wyniku transformacji afinicznej współrzędne piksela obrazu  $(x, y)$  są odwzorowywane na  $(x', y')$  następująco [216]:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xy} \sin \Theta + \sigma_x \cos \Theta & \sigma_{xy} \cos \Theta - \sigma_x \sin \Theta & t_x \\ \sigma_y \sin \Theta & \sigma_y \cos \Theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

gdzie:

- $\sigma_x$  – przeskalowanie wzdłuż osi X,
- $\sigma_y$  – przeskalowanie wzdłuż osi Y,
- $\sigma_{xy}$  – skrócenie,
- $\Theta$  – obrót względem początku układu współrzędnych,
- $t_x$  – przesunięcie wzdłuż osi X,
- $t_y$  – przesunięcie wzdłuż osi Y.

Informacja wzajemna  $I_w$  pomiędzy obrazami  $A$  i  $B$  zdefiniowana jest następująco [216]:

$$I_w(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B) \quad (4.28)$$

gdzie  $H(A)$  oraz  $H(B)$  oznaczają entropię obrazów  $A$  i  $B$  stowarzyszoną ze zbiorem  $N$  niezależnych zdarzeń  $S = \{x_1, \dots, x_N\}$  oraz ze zbiorem prawdopodobieństw ich zajścia  $P = \{p_1, \dots, p_N\}$  [216]:

$$H(S) = - \sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i \quad (4.29)$$

Natomiast  $H(A, B)$  jest entropią wzajemną obrazów  $A$  i  $B$  [216]:

$$H(A, B) = - \sum_{i=1, j=1}^N p_{ij} \log_2 p_{ij} \quad (4.30)$$

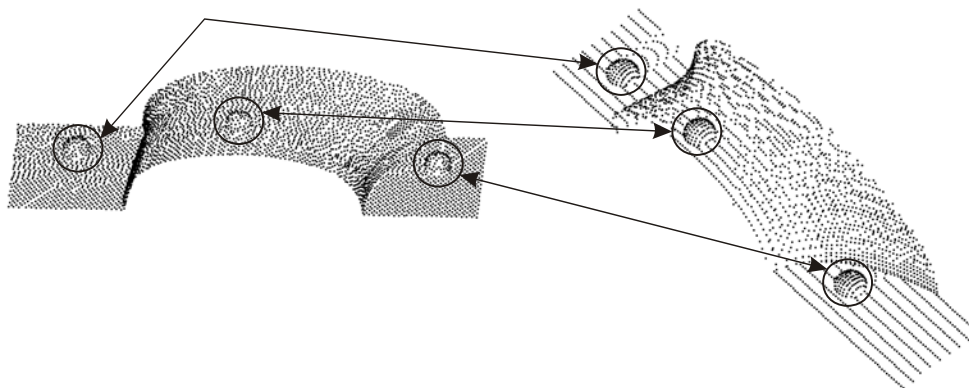
Entropię obrazów cyfrowych oblicza się, biorąc pod wagę rozkład prawdopodobieństwa luminancji. Obraz, w którym występuje większość pikseli o takiej samej jasności, ma małą entropię (jasność każdego piksela jest znana z dużym prawdopodobieństwem), natomiast obraz, w którym wszystkie poziomy jasności występują równie często, ma dużą entropię. A zatem entropia jest miarą koncentracji funkcji rozkładu prawdopodobieństwa luminancji w obrazie. Maksymalizacja informacji wzajemnej, która jest celem opisywanej metody, oznacza minimalizację entropii wzajemnej.

Metodą estymacji rozkładów prawdopodobieństwa jest wyznaczenie histogramu wzajemnego. W macierzy histogramu wzajemnego na pozycji  $h(a, b)$  wpisuje się liczbę wzajemnych wystąpień pikseli o wartościach  $a$  i  $b$  w obrazach  $A$  i  $B$

(tzn. przypadki, w których w obrazie  $A$  na pozycji  $(x, y)$  jest piksel o wartości  $a$ , a na tej samej pozycji w obrazie  $B$  jest piksel  $b$ ). Estymatory rozkładu prawdopodobieństwa dla każdego z obrazów, w postaci histogramów, oblicza się sumując histogram wzajemny po wierszach i kolumnach.

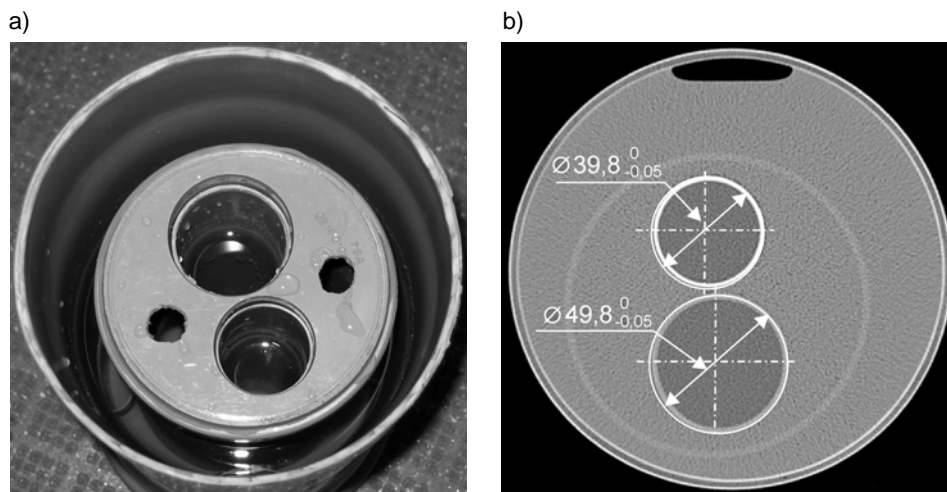
Opisana metoda (do której program komputerowy zamieszczony został w pracy [216]) pozwala na porównywanie obrazów różniących się na przykład oświetleniem, stąd też przydatna jest w przetwarzaniu obrazów medycznych. Umożliwia ona dopasowanie obrazów uzyskanych różnymi metodami obrazowania.

Druga z omawianych metod dotyczy dopasowania chmur punktów i jest zaimplementowana jako funkcja modułu Digitized Shape Editor systemu Catia [12]. Metoda wymaga, aby w digitalizowanym obiekcie można było wyróżnić trzy sfery. Użytkownik systemu wskazuje, w sposób przybliżony, położenie punktów chmury, które znajdują się na sferach, a funkcja dopasowuje sfery do punktów metodą najmniejszych kwadratów, a następnie oblicza ich środki oraz wykonuje transformację potrzebną do ich wzajemnego dopasowania (ryc. 4.13).

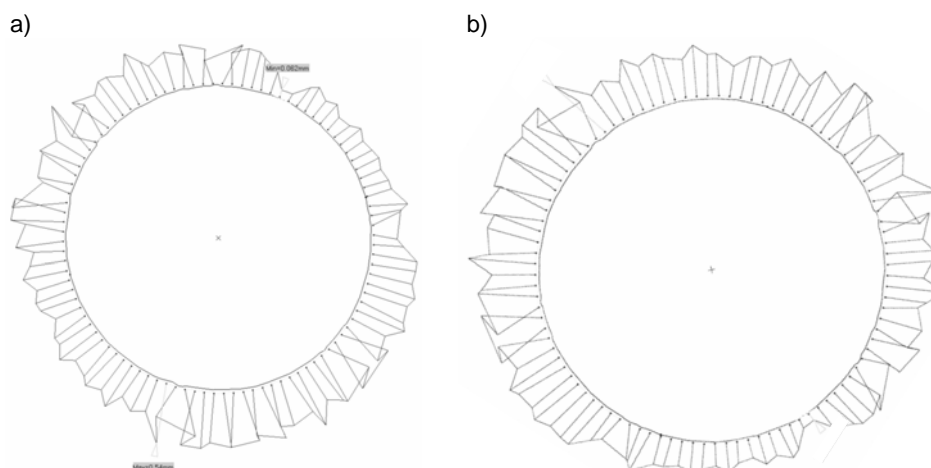


Ryc. 4.13. Dopasowanie chmur punktów poprzez analizę położenia sfer

W celu wykonania oceny dokładności odwzorowania metodą porównania chmury punktów, przygotowano fantom wykonany z rur z modyfikowanego polichlorku winylu (materiał ten ma współczynnik pochłaniania promieniowania rentgenowskiego zbliżony do kości), które umieszczono w pojemniku wypełnionym wodą destylowaną w celu zasymulowania obecności tkanek miękkich (ryc. 4.14). W pojemniku tym umieszczono również prostopadłościan z wykonanymi trzema połówkami sfery o średnicy 25 mm, które zostały zastosowane do dopasowania zdigitalizowanej chmury punktów do modelu wirtualnego fantomu (zgodnie z metodą pokazaną na ryc. 4.13).



Ryc. 4.14. Fantom do oceny dokładności rekonstrukcji: a) wygląd wnętrza fantomu; b) obraz tomograficzny przekroju z naniesionymi wymiarami elementów



Ryc. 4.15. Ocena dokładności odwzorowania: a) element o średnicy 39,8 mm; b) element o średnicy 49,8 mm

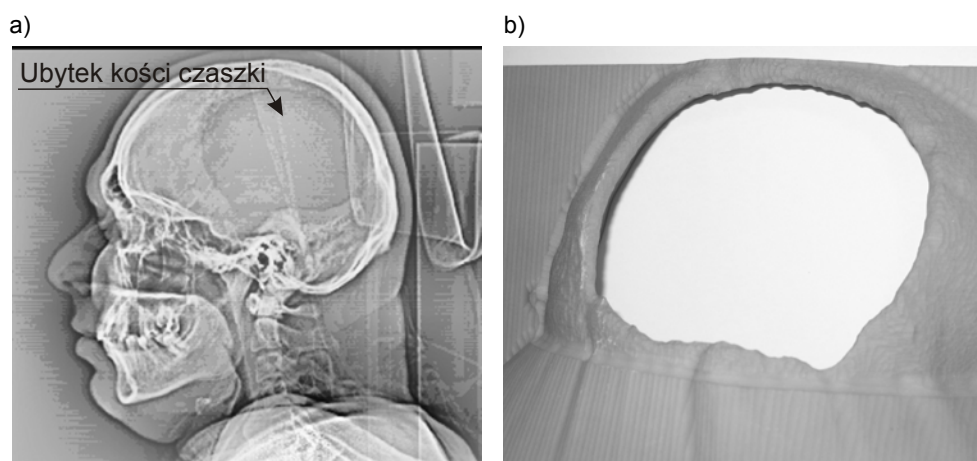
Fantom poddano badaniu tomograficznemu na 10-przekrojowym tomografie spiralnym Siemens Sensation 10. Uzyskane obrazy przetworzono opracowanym przez autora programem do detekcji krawędzi, a uzyskaną chmurę punktów przesłano do modułu Digitized Shape Editor systemu Catia, w którym dopasowano ją do modelu wirtualnego. Ocenę dokładności przeprowadzono porównując średnice zewnętrzne modelu w wybranym przekroju z punktami chmury uzyskanymi metodą detekcji krawędzi (ryc. 4.15). Maksymalne odchyłki punktów od zarysu nominalnego wyniosły: dla elementu o średnicy 49,8 mm – 0,67 mm; dla średnicy



39,8 mm – 0,54 mm. Należy zwrócić uwagę na fakt, iż porównanie było wykonywane w stosunku do zarysu nominalnego wykonanego z tolerancją, dla której dolna odchyłka wynosiła 0,05 mm, a górna 0. Względy technologiczne spowodowały, iż elementów fantomu nie można było wykonać z większą dokładnością. Z tego względu przeprowadzoną ocenę potraktowano jako wstępne rozpoznanie możliwości opracowanej metody detekcji krawędzi i wykonano kolejny eksperyment.

Jak wcześniej wspomniano, celem autora podczas opracowywania metody detekcji krawędzi było jej zastosowanie do projektowania protez ubytków czaszkowych. Z tego względu kolejny eksperyment mający określić dokładność odwzorowania polegał na symulacji rzeczywistych warunków, w jakich ma znaleźć zastosowanie opracowana metoda.

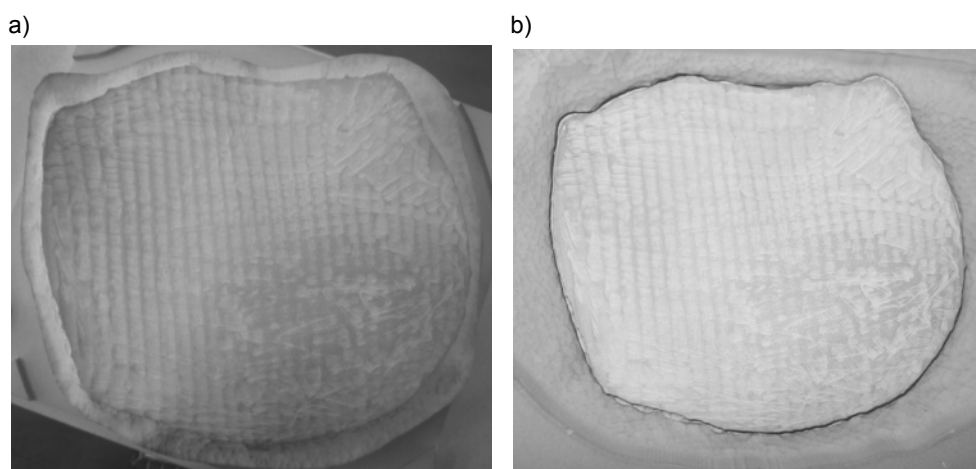
Na podstawie obrazów tomograficznych czaszki pacjenta po urazie głowy, u którego wystąpił znaczny ubytek kości czaszki, przeprowadzono detekcję krawędzi ubytku i skonstruowano model wirtualny czaszki, a następnie model materialny (ryc. 4.16).



Ryc. 4.16. Odwzorowanie ubytku kości czaszki: a) obraz rentgenowski czaszki; b) model ubytku kości wykonany na podstawie obrazów tomograficznych

Wykonany model ubytku kości czaszki poddano badaniu tomograficznemu, którego wyniki posłużyły do skonstruowania kolejnego modelu wirtualnego. A zatem wykonany uprzednio model czaszki potraktowany został jako fantom i użyty do badania tomograficznego. Uzyskane obrazy poddane zostały detekcji krawędzi opracowaną przez autora metodą. Powstała chmura punktów posłużyła do zbudowania modelu wirtualnego – wykorzystano funkcję modułu Digitized Shape Editor systemu Catia, która rozpina trójkąty na sąsiadujących ze sobą punktach, tworząc powierzchnię fasetkową modelu. Dla tak skonstruowanego modelu wirtualnego zaprojektowano protezę ubytku czaszki, zapewniającą wypełnienie

kości oraz przyleganie powierzchni styku protezy z kością z luzem 0,2 mm. Zaprojektowaną protezę wykonano metodą frezowania 3-osiowego i sprawdzono jej przyleganie do modelu (ryc. 4.17). Pomiary wielkości szczeliny pomiędzy protezą a modelem czaszki wykazały, iż jej wielkość nie przekracza 0,5 mm. Należy zwrócić uwagę na to, iż wspomniane dopasowanie polega na przestrzennym przyleganiu modelu, co nie jest widoczne na pokazanym zdjęciu. Osiągnięte rezultaty spowodowały, iż podjęto decyzję o zastosowaniu opracowanej metody w warunkach klinicznych, co zostało opisane w następnym rozdziale.



Ryc. 4.17. Wypełnienie ubytku modelu czaszki: a) model wypełnienia (protezy); b) przyleganie protezy do modelu czaszki (widok z wnętrza modelu czaszki)

### 4.3. ZASTOSOWANIE OPRACOWANEJ METODY DETEKCJI KRAWĘDZI

Opracowana przez autora metoda detekcji krawędzi została wykorzystana do przygotowania zabiegu neurochirurgicznego, zwanego kranioplastyką i polegającego na wypełnieniu ubytku kości czaszki [25, 72].

Konieczność usunięcia płata kostnego w zabiegach neurochirurgicznych jest powszechnie akceptowanym sposobem postępowania w wielu sytuacjach klinicznych [25]. Wraz z postępem farmakologii i anestezjologii zwiększają się możliwości ingerencji w śródczaszkową równowagę objętościowo-ciśnieniową. Jednak w praktyce klinicznej odporne na leczenie zachowawcze nadciśnienie śródczaszkowe jest główną przyczyną śmierci u chorych z urazowym uszkodzeniem mózgu. Stąd wytyczne europejskie (European Brain Injury Consortium), jak i amerykańskie (Brain Trauma Foundation) zalecają w leczeniu nadciśnienia śródcza-

szkowego usunięcie fragmentu kości czaszki, czyli tak zwane odbarczenie kostno-oponowe [117].

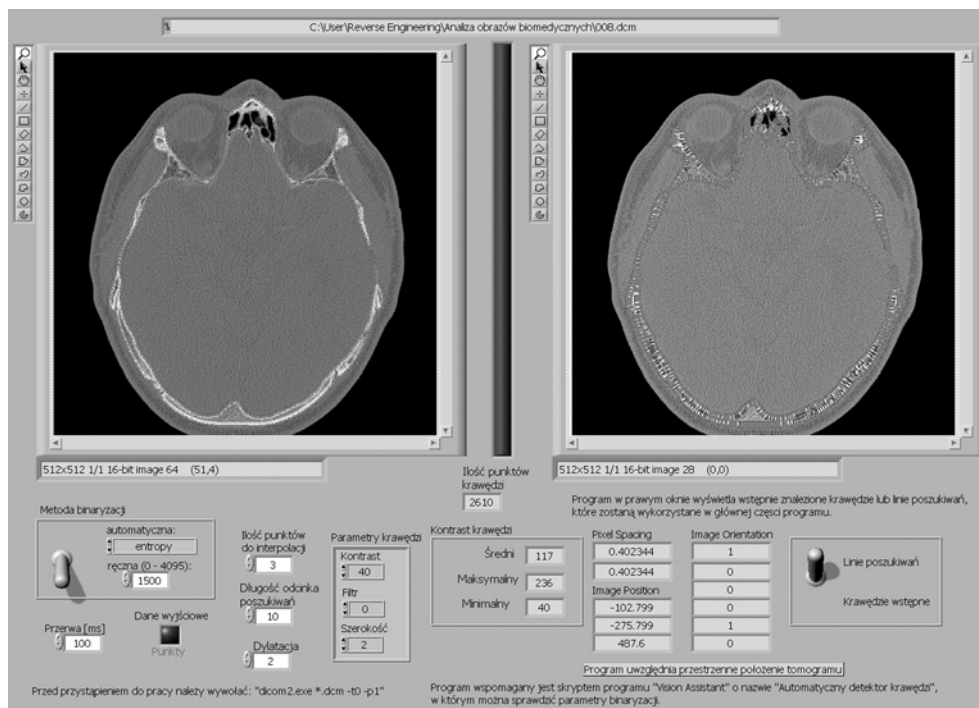
Przywrócenie naturalnego kształtu głowy i ochrona przed urazami mechanicznymi, w opinii wielu chorych z ubytkiem kości, jest ważnym psychologicznie czynnikiem. Zabieg ten zamyka dla chorego pewien etap leczenia, po którym może on zogniskować uwagę na rehabilitacji i powrocie do normalnej aktywności społecznej. Zabieg wypełnienia ubytku czaszki – przeszczep autogenny (własna kość chorego) lub wszczepienie protezy (siatki tytanowe, polipropylenowo-poliestrowe, pochodne syntetycznego hydroxyapatytu- $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})$ ) wykonywany jest w różnych ośrodkach w czasie od 2 tygodni do 6 miesięcy od pierwszego zabiegu [22, 35, 138, 186, 188]. W Polsce ze względu na swe walory biokompatybilności i niskiej ceny najbardziej rozpowszechniony jest Codubix [4]. W przypadku tej sztywnej dzianiny polipropylenowo-poliestrowej, dostarczanej dotychczas jedynie w kilku rozmiarach i z góry narzuconą krzywizną, o dobrym efekcie kosmetycznym decyduje optymalne dobranie krzywizny i docięcie pasujące do stwierdzonego śródoperacyjnie ubytku.

Aby wyeliminować konieczność śródoperacyjnego kształtowania protezy, opracowano procedurę wykonywania modeli ubytków czaszki na podstawie analizy danych obrazowych uzyskanych metodą tomografii komputerowej – wykonane modele służą do przedoperacyjnego dopasowania protezy.

Producent Codubixu dostarcza cztery rodzaje protez czaszkowych, które są wycinkami sfery lub elipsoidy różniącymi się krzywizną i wymiarami – są to tak zwane uniwersalne protezy do kranioplastyki i, jak to zostało wcześniej wspomniane, wymagają śródoperacyjnego dopasowania do otworu w czaszce. Procedura ta ma dwie zasadnicze wady. Po pierwsze docinanie krawędzi protezy odbywa się w trakcie zabiegu operacyjnego, powodując jego wydłużenie, co nie jest obojętne dla pacjenta pozostającego pod narkozą. Po drugie – w wielu przypadkach są poważne problemy z uzyskaniem odpowiedniego efektu estetycznego, ze względu na trudności z odwzorowaniem kształtu czaszki przez protezę będącą wycinkiem sfery lub elipsoidy.

Z powodu opisanych powyżej problemów z odpowiednim dopasowaniem protez, prace badawcze zostały przeprowadzone dwuetapowe. W pierwszej kolejności opracowano metodę wykonywania modeli ubytków kości czaszki – modele te posłużyły do przedoperacyjnego docinania krawędzi, co w istotny sposób skróciło czas zabiegu. Po pozytywnym zweryfikowaniu metody przystąpiono do projektowania i wykonywania indywidualnie dopasowanych protez, które pozwalają uzyskać znacznie lepszy efekt kosmetyczny niż protezy uniwersalne.

Modele kości czaszki tworzone są na podstawie serii około 300 obrazów uzyskanych metodami tomografii komputerowej. Detekcja krawędzi kości czaszki wykonywana jest automatycznie za pomocą opracowanego przez autora programu komputerowego, wykorzystującego algorytm analizy zmian luminancji, opisany w jednym z poprzednich rozdziałów (ryc. 4.18).

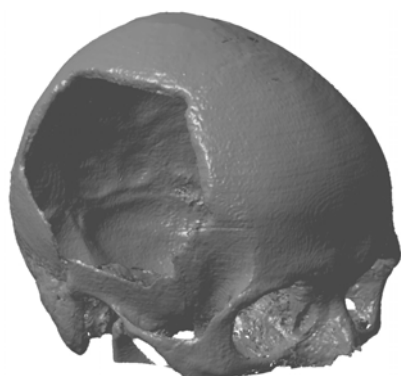


Ryc. 4.18. Program komputerowy do automatycznej detekcji krawędzi metodą analizy zmian luminancji

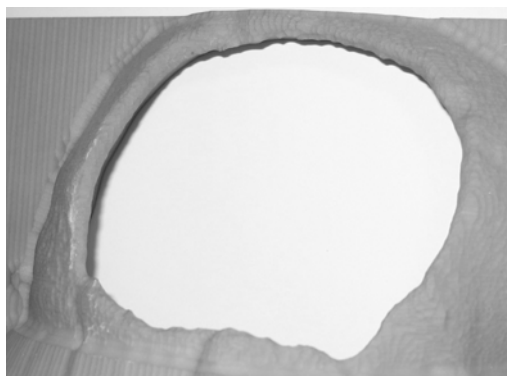
Program generuje chmurę punktów, która jest następnie przesyłana do modułu Digitized Shape Editor systemu Catia, w którym budowany jest model powierzchniowy kości czaszki (ryc. 4.19). Na podstawie tak utworzonego modelu wirtualnego generowany jest – z wykorzystaniem modułu Advanced Manufacturing systemu Catia – program sterujący dla 3-osiowego centrum frezarskiego, służący do wykonania modelu materialnego ubytku kości czaszki. Model wykonywany jest z łatwo obrabialnej żywicy poliuretanowej (ryc. 4.20).

W pierwszym etapie prac badawczych model materialny ubytku kości czaszki używany był przez chirurga do przedoperacyjnego dopasowania uniwersalnej protezy do kranioplastyki (ryc. 4.21, 4.22).

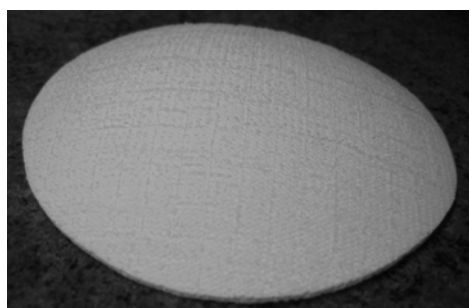
Kolejnym etapem badań było wykonanie protezy o kształcie dopasowanym do sklepistości i kształtu ubytku kości czaszki pacjenta. W tym celu, wykorzystując model wirtualny czaszki, zaprojektowano protezę (ryc. 4.23), a następnie wykonano matrycę protezy (ryc. 4.24), która została użyta przez producenta materiału Codubix do ukształtowania protezy (ryc. 4.25). W celu ostatecznego dopasowania krawędzi protezy wykonano również model ubytku (ryc. 4.26).



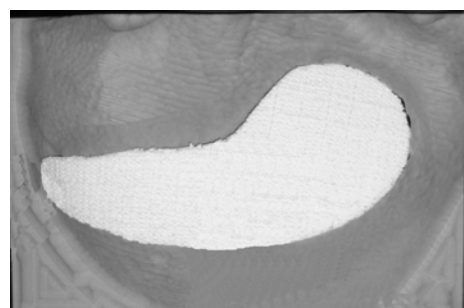
Ryc. 4.19. Model wirtualny kości czaszki



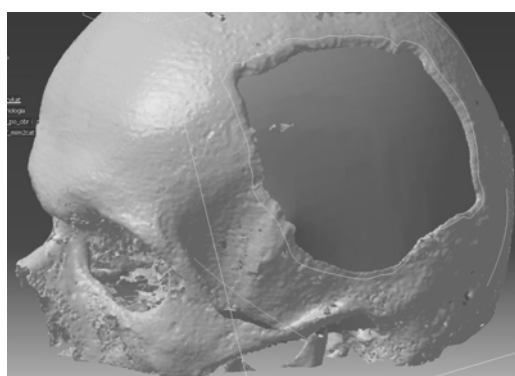
Ryc. 4.20. Model materialny kości czaszki



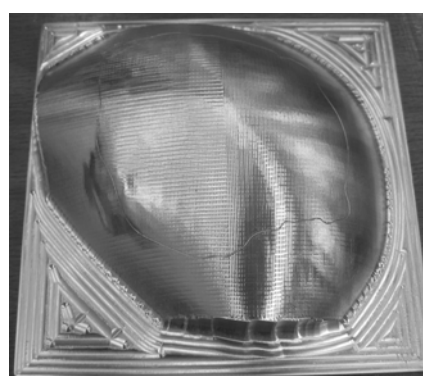
Ryc. 4.21. Uniwersalna proteza do kranioplastyki



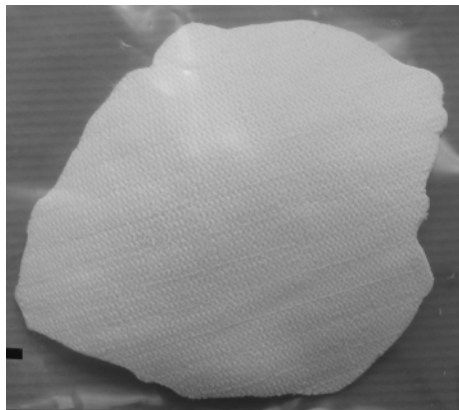
Ryc. 4.22. Model ubytku z dopasowaną protezą



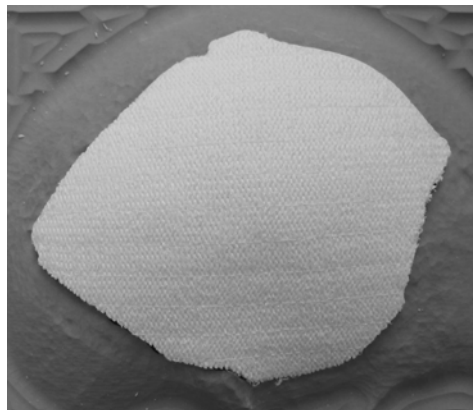
Ryc. 4.23. Projekt protezy w systemie Catia



Ryc. 4.24. Matryca protezy

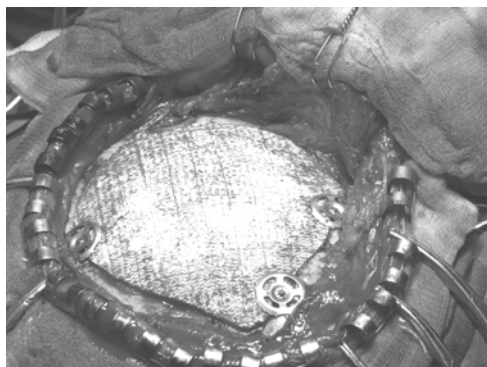


Ryc. 4.25. Indywidualnie dopasowana proteza

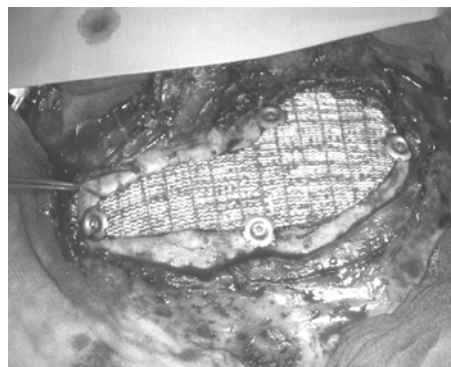


Ryc. 4.26. Model ubytku kości czaszki z dopasowaną protezą

Pierwszy zabieg chirurgiczny, w którym zastosowano opracowaną metodę został wykonany w Klinice Neurochirurgii i Neurotraumatologii Collegium Medicum Uniwersytetu Jagiellońskiego w lutym 2007 roku. Do lutego 2008 roku wykonano 2 zabiegi kranioplastyki, do których przygotowano indywidualnie dopasowane protezy (ryc. 4.27) oraz 7 zabiegów, do których przygotowano modele ubytków czaszki służące chirurgom do przedoperacyjnego dopasowania uniwersalnej protezy do kranioplastyki (ryc. 4.28).



Ryc. 4.27. Zabieg kranioplastyki z wykorzystaniem indywidualnie zaprojektowanej protezy



Ryc. 4.28. Wszczepienie uniwersalnej protezy do kranioplastyki ukształtowanej przedoperacyjnie

#### 4.4. PODSUMOWANIE METOD DETEKCJI KRAWĘDZI

Efektorem większości metod detekcji krawędzi obiektów jest obraz z wyróżnionymi obszarami (zbiorami punktów) o zmieniającym się gradiencie luminancji bądź liniami uznawanymi za krawędzie obiektów (bez analizy dokładności lokalizacji tychże krawędzi). Podstawowymi wadami wspomnianych metod jest generowanie fałszywych krawędzi lub krzywych niebędących zamkniętym konturem obiektu – spowodowane to jest tym, iż omówione wcześniej detektory zostały opracowane na potrzeby systemów analizy obrazu, a nie systemów inżynierii rekonstrukcyjnej, które wykorzystują zbiór obrazów obiektu jako informację o jego kształcie i na tej podstawie odwzorowują badany obiekt.

Stosowana w komercyjnych programach (takich jak na przykład systemy Mimics lub Amira) metoda segmentacji za pomocą binaryzacji jest wygodna i stosunkowo prosta do zaprogramowania, gdyż tworzy zamknięte kontury z jednoznacznym wskazaniem wnętrza figury, co pozwala na zbudowanie przestrzennego modelu obiektu i zapisanie go w formacie STL, używanym przez urządzenia do szybkiego prototypowania. Niemniej jednak metoda ta jest bardzo czuła na lokalne zmiany jasności punktów, a co za tym idzie, w wielu przypadkach dokładność odwzorowania jest niewystarczająca (dla typowego obrazu tomograficznego o rozdzielczości 0,5 mm/punkt błędy detekcji krawędzi na obrazie mogą osiągnąć wartość 2 mm – dokładność wykonanego modelu będzie jeszcze mniejsza, gdyż nastąpi kumulacja błędów obrazowania z użyciem tomografii komputerowej, metody detekcji krawędzi, błędów modelu wirtualnego oraz metody wykonania modelu materialnego).

Opracowana przez autora metoda detekcji krawędzi wykorzystuje sprawdzony w praktyce przemysłowej detektor krawędzi stosowany przez wizyjne systemy kontroli technicznej. Metoda ta charakteryzuje się tym, iż krawędź obiektu jest wstępnie lokalizowana metodą segmentacji, a następnie jej położenie jest określane na podstawie analizy luminancji. Opracowany przez autora program komputerowy stosowany jest do detekcji krawędzi kości czaszki z ubytkiem wymagającym wypełnienia specjalnie przygotowaną protezą. Program na podstawie analizy serii danych obrazowych, uzyskanych metodą tomografii komputerowej, generuje chmurę punktów znajdujących się na powierzchni czaszki. Punkty te są wykorzystywane w systemie komputerowo wspomaganego projektowania do zbudowania modelu wirtualnego czaszki, który umożliwia zaprojektowanie indywidualnie dopasowanej protezy czaszkowej, która jest używana podczas zabiegu chirurgicznego kranioplastyki. Dokładność dopasowania przygotowanej protezy do otworu w czaszce mieści się w przedziale 0,5–1,0 mm i jest wystarczająca w opisywanym zabiegu chirurgicznym.

#### 4.5. ALGORYTM BUDOWY MODELU WARSTWOWEGO

Opisany w poprzednim rozdziale algorytm detekcji krawędzi obiektu poprzez kierunkową analizę luminancji został opracowany do planowania zabiegów kranioplastyki – dla tych celów przeszedł pozytywną weryfikację. Mimo zalety, jaką jest wykorzystanie sprawdzonej w warunkach przemysłowych metody detekcji krawędzi, przygotowane oprogramowanie generuje jedynie chmurę punktów, na której należy rozpiąć powierzchnię fasetkową – program nie tworzy modelu bryłowego lub powierzchniowego w formacie STL (mającego orientację stron wewnętrzną i zewnętrzną bryły), który mógłby zostać wykorzystany przez systemy szybkiego prototypowania. Stąd też konieczność uzupełnienia posiadanych narzędzi informatycznych o wspomniane elementy.

Algorytmy budowy modelu zapisywane w formacie STL, które są wykorzystywane w komercyjnych programach do rekonstrukcji obiektów na podstawie obrazów tomograficznych, pozwalają na utworzenie przestrzennego odwzorowania obiektu, które może być w dalszej fazie przetwarzane w systemach modelowania komputerowego oraz wykonane jedną z metod szybkiego prototypowania.

Inne podejście do problemu szybkiego prototypowania przedstawiono w pracach [109, 111, 193], w których zastosowano metody pomijające fazę budowy powierzchni fasetkowej, natomiast generujące dane dla urządzenia do szybkiego prototypowania metodą warstwowej segmentacji chmury punktów.

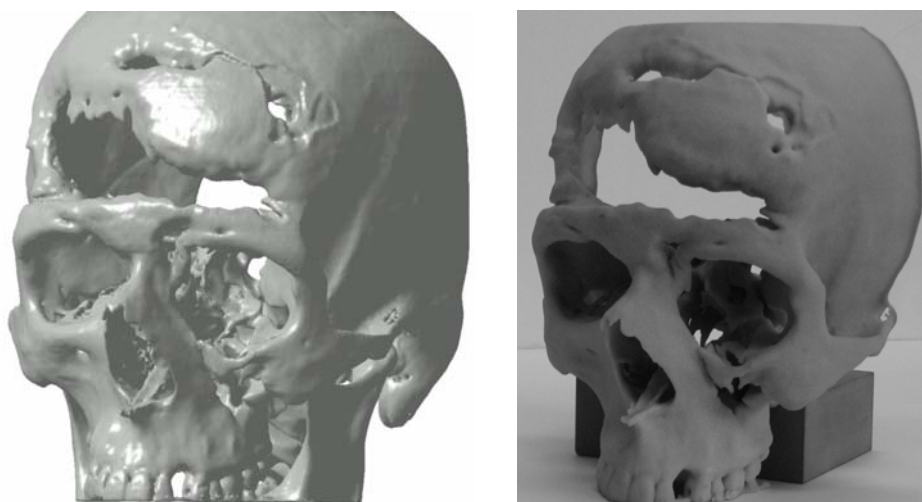
W związku ze znacznym skomplikowaniem algorytmów budowy modelu wirtualnego programy dostępne na rynku są niezwykle kosztowne (Mimics osiąga cenę 100 000 złotych), stąd też przedstawiona poniżej propozycja autora mająca na celu znaczące obniżenie kosztów oprogramowania, które wynika z uproszczenia algorytmu budowy modelu przestrzennego. Autor przyjął kilka założeń, wynikających z doświadczeń we współpracy z lekarzami podczas planowania zabiegów chirurgii kości czaszki, a mianowicie:

- opisany w poprzednim rozdziale i sprawdzony w warunkach klinicznych algorytm i program komputerowy do modelowania ubytków kości czaszki jest wystarczający do projektowania protez i planowania zabiegów kranioplastyki – jakkolwiek celowe byłoby opracowanie prostego algorytmu budowy modelu wirtualnego na podstawie analizy obrazów tomograficznych, który byłby konkurencyjny cenowo do oferowanych na rynku programów;
- model wirtualny kości czaszki nie pozwala chirurgowi na prawidłową ocenę stanu pacjenta; jest to związane z faktem, iż lekarze nie mają odpowiedniego przygotowania z zakresu analizy tego typu modeli – konieczne staje się wykonanie modelu materialnego. Jednym z przykładów obrazujących zasygnalizowany problem był przypadek pacjenta z przetoką pomiędzy zatoką szczękową, jamą nosową, oczodołem i jamą czaszki wymagający wykonania i wszczęcia dwóch protez – protezy podstawy czaszki oraz protezy płata czołowego (ryc. 4.29).



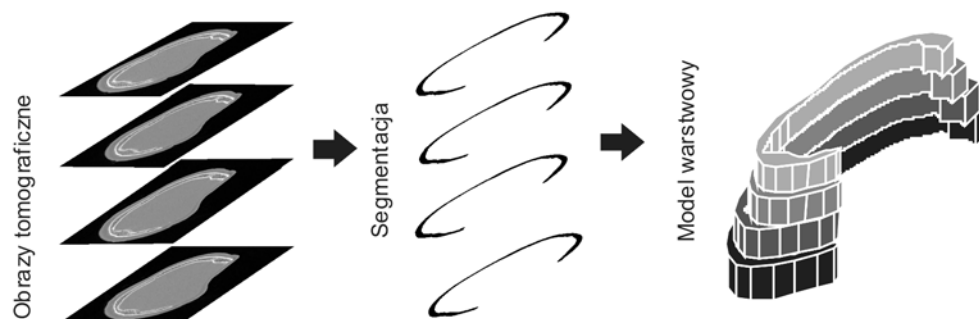
Opracowany przez autora program do detekcji krawędzi metodą analizy luminancji był wystarczający, aby w systemie Catia zobrazować fragmenty czaszki wymagające wstawiania protezy. Niestety model ten nie pozwalał chirurgowi na zaplanowanie zabiegu. Co więcej, model wirtualny całej czaszki wykonany z użyciem systemu Mimics nie zmienił sytuacji. Dopiero model materialny wykonany metodą 3D-Printing stał się zrozumiały dla zespołu chirurgów. Stąd wniosek, że dla celów planowania zabiegów chirurgii kości czaszki konieczne jest przygotowanie modelu materialnego, który będzie przede wszystkim odwzorowaniem kształtu obiektu – wystarczającą dokładnością tego odwzorowania jest 1 mm. Istotny staje się koszt wykonania modelu, który można obniżyć, stosując tańsze oprogramowanie;

- przyjęto, że modele materialne będą wykonywane jedną z metod przyrostowych, to znaczy metodą 3D-Printing. Metoda ta wymaga przygotowania danych o modelu w postaci warstw o grubości, takiej jak grubość warstwy spajanej w każdym cyklu budowy modelu (ryc. 4.30);
- skomplikowane algorytmy budowy modelu w formacie STL można zastąpić prostym algorytmem, który nie utworzy pliku STL, ale zbiór warstw do wykonania metodą przyrostową;
- detekcję krawędzi obiektu można przeprowadzić, stosując segmentację metodą binaryzacji.



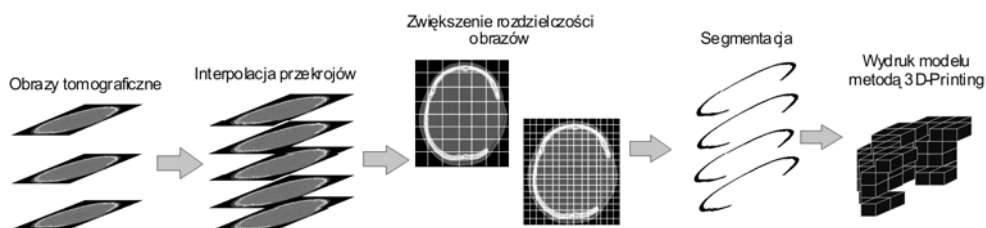
Ryc. 4.29. Modele wirtualny oraz materialny czaszki\*

\* Model materialny wykonała metodą 3D-Printing firma Car Technology z Krakowa.



Ryc. 4.30. Obrazy tomograficzne przekrojów obiektu i jego model warstwowy

Aby jak najbardziej uprościć algorytm przyjęto, że nie będą wykonywane jakiegokolwiek operacje tworzenia modelu powierzchniowego, a algorytm ma za zadanie wygenerowanie kształtu poszczególnych warstw modelu, które zostaną wykonane metodą przyrostową. Model ma być tworzony na podstawie zbioru obrazów tomograficznych, które są przekrojami odwzorowywanego obiektu. W tym miejscu należy rozwiązać problem dotyczący odległości pomiędzy kolejnymi przekrojami tomograficznymi i grubości warstwy nanoszonej urządzeniem 3D-Printing. Odległość warstw obrazów tomograficznych w większości przypadków jest większa niż 0,5 mm. Podobne wartości ma rozdzielczość w płaszczyźnie XY. Gdyby na podstawie takich obrazów zbudowano model przyrostowy, jego kształt byłby niezadowalający – model przypominałby piramidę schodkową. Z tego względu konieczne staje się utworzenie modelu o mniejszej grubości warstwy – można tego dokonać interpolując kształt obiektu pomiędzy istniejącymi przekrojami, rozpinając pomiędzy nimi powierzchnię, ale będzie to powodowało skomplikowanie algorytmu, szczególnie w przypadku gdy wewnątrz bryły znajdują się otwory (ryc. 2.19h). Opracowany przez autora algorytm nie wykonuje interpolacji kształtu, natomiast generuje metodą interpolacyjną obraz obiektu, który byłby wynikiem badania tomograficznego dla warstwy o przyjętym położeniu (ryc. 4.31).



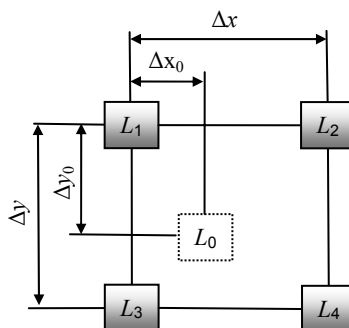
Ryc. 4.31. Schemat algorytmu budowy wirtualnego modelu przestrzennego

Generowanie zarówno dodatkowych przekrojów, jak i zwiększenie rozdzielczości poszczególnych obrazów wykonywane jest za pomocą algorytmu interpolacji dwuliniowej [91, 149]. Wybór ten jest kompromisem pomiędzy szybkością obliczeń, którą

cechuje się metoda najbliższego sąsiada [170] oraz jakością obrazu będącego wynikiem interpolacji kwadratowej lub z wykorzystaniem splajnów sześciennych [91]. Istotne znaczenie ma również fakt, iż w zastosowanej metodzie interpolacji potrzebna jest informacja jedynie o luminancji punktów w dwóch najbliższych generowanym obrazowi warstwach, co w znaczący sposób zmniejsza wymagania co do ilości pamięci wykorzystywanej przez program. W metodzie interpolacji dwuliniowej wartość luminancji  $L_0$  interpolowanego punktu wyznaczana jest na podstawie luminancji punktów sąsiednich  $L_1, L_2, L_3$  oraz  $L_4$  (ryc. 4.32):

$$L_0 = L_1 \left(1 - \frac{\Delta x_0}{\Delta x}\right) \left(1 - \frac{\Delta y_0}{\Delta y}\right) + L_2 \frac{\Delta x_0}{\Delta x} \left(1 - \frac{\Delta y_0}{\Delta y}\right) + L_3 \left(1 - \frac{\Delta x_0}{\Delta x}\right) \frac{\Delta y_0}{\Delta y} + L_4 \frac{\Delta x_0}{\Delta x} \frac{\Delta y_0}{\Delta y} \quad (4.31)$$

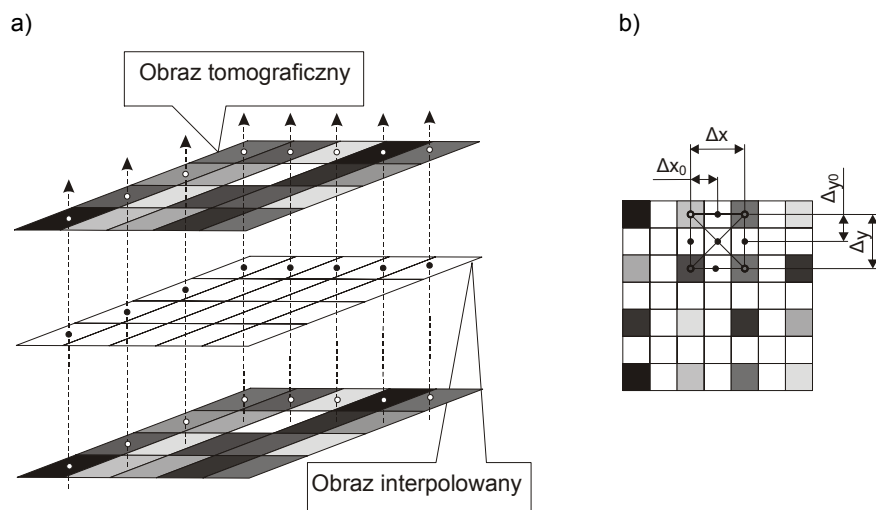
Pierwszym zadaniem algorytmu jest interpolowanie obrazów w warstwach pomiędzy przekrojami pochodzącymi z badania tomograficznego (ryc. 4.33a). Efektem tej interpolacji są obrazy tworzące przekroje odległe od siebie o założoną grubość warstwy, która ma zostać naniesiona w trakcie wykonywania elementu metodą 3D-Printing.



Ryc. 4.32. Schemat interpolacji dwuliniowej

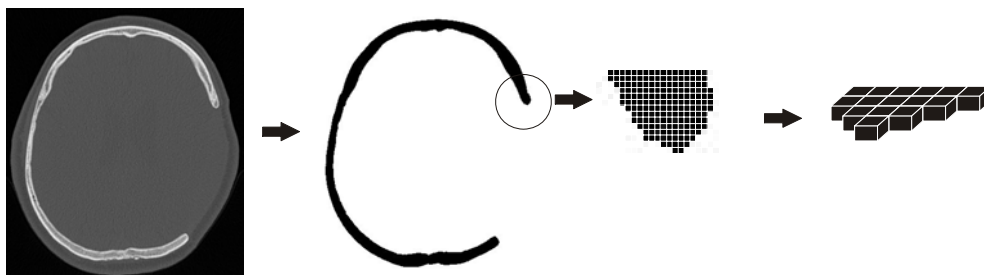
Kolejnym etapem pracy algorytmu jest zwiększenie rozdzielczości poszczególnych obrazów (będących zarówno wynikiem badania tomograficznego, jak również obrazów będących wynikiem interpolacji). Celem tej operacji jest uzyskanie obrazu, w którym wielkość poszczególnych punktów będzie odpowiednia dla urządzenia 3D-Printing (ryc. 4.33b).

Odległość pomiędzy warstwami uzyskanymi w wyniku interpolacji oraz rozdzielczość poszczególnych obrazów powinna być dwukrotnie mniejsza od założonej rozdzielczości wykonanego modelu liczony niezależnie w każdej osi.



Ryc. 4.33. Interpolacja luminancji punktu: a) pomiędzy sąsiednimi przekrojami; b) poszczególnych obrazów (zwiększenie rozdzielczości obrazu)

Trzecim etapem jest segmentacja poszczególnych obrazów wykonana metodą binaryzacji, opisaną w jednym z poprzednich rozdziałów (ryc. 4.34).



Ryc. 4.34. Segmentacja obrazu

Uzyskane po segmentacji obrazy opisują strukturę poszczególnych warstw nanoszonych metodą 3D-Printing.

W chwili przygotowywania do druku tej monografii w Instytucie Technologii Maszyn i Automatykacji Produkcji Politechniki Krakowskiej trwały prace nad wykonaniem prostego konstrukcyjnie i taniego urządzenia 3D-Printing, którego dokładność odwzorowania będzie mieściła się w zakresie  $\pm 0,2$  mm, mierzonym w osiach X oraz Y – cena urządzenia będzie konkurencyjna w stosunku do innych dostępnych na rynku. Zaproponowane rozwiązanie pozwoli w znaczący sposób uprościć oprogramowanie sterujące urządzeniem, gdyż na przykład struktura poszczególnych warstw może zostać przesłana do sterownika za pośrednictwem me-

nadżera wydruku systemu Windows, a obrazy uzyskane metodą binaryzacji mogą zostać potraktowane jako czarno-biały wydruk na zwykłej drukarce atramentowej.

Zasadniczym celem autora podczas opracowywania opisanych powyżej metod było stworzenie narzędzi informatycznych przeznaczonych do rozwiązywania problemów z zakresu rekonstrukcji wysokokontrastowych struktur zobrazowanych metodami tomografii komputerowej, których cena byłaby konkurencyjna w stosunku do innych dostępnych na rynku, gdyż tylko to gwarantuje ich zastosowanie przez krajowe ośrodki medyczne.

## 5. GRAWEROWANIE W SYSTEMIE INŻYNIERII REKONSTRUKCYJNEJ

W tym rozdziale omówiono metody inżynierii rekonstrukcyjnej pozwalające odwzorować krawędzie obiektu lub zrekonstruować obraz na płaszczyźnie. Metody te znajdują zastosowanie podczas grawerowania monet, banknotów czy też tablic pamiątkowych. Celem opisanych metod jest odwzorowanie kształtu, a nie wymiarów obiektu – odwzorowanie to ma na tyle dokładnie przedstawić obiekt, aby był on rozpoznawalny.

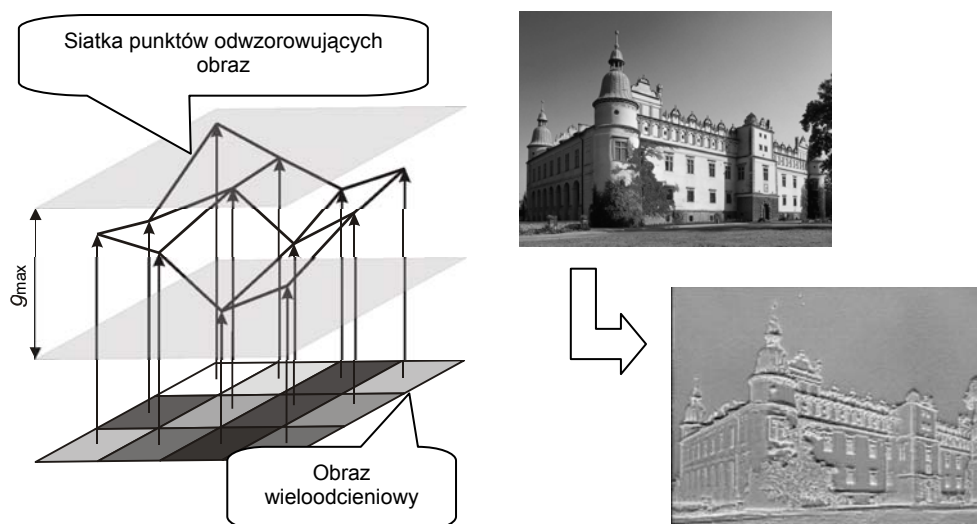
Przyjęto, iż odwzorowywanie będzie przeprowadzone na podstawie cyfrowego monochromatycznego zdjęcia obiektu o rozdzielczości 8 bitów (256 odcieni szarości). W dalszej części pracy opisano dwie grupy transformacji. Pierwsza z nich daje w rezultacie przestrzenne odwzorowanie obrazu, natomiast druga dokonuje transformacji obrazu wieloodcieniowego (8 bitów, 256 odcieni szarości) na obraz binarny (1 bit, obraz czarno-biały).

### 5.1. PRZESTRZENNE ODWZOROWANIE OBRAZU

Tradycyjną metodą wykonywania matryc na potrzeby medalierstwa jest ich ręczne grawerowanie, co jest bardzo pracochłonną i drogą metodą oraz wymaga specjalistycznych umiejętności. W celu zminimalizowania kosztów, matryce te można wykonywać w sposób automatyczny, korzystając z metod komputerowej analizy obrazów [65]. Celem opisanej poniżej metody jest odwzorowanie obrazu wieloodcieniowego w taki sposób, aby ukształtowanie powierzchni obrabianego elementu odpowiadało zmianom luminancji obrazu (ryc. 5.1).

Dla obrazu o rozdzielczości luminancji  $b$ , dającej w rezultacie skalę jasności obrazu w zakresie  $0 \div 2^{b-1}$  oraz założonej maksymalnej głębokości matrycy  $g_{\max}$ , można obliczyć głębokość  $g$  punktu matrycy, odwzorowującego punkt obrazu o luminancji  $L$ :

$$g_L = L \cdot \frac{g_{\max}}{2^b} \quad (5.1)$$



Ryc. 5.1. Metoda odwzorowania obrazu wieloodcieniowego w postaci przestrzennej siatki punktów

## 5.2. APROKSYMACJA PÓLTONOWA

Jak to już wcześniej opisano, każdy punkt obrazu wieloodcieniowego reprezentowany jest przez liczbę nazywaną luminancją (jasnością punktu). Przykładowo typowe zdjęcie monochromatyczne cechuje się luminancją zmieniającą się od 0 (kolor czarny) do 255 (kolor biały) – jest to zatem obraz 8-bitowy. Zadaniem trzech metod opisanych w niniejszym rozdziale jest odwzorowanie obrazu wieloodcieniowego na płaszczyźnie z wykorzystaniem jedynie dwóch wartości luminancji (w przypadku metod grawerowania będzie to oznaczało, że na płaszczyźnie odwzorowania pojawi się punkt lub punktu nie będzie) [71]. Dla podanego przykładu obrazu o 256 odcieniach szarości mamy do rozwiązania problem przekształcenia obrazu 8-bitowego za pomocą odwzorowania 1-bitowego. Należy zatem rozszerzyć skalę luminancji, pomimo istniejącego ograniczenia w obrazie docelowym. Rozwiązanie powyższego problemu kryje się w przestrzennym całkowaniu dokonywanym przez ludzkie oko [41]. Gdy patrzymy na małą powierzchnię z dużej odległości, oczy uśredniają detale na małym obszarze i rejestrują jedynie całkowitą luminancję tego obszaru. Cecha ta była wykorzystywana podczas drukowania zdjęć w gazetach za pomocą maszyn drukarskich, które nie miały możliwości wydruku wieloodcieniowego.

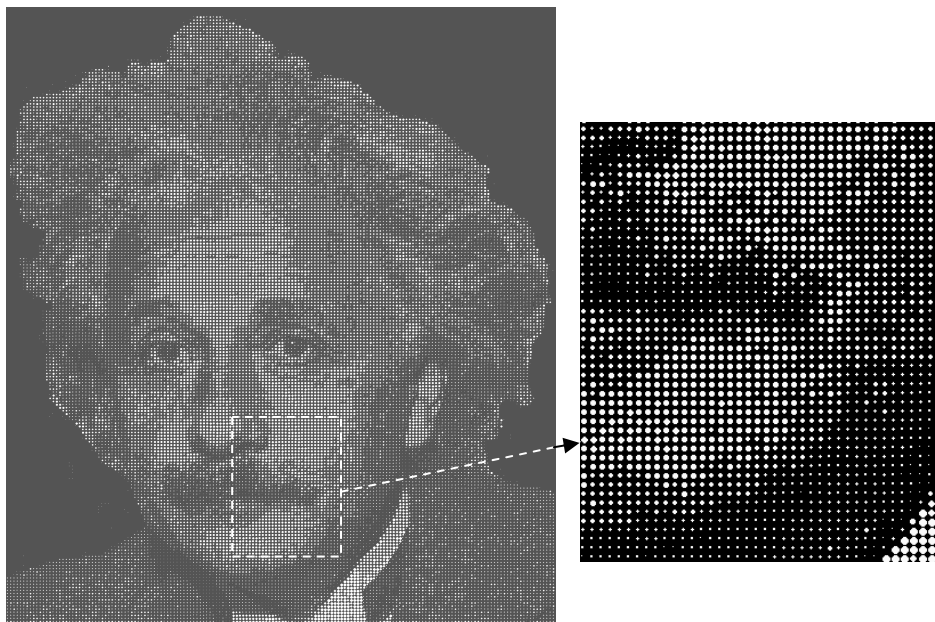
Pierwsza z opisywanych metod polega na transformowaniu poszczególnych punktów obrazu na koła o średnicy proporcjonalnej do luminancji analizowanego punktu [41]:

$$D_L = L \cdot \frac{D_{\max}}{2^b} \quad (5.2)$$

gdzie:

- $L$  – luminancja analizowanego punktu, transformowana na koło o średnicy  $D_L$ ,
- $b$  – rozdzielczość luminancji,
- $D_{\max}$  – maksymalna średnica koła.

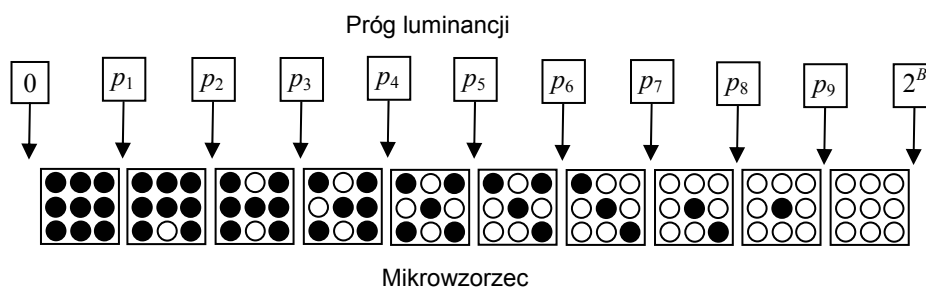
Przykład transformacji wykonanej za pomocą programu opracowanego przez autora pokazany jest na ryc. 5.2 (dla celów wydruku konieczne było zmniejszenie obrazów – może to być przyczyną pogorszenia ich jakości, co ilustruje błąd aliasingu, opisany w jednym z poprzednich rozdziałów pracy).



Ryc. 5.2. Aproksymacja półtonowa kołami o średnicy proporcjonalnej do luminancji [71]

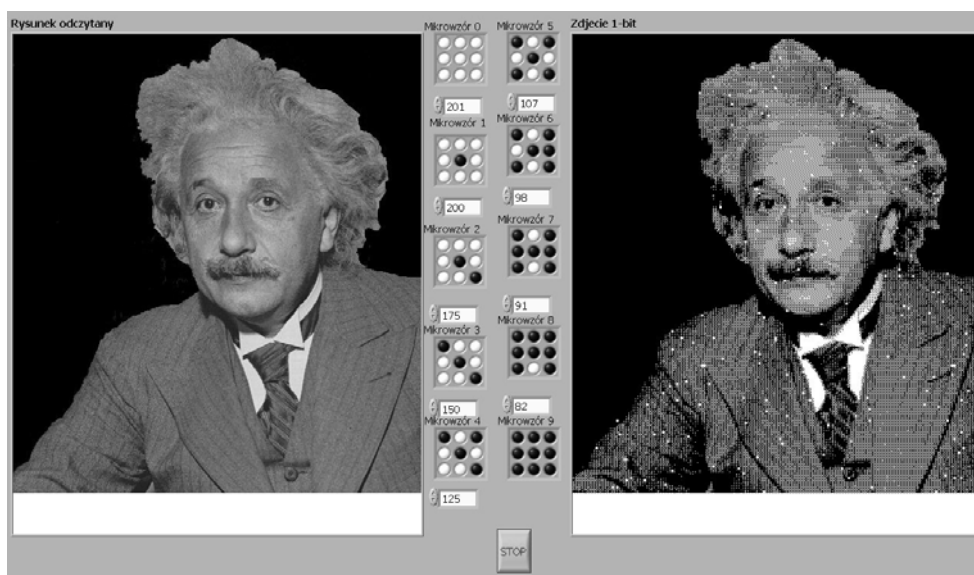
Druga z opisywanych metod wykorzystuje tak zwane mikrowzorce (ang. *micro-patterns*) [41]. Mikrowzorec jest kwadratową tablicą binarną, której konfiguracja wartości elementów (0 lub 1) jest zależna od luminancji punktu transformowanego obrazu wieloodcieniowego. Na rycinie 5.3 pokazano przykładowe mikrowzorce tworzące tablice o rozmiarze  $3 \times 3$  punkty. Punkty obrazu o luminancji zawierającej się w eksperymentalnie przyjętych przedziałach wartości transformowane są do przypisanych tym przedziałom mikrowzorców.





Ryc. 5.3. Aproksymacja za pomocą mikrowzorców

Przykład wykorzystania opisanej metody pokazany jest na ryc. 5.4 – jest to okno programu opracowanego przez autora z wykorzystaniem środowiska LabView [91].



Ryc. 5.4. Zastosowanie metody aproksymacji za pomocą mikrowzorców [71]: po lewej stronie obraz 8-bitowy; po prawej 1-bitowa transformacja za pomocą mikrowzorców

Wadą aproksymacji za pomocą mikrowzorców jest konieczność ręcznego poprawiania obrazu wynikowego. Jak widać na ryc. 5.4, na obrazie powstały białe obszary będące wynikiem, nieuniknionych w tej metodzie, błędów transformacji. Błędy te można wyeliminować, stosując kolejną z opisywanych metod aproksymacji półtonowej – metodę pseudolosowej binaryzacji (progowania) obrazu (ang. *pseudorandom thresholding*).

W pierwszym kroku do transformowanego obrazu dodawany jest szum losowy (ang. *random noise*), a następnie wykonywana jest binaryzacja obrazu – jest to równoznaczne z operacją binaryzacji z losowo przyjętą wartością progu. Algorytm metody wykorzystuje macierze pseudolosowego progowania (ang. *dither matrices*) o rozmiarze  $n \times n$  oznaczane jako  $\mathbf{D}^n$ . Macierze te wyznaczone są metodą rekurencyjną [141]:

$$\mathbf{D}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{D}^n = \begin{bmatrix} 4\mathbf{D}^{n/2} + D_{00}^2 \mathbf{U}^{n/2} & 4\mathbf{D}^{n/2} + D_{01}^2 \mathbf{U}^{n/2} \\ 4\mathbf{D}^{n/2} + D_{10}^2 \mathbf{U}^{n/2} & 4\mathbf{D}^{n/2} + D_{11}^2 \mathbf{U}^{n/2} \end{bmatrix}$$

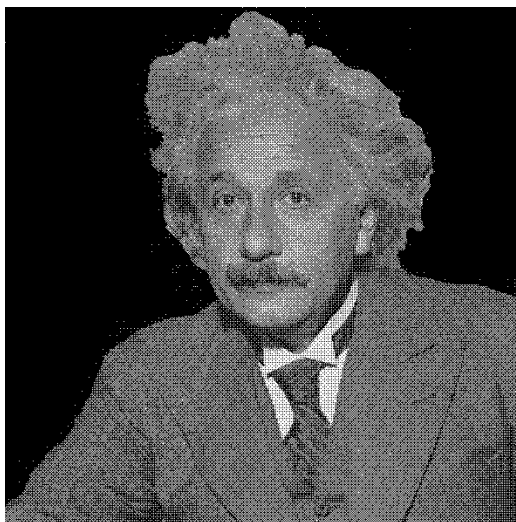
gdzie  $\mathbf{U}^n$  jest macierzą o rozmiarze  $n \times n$ , w której wszystkie elementy mają wartość 1;  $D_{ij}^2$  jest elementem macierzy  $\mathbf{D}^2$  (elementy macierzy numerowane są od zera). Aproksymacja półtonowa zdefiniowana jest następująco [141]:

$$B(k, l) = \begin{cases} 1; & f(k, l) > T(k, l) \\ 0; & f(k, l) \leq T(k, l) \end{cases} \quad (5.4)$$

$$T(k, l) = \mathbf{D}^n(k \bmod n, l \bmod n)$$

Przykład zastosowania opisanej metody aproksymacji półtonowej pokazany jest na ryc. 5.5. Program komputerowy opracowany przez autora służy do transformacji obrazów 8-bitowych (256 odcieni szarości), wykorzystując macierz pseudolosowego progowania o rozmiarze  $8 \times 8$  i wartościach:

$$\mathbf{D}^8 = \begin{bmatrix} 0 & 130 & 32 & 162 & 8 & 138 & 40 & 170 \\ 194 & 65 & 227 & 97 & 202 & 73 & 235 & 105 \\ 49 & 178 & 16 & 146 & 57 & 186 & 24 & 154 \\ 243 & 113 & 210 & 81 & 251 & 121 & 219 & 89 \\ 12 & 142 & 45 & 174 & 4 & 134 & 36 & 166 \\ 206 & 77 & 239 & 109 & 198 & 69 & 231 & 101 \\ 61 & 190 & 28 & 158 & 53 & 182 & 20 & 150 \\ 255 & 125 & 223 & 93 & 247 & 117 & 215 & 85 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$



Ryc. 5.5. Przykład aproksymacji półtonowej metodą pseudolosowego progowania [71]

### 5.3. ZASTOSOWANIE METOD ANALIZY OBRAZU DO TWORZENIA ODWZOROWAŃ 1-BITOWYCH

W poprzednim rozdziale opisano metody aproksymacji półtonowej, których wspólną cechą było generowanie obrazów składających się z odizolowanych punktów, które mogą zostać wykonane technologią grawerowania punktowego. W tym rozdziale zostaną zaprezentowane metody odwzorowań tworzonych z zastosowaniem metod analizy obrazu, których wspólną cechą jest poszukiwanie krawędzi obiektów widocznych na obrazach wieloodcieniowych.

Pierwsza z opisywanych metod wykorzystuje filtry gradientowe opisane wzorami (4.14)–(4.16). Do detekcji krawędzi zastosowano złożenie czterech filtrów Sobela, których maski zdefiniowane są następująco [66]:

$$\mathbf{K}_N = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{K}_{SE} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_{SW} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

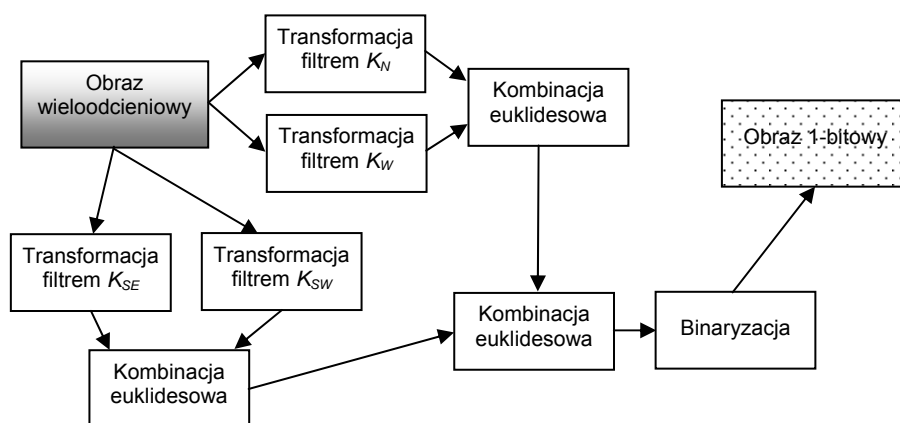
Powyższe filtry cechują się tym, iż filtr  $\mathbf{K}_N$  wykrywa krawędzie poziome, filtr  $\mathbf{K}_W$  krawędzie pionowe, natomiast filtry  $\mathbf{K}_{SE}$  i  $\mathbf{K}_{SW}$  krawędzie nachylone pod kątami  $135^\circ$  oraz  $45^\circ$ . Obraz wieloodcieniowy jest przekształcany za pomocą każdego z przedstawionych filtrów, a następnie wyniki przekształceń transformowane są za pomocą kombinacji euklidesowej opisanej wzorem [170]:

$$L(x, y) = \sqrt{(L'(x, y))^2 + (L''(x, y))^2} \quad (5.8)$$

gdzie:

$L'$  oraz  $L''$  – obrazy poddawane kombinacji.

Ostatnim przekształceniem opisywanej metody jest binaryzacja z progiem dolnym, zdefiniowana wzorem (4.1). Kolejność transformacji obrazu pokazana jest na ryc. 5.6.



Ryc. 5.6. Transformacje obrazu podczas detekcji krawędzi

Przykład zastosowania powyższej metody pokazany jest na ryc. 5.7b.

Podobne efekty można uzyskać stosując detektor Canny'ego, opisany w jednym z wcześniejszych rozdziałów niniejszej pracy. Przykład zastosowania detektora pokazano na ryc. 5.7c.

Powstałe obrazy złożone są z linii, które mogą zostać wygrawerowane, na przykład na powierzchni tablicy ozdobnej.

a)



b)



c)



Ryc. 5.7. Obraz wieloodcieniowy (a) i negatywy jego transformacji: b) filtrami Sobela [66];  
c) detektorem Canny'ego ( $\sigma = 0,7$ ;  $t_1 = 0,2$ ;  $t_2 = 0,8$ , maska  $5 \times 5$ ) [74]

## 6. PODSUMOWANIE

Zasadniczym problemem w procesie inżynierii rekonstrukcyjnej jest sposób pozyskiwania i przetwarzania danych w celu uzyskania przestrzennego modelu odwzorowywanego elementu.

Autor opracował oryginalny system inżynierii rekonstrukcyjnej wykorzystujący metody interpolacyjne dla nieregularnej siatki węzłów. Przeprowadzone przez autora porównanie dokładności interpolacji wykonanej kilkoma metodami pokazało, że najlepsze rezultaty można uzyskać stosując geostatystyczną metodę krigingu normalnego z odpowiednio dobranym modelem wariogramu. Eksperyment analityczny pokazał, iż błąd interpolacji dla przyjętego modelu powierzchni nie przekracza  $3 \cdot 10^{-5}$  mm. Eksperyment, polegający na przygotowaniu modelu wirtualnego, jego wykonaniu oraz pomiarze skanującym, przyczynił się do zweryfikowania dokładności interpolacji w warunkach laboratoryjnych i pokazał, iż średni błąd interpolacji (określony metodą sprawdzania krzyżowego opisanej w rozdziale 3.8) wynosi  $1 \cdot 10^{-4}$  mm przy odchyleniu standardowym wynoszącym 0,0042 mm (ryc. 3.32). Pozwala to na wyrównywanie chmury punktów do postaci siatki prostokątnej w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej. System ten cechuje się tym, iż jest w nim określona metoda jednoznacznej oceny dokładności odwzorowania powierzchni obiektów przez porównanie tychże powierzchni w węzłach siatki.

Kolejną cechą skonstruowanego systemu są zastosowane w nim, opracowane przez autora, interpolacyjna metoda korekcji promieniowej końcówki pomiarowej oraz metoda poprawy dokładności wykonania elementów dająca znaczącą poprawę dokładności (ryc. 3.41). Podsumowując omawiane zagadnienie, należy podkreślić, iż opracowany system inżynierii rekonstrukcyjnej, dzięki zastosowaniu interpolacji krigingowej, w sposób całościowy rozwiązuje problemy przetwarzania wstępnego chmury punktów (interpolacja oraz korekcja promieniowa końcówki pomiarowej), oceny dokładności odwzorowania oraz jej poprawy (ryc. 3.27, 3.28). Ponadto opracowana przez autora metoda krigingu we współrzędnych walcowych pozwala zastosować zaprezentowany system do odwzorowywania obiektów skanowanych na stołach obrotowych.

Ważnym zagadnieniem, omawianym w pracy, są problemy odwzorowywania kości czaszki na podstawie analizy obrazów uzyskanych metodami tomografii komputerowej. Opracowana przez autora metoda detekcji krawędzi w istotny sposób różni się od stosowanych dotychczas metod wykorzystujących algorytmy analizy obrazów, które nie są przeznaczone do odwzorowywania obiektów w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej. Metoda ta znalazła zastosowanie kliniczne i jest wykorzystywana do projektowania protez czaszkowych.

W ostatniej części pracy autor zaprezentował zagadnienia odwzorowywania obiektów na płaszczyźnie. Opracowane przez autora narzędzia informatyczne stosowane są do grawerowania tablic pamiątkowych i pozwalają na automatyczne odwzorowywanie obrazów, eliminując pracochłonną i kosztowną obróbkę ręczną wykonywaną przez wysoko kwalifikowanego grawera.

Autor proponuje podjęcie dalszych prac rozwojowych, skupiających się na następujących zagadnieniach:

- w dziedzinie metod interpolacyjnych dla nieregularnej siatki węzłów:
  - opracowanie oprogramowania oraz weryfikacja doświadczalna algorytmu oceny i poprawy dokładności wykonania elementów w systemie inżynierii rekonstrukcyjnej, wykorzystującego triangulację Delaunaya (ryc. 3.42),
  - skonstruowanie oprogramowania umożliwiającego generowanie siatek prostokątnych z lokalnie zagęszczonymi węzłami, co jest potrzebne w miejscach znacznych zmian pochylenia powierzchni – problem ten rozwiązuje również algorytm pokazany na ryc. 3.42;
- w zakresie zastosowania inżynierii rekonstrukcyjnej w medycynie trwają obecnie prace, których celem jest opracowanie metody gwarantującej powtarzalność dokładności odwzorowania niezależnie od zastosowanego tomografu, co pozwoli na projektowanie protez czaszkowych na podstawie obrazów przesłanych z innych ośrodków diagnostycznych (obecnie przygotowywany jest wniosek o przyznanie środków na realizację projektu badawczego rozwojowego, którego celem ma być opracowanie komercyjnej technologii projektowania i wykonywania protez do kranioplastyki);
- uzasadnione jest opracowanie metody pozwalającej na zastosowanie inżynierii rekonstrukcyjnej w chirurgii plastycznej i rekonstrukcyjnej – jednym z aspektów opracowywanej metody jest pozyskiwanie informacji o obiekcie na podstawie danych uzyskanych różnymi metodami digitalizacji (tomografia komputerowa, rezonans magnetyczny, rentgen cyfrowy, skaner przestrzenny).

### Literatura

- [1] 3D Systems, *Stereolithography Interface Specification*, USA.
- [2] Adamski W., *Krzywe stosowane w definiowaniu kształtu części w systemach CAD/CAM*, *Mechanik* 5–6, 2005, s. 534-537.
- [3] Akkouche S., Galin E., *Implicit surface reconstruction from contours*, *The Visual Computer* (2004) 20, s. 392-401.
- [4] Andrzejak S., Fortuniak J., Wróbel-Wiśniewska G., Zawirski M., *Clinical evaluation of the polypropylene-polyester knit used as a cranioplasty material*, *Acta Neurochir (Wien)*, 2005 Sep; 147(9), s. 973-976.
- [5] Au C.K., Yuen M.M.F., *Feature-based reverse engineering of mannequin for garment design*, *Computer-Aided Design* 31(1999), s. 751-759.
- [6] Bae S.-H., Choi B.K., *NURBS surface fitting using orthogonal coordinate transform for rapid product development*, *Computer-Aided Design* 34(2002), s. 683-689.
- [7] Bae S.-H., Lee D.H., *System and method for analyzing modeling accuracy while performing reverse engineering with 3D scan data*, Espacenet, Europejski Urząd Patentowy, Numer publikacji: KR20070109888, data publikacji: 15.11.2007.
- [8] Barhak J., Fischer A., *Parametrization for reconstruction of 3D freeform objects from laser-scanned data based on a PDE method*, *The Visual Computer* (2001) 17, s. 353-369.
- [9] Barhak J., Fischer A., *Adaptive reconstruction of freeform objects with 3D SOM neural network grids*, *Computers & Graphics* 26 (2002), s.745-751.
- [10] Calio F., Moroni G., Rasella M., *A particular class of spline in reconstruction of revolution surfaces from 3-D data measured by CMM*, *Robotics and Computer Integrated Manufacturing* 19 (2003), s. 219-224.
- [11] Carbone V., Carocci M., Savio E., Sansoni G., De Chiffre L., *Combination of a vision system and a coordinate measuring machine for the reverse engineering of freeform surfaces*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 17(2001), s. 263-271.
- [12] *CATIA Version 5 Release 16 Service Documentation*. Dessault Systemes, 2005.
- [13] Chan V.H., Bradley C., Vickers G.W., *A multi-sensor approach to automating co-ordinate measuring machine-based reverse engineering*, *Computers in Industry*, 44(2001), s. 105-115.
- [14] Chang D.-Y., Chang Y.-M., *A freeform surface modelling system based on laser scan data for reverse engineering*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 20(2002), s. 9-19.
- [15] Chang C.C., Chiang H.W., *Three-dimensional image reconstruction of complex objects by an abrasive computed tomography apparatus*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* (2003) 22, s. 708-712.



- [16] Chen L.C., Lin G.C.I., *A vision-aided reverse engineering approach to reconstructing free-form surfaces*, Robotics & Computer-Integrated Manufacturing, 13(1997), s. 323-336.
- [17] Chen L.C., Lin G.C.I., *Reverse engineering in the design of turbine blades – a case study in applying the MAMDP*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing 16 (2000), s. 161-167.
- [18] Chen S.G., Jeng J.-Y., Shiou F.-J., *Method for manufacturing guiding device for surgical operation with tomography and reverse engineering*, Espacenet, Europejski Urząd Patentowy, numer publikacji TW239829B, data publikacji 21.09.2005.
- [19] Chen Y.H., Ng C.T., *Integrated reverse engineering and rapid prototyping*, Computers ind. Engng., 33(1997), s. 481-484.
- [20] Chen Y.H., Ng C.T., Wang Y.Z., *Generation of an STL File from 3D Measurement Data with User-Controlled Data Reduction*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (1999) 15, s. 127-131.
- [21] Chen Y.H., Ng C.T., Wang Y.Z., *Data reduction in integrated reverse engineering and rapid prototyping*, Int. J. Computer Integrated Manufacturing, 1999, Vol. 12, No. 2, s. 97-103.
- [22] Chen J.-J., Liu W., Li M.-Z., Wang C.-T., *Digital manufacture of titanium prosthesis for cranioplasty*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2006) 27, s. 1148-1152.
- [23] Cheng Z.Q., Thacker J.G., Pilkey W.D., Hollowell W.T., Reagan S.W., Sieveka E.M., *Experiences in reverse-engineering of a finite element automobile crash model*, Finite Elements in Analysis and Design 37 (2001) s. 843-860.
- [24] Chow J., Xu T., Lee S.-M., Kengskool K., *Development of an integrated laser-based reverse engineering and machining system*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., 19(2002), s. 186-191.
- [25] Chrzan R., Urbanik A., Karbowski K., Moskała M., Polak J., Pyrich M., *Wytwarzanie modeli medycznych dla potrzeb zabiegu kranioplastyki*, Przyjęte do druku w czasopiśmie „Przegląd Lekarski”.
- [26] Chuang C.-M., Chen C.-Y., Yau H.-T., *A reverse engineering approach to generating interference-free tool path in three-axis machining from scanned data of physical models*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2002) 19, s. 23-31.
- [27] Cierniak R., *Tomografia komputerowa*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2005.
- [28] Cressie N., *Statistics for spatial data*, Wiley, New York 1991.
- [29] Dan J., Lancheng W., *An algorithm of NURBS surface fitting for reverse engineering*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2006) 31, s. 92-97.
- [30] Demarsin K., Vanderstraeten D., Volodine T., Roose D., *Detection of closed sharp edges in point clouds using normal estimation and graph theory*, Computer-Aided Design 39 (2007), s. 276-283.

- [31] Diao L., Yu B., Li H., *A new edge detector based on Fresnel diffraction*, Pattern Recognition Letters 28 (2007), s. 859-864.
- [32] Ding L., Goshtasby A., *On the Canny edge detector*, Pattern Recognition 34(2001), s. 721-725.
- [33] Dobrzyński G., Skawiński P., *Modelowanie powierzchniowe i bryłowe w środowisku systemu inżynierskiego z wykorzystaniem skanowania obiektu rzeczywistego*, Mechanik 11(2003), s. 688-690.
- [34] Draper N., Smith H., *Analiza regresji stosowana*, PWN, Warszawa 1973.
- [35] Eufinger H., Wehmoller M., Machtens E., Heuser L., Harders A., Kruse D., *Reconstruction of craniofacial bone defects with individual alloplastic implants based on CAD/CAM-manipulated CT-data*, Journal of Cranio Maxillo-Facial Surgery (1995) 23, s. 175-181.
- [36] Fan K.-C., Tsai T.-H., *Optimal shape error analysis of the matching image for a free-form surface*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing 17 (2001), s. 215-222.
- [37] Fisher R.B., *Applying knowledge to reverse engineering problems*, Computer-Aided Design 36 (2004), s. 501-510.
- [38] Feng H.-Y., Liu Y., Xi F., *Analysis of digitizing errors of a laser scanning system*, Precision Engineering, 25(2001), s. 185-191.
- [39] Ferreira J.C., Alves N.F., *Integration of reverse engineering and rapid tooling in foundry technology*, Journal of Materials Processing Technology, 142(2003), s. 374-382.
- [40] Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J., *Metody numeryczne*, WNT, Warszawa 1982.
- [41] Foley D.J., Van Dam A., Feiner S., Highes J., Phillips R.L., *Introduction to computer graphics*, Addison Wesley Longman, 1994.
- [42] Franke R., *Scattered data interpolation: Test of some methods*, Mathematics of Computation, Vol. 38(1982), s. 181-200.
- [43] Garimella R.V., Shashkov M.J., *Polygonal surface mesh optimization*, Engineering with Computers (2004) 20, s. 265-272.
- [44] Gawlik J., Juras B., Karbowski K., Wójcik A., *Koncepcja oceny dokładności powierzchni swobodnych w systemie inżynierii odwrotnej*, X Krajowa, I Międzynarod. Konf. Nauk.-Techn. „Metrologia w technikach wytwarzania” – Kraków, 25–27 września 2003, s. 151-160.
- [45] Goldsztejn P., Skrzypek G., *Wykorzystanie metod interpolacji do numerycznego kreślenia map powierzchni geologicznych na podstawie nieregularnie rozmieszczonych danych*, Przegląd Geologiczny, Vol. 52, nr 3, 2004, s. 233-236.
- [46] Gordon W.J., Wixom J.A., *Shepard's method of "metric interpolation" to bivariate and multivariate interpolation*, Mathematics of Computation, Vol. 32 (1978), s. 253-264.

- [47] Green B., *Canny edge detection tutorial*. [www.pages.drexel.edu/~weg22/can\\_tut.html](http://www.pages.drexel.edu/~weg22/can_tut.html), 2002.
- [48] Guo B., *Surface reconstruction: from points to splines*, *Computer-Aided Design* 29(1997), s. 269-277.
- [49] Hartley R.I., Sturm P., *Triangulation*, *Computer Vision and Image Understanding*, 68(1997), s. 146-157.
- [50] He Q., Zhang Z., *A new edge detection algorithm for image corrupted by White-Gaussian noise*, *Int. J. Electron. Commun. (AEÜ)* 61 (2007), s. 546-550.
- [51] Heric D., Zazula D., *Combined edge detection using wavelet transform and signal registration*, *Image and Vision Computing* 25 (2007), s. 652-662.
- [52] Hsiao S.-W., Chuang J.-C., *A reverse engineering based approach for product form design*, *Design Studies*, Vol. 24, No. 2, March 2003, s. 155-171.
- [53] Huang M.-C., Tai C.-C., *The pre-processing of data points for curve fitting in reverse engineering*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 16(2000), s. 635-642.
- [54] Huang Y., Duan Z.-C., Zhu G.-L., Gong S.-H., *A fast triangulation algorithm for 3D reconstruction from planar contours*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, (2004) 24, s. 98-101.
- [55] Hu L., Cheng H.D., Zhang M., *A high performance edge detector based on fuzzy inference rules*, *Information Sciences* 177 (2007), s. 4768-4784.
- [56] Hu J., Li Y., Wang Y., Cai J., *Adaptive sampling method for laser measuring free-form surface*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, (2004) 24, s. 886-890.
- [57] Hu W., Yang W., Xiong Y., *An adaptive mesh model for 3D reconstruction from unorganized data points*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, (2005), Published online, 9 March 2005.
- [58] Hur S.-M., Kim H.-C., Lee S.-H., *STL file generation with data reduction by the Delaunay triangulation method in reverse engineering*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, (2002) 19, s. 669-678.
- [59] Iglesias A., Echevarria G., Galvez A., *Functional networks for B-spline surface reconstruction*, *Future Generation Computer Systems* 20 (2004), s. 1337-1353.
- [60] *IMAQ Vision concepts manual*, National Instruments. Austin, Texas 2004.
- [61] Jagoda J., Komenda Z., *Ocena dokładności wybranych metod korekcji promieniowej końcówki pomiarowej*, praca magisterska, promotor Krzysztof Karbowski, Politechnika Krakowska 2006.
- [62] Jagoda J., Karbowski K., Komenda Z., *Ocena dokładności wybranych metod korekcji promieniowej końcówki pomiarowej*, *Przegląd Mechaniczny* 9'07 – Supplement, XII Krajowa, III Międzynarodowa Konferencja Naukowa „Metrologia w technikach wytwarzania 2007”, s. 146-152.

- [63] Jeong J., Kim K., Park H., Cho H., Jung M., *B-spline surface approximation to cross-sections using distance maps*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (1999) 15, s. 876-885.
- [64] Karbowski K., *The reverse engineering system*, 2nd International Congress of Precision Machining. 3-6th September 2003, Praga – Czechy, s. 158-162.
- [65] Karbowski K., *Wykonywanie elementów przestrzennych na podstawie zdjęcia modelu*, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, „Budowa Maszyn i zarządzanie produkcją”, nr 1/2004, II Międzynarodowa Konferencja MANUFACTURING’04 – „Współczesne problemy projektowania i wytwarzania”, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2004, s. 235-242.
- [66] Karbowski K., *Reconstruction of pictures in reverse engineering system*, Advances in Manufacturing Science and Technology, Vol. 29, No. 3, 2005, s. 35-46.
- [67] Karbowski K., *Portable laser scanner for reverse engineering application*, Advances in Manufacturing Science and Technology, Vol. 29, No. 4, 2005, s. 21-32.
- [68] Karbowski K., *Free-form surface accuracy in reverse engineering system*, Advances in Manufacturing Science and Technology, Vol. 30, No. 2, 2006, s. 55-63.
- [69] Karbowski K., *Interpolation of spatial data*, Advances in Manufacturing Science and Technology, Vol. 30, No. 3, 2006, s. 23-36.
- [70] Karbowski K., *Interpolation methods for correction of probe’s radius*, The 4th International Conference on “Machining and Measurements of Sculptured Surfaces”, 27–29.09.2006, Kraków, s. 299-308.
- [71] Karbowski K., *Digital halftoning in reverse engineering system*, IV International Congress on Precision Machining 2007, Sandomierz–Kielce, 25–28.09.2007, Vol. 1, s. 253-256.
- [72] Karbowski K., Zarzycki K., *Applying of the system CATIA V5 for planning the surgical operations of the mandible correction*, WISNYK Uniwersytetu Narodowego w Chmielnickim, Nr 4, 2007, t. I, s. 128-131.
- [73] Karbowski K., *Cyfrowe przetwarzanie obrazów – metody detekcji krawędzi obiektów o złożonym zarysie*, Inżynieria Maszyn, R. 11, z. 4, Wrocław 2007, s. 48-65.
- [74] Karbowski K., *Zastosowanie metod analizy obrazu do odwzorowywania obiektów w inżynierii odwrotnej*, Prace Instytutu Technicznego Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Nowym Sączu – po recenzji przyjęte do druku w styczniu 2008.
- [75] Karmowski W., *Wspomagana teorią interpretacja wyników eksperymentów mechaniki ciał odkształcalnych*, Monografia 251, Politechnika Krakowska, Kraków 1999.

- [76] Kay M., Dimitrakopoulos R., *Integrated interpolation methods for geophysical data: applications to mineral exploration*, Natural Resources Research, Vol. 9, No. 1, 2000, s. 53-63.
- [77] Kiciak P., *Podstawy modelowania krzywych i powierzchni*, WNT, Warszawa 2000.
- [78] Kim C.I., Ko T.J., *Method of obtaining data according to sensor combination of reverse engineering*, Espacenet, Europejski Urząd Patentowy, nr publikacji: KR20040009550, data publikacji: 31.01.2004.
- [79] Kim H.-C., Hur S.-M., Lee S.-H., *Segmentation of the measured point data in reverse engineering*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2002) 20, s. 571-580.
- [80] Kim S.M., Kang T.J., *Garment pattern generation from body scan data*, Computer-Aided Design 35(2002), s. 611-618.
- [81] Kim S.-W., Choi Y.-B., Oh J.-T., *Reverse engineering: high speed digitization of free-form surfaces by phase-shifting projection moire topography*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 39 (1999), s. 389-401.
- [82] Kitanidis P., *Introduction to geostatistics – Application in hydrogeology*, Cambridge University Press, New York 1997.
- [83] Knopf G.K., Al-Naji R., *Adaptive reconstruction of bone geometry from serial cross-sections*, Artificial Intelligence in Engineering, 15(2001), s. 227-239.
- [84] Knopf G.K., Kofman J., *Adaptive reconstruction of free-form surfaces using Bernstein basis function networks*, Engineering Applications of Artificial Intelligence 14 (2001), s. 577-588.
- [85] Kolingerova I., Ferko A., *Multicriteria-optimized triangulations*, The Visual Computer (2001) 17, s. 380-395.
- [86] Kriege D.G., Guarascio M., Camisani-Calzolari F.A., *Early South African geostatistical techniques in today's perspective*, Armstrong M. (ed.): Geostatistics, Kluwer Academic Publisher, Amsterdam 1989, s. 1-19.
- [87] Krylov A.S., Najafi M., *A projection method for edge detection in images*, Computational Mathematics and Modeling, Vol. 18, No. 1, 2007, s. 91-101.
- [88] Kumar G.S., Kalra P.K., Dhande S.G., *Curve and surface reconstruction from points: an approach based on self-organizing maps*, Applied Soft Computing 5 (2004), s. 55-66.
- [89] Kuo C.-C., Yau H.-T., *A Delaunay-based region-growing approach to surface reconstruction from unorganized points*, Computer-Aided Design 37 (2005), s. 825-835.
- [90] Kwon G.-H., Chae S.-W., Lee K.-J., *Automatic generation of tetrahedral meshes from medical images*, Computers and Structures 81 (2003), s. 765-775.
- [91] *LabView ver. 7.1*. National Instruments, Austin, Texas, USA, 2003.

- [92] Lai J.-Y., Ueng W.-D., *Reconstruction of surfaces of revolution from measured points*, Computers in Industry 41 2000, s. 147-161.
- [93] Lai Y.-K., Hua S.-M., Pottmann H., *Surface fitting based on a feature sensitive parametrization*, Computer-Aided Design 38 (2006), s. 800-807.
- [94] Lee H.-Y., Hong K., Kim E.A., *Measurement protocol of women's nude breasts using a 3D scanning technique*, Applied Ergonomics, 35(2004), s. 353-359.
- [95] Lee I.-K., *Curve reconstruction from unorganized points*, Computer Aided Geometric Design 17 (2000), s. 161-177.
- [96] Lee K.H., Woo H., *Direct integration of reverse engineering and rapid prototyping*, Computers & Industrial Engineering 38 (2000), s. 21-38.
- [97] Lee K.H., Woo H., Suk T., *Data reduction methods for reverse engineering*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2001) 17, s. 735-743.
- [98] Lee K.H., Woo H., Suk T., *Point data reduction using 3D grids*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2001) 18, s. 201-210.
- [99] Lee K.H., Park H., Son S., *A framework for laser scan planning of freeform surfaces*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., 17(2001), s. 171-180.
- [100] Lee K.-Y., Kang S.-C., Kim T.-W., *Remeshing into normal meshes with boundaries using subdivision*, Computers in Industry 50 (2003), s. 303-317.
- [101] Liang S.-R., Lin A.C., *Probe-radius compensation for 3D data points in reverse engineering*, Computers in Industry, 48(2002), s. 241-251.
- [102] Li L., Schemenauer N., Peng X., Zeng Y., Gu P., *A reverse engineering system for rapid manufacturing of complex objects*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing 18 (2002), s. 53-67.
- [103] Lin J.C., *Free-form surface rebuild using a abductive neural network*, Journal of Materials Processing Technology 116 (2001), s. 170-175.
- [104] Lin H.-W., Tai C.-L., Wang G.-J., *A mesh reconstruction algorithm driven by an intrinsic property of a point cloud*, Computer-Aided Design 36 (2004), s. 1-9.
- [105] Lin Y.C., Sun W.I., *Probe radius compensated by the multi-cross product method in freeform surface measurement with touch trigger probe CMM*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2003) 21, s. 902-909.
- [106] Lin Y.-P., Wang C.-T., Dai K.-R., *Reverse engineering in CAD model reconstruction of customized artificial joint*, Medical Engineering & Physics 27 (2005), s. 189-193.
- [107] Lisowski E., *Modelowanie geometrii elementów maszyn i urządzeń w systemach CAD 3D*, Politechnika Krakowska, Kraków 2003.
- [108] Liszka T., *An interpolation method for an irregular net of nodes*, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 20 (1984), s. 1599-1612.
- [109] Liu G.H., Wong Y.S., Zhang Y.S., Loh H.T., *Error-based segmentation of cloud data for direct rapid prototyping*, Computer-Aided Design 35(2002), s. 633-645.

- [110] Liu Y.-J., Yuen M.M.-F., *Optimized triangle mesh reconstruction from unstructured points*, The Visual Computer (2003) 19, s. 23-37.
- [111] Liu G.H., Wong Y.S., Zhang Y.S., Loh H.T., *Modelling cloud data for prototype manufacturing*, Journal of Materials Processing Technology 138 (2003), s. 53-57.
- [112] Li Q., Griffiths J.G., Wa J., *Constructive implicit fitting*, Computer Aided Geometric Design 23 (2006), s. 17-44.
- [113] Lu S., Wang Z., Shen J., *Neuro-fuzzy synergism to the intelligent system for edge detection and enhancement*, Pattern Recognition 36 (2003), s. 2395-2409.
- [114] Ma D., Lin F., Chua C.K., *Rapid prototyping applications in medicine. Part 2: STL file generation and case studies*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2001) 18, s. 118-127.
- [115] Malina W., Smiatacz M., *Metody cyfrowego przetwarzania obrazów*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2005.
- [116] Martin R.R., Stroud I.A., Marshall A.D., *Data reduction for reverse engineering*, RECCAD, Deliverable Document 1 COPERNICUS project, No. 1068, Computer and Automation Institute of Hungarian Academy of Science, January 1996.
- [117] Maas A.I., Dearden M., Teasdale GM, et al., *EBIC-guidelines for management of severe head injury in adults*. European Brain Injury Consortium. Acta Neurochir (Wien), 1997, 139(4), s. 286-94.
- [118] Matusiak G., Skawiński P., *Inżynieria odwrotna w procesie projektowania części maszyn*, Mechanik, 7(2004), s. 477-479.
- [119] Ma W., He P., *B-spline surface local updating with unorganized points*, Computer-Aided Design, Vol. 30, No. 11, 1998, s. 853-862.
- [120] Meyer A., Marin P., *Segmentation of 3D triangulated data points using edges constructed with a C1 discontinuous surface fitting*, Computer-Aided Design 36 (2004), s. 1327-1336.
- [121] Miechowicz S., *Efektywność wybranych technik stereolitografii laserowej w zastosowaniach medycznych*, rozprawa doktorska, Rzeszów 2006.
- [122] Migacz M., Kwaczyński W., Nazzal A., *Inżynieria odwrotna w modelowaniu powierzchni krzywoliniowych*, Mechanik, 12(2003), s. 741-744.
- [123] Mitani J., Suzuki H., *Making papercraft toys from meshes using strip-based approximate unfolding*, ACM Trans. Graph. 23(3) 2004, s. 259-263.
- [124] Mohaghegh K., Sadeghi M.H., Abdullah A., *Reverse engineering of turbine blades based on design intent*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2007) 32, s. 1009-1020.
- [125] Morikawa S., Kaneo T., Motoyama K., *Reverse system for group of noncontact measuring points, reverse engineering method for group of nocontact measuring points, and its program*, Espacenet, Europejski Urząd Patentowy, nr publikacji JP2006085333, data publikacji 30.03.2006.

- [126] Motavalli S., *Review of reverse engineering approaches*, Computers ind. Engng., Vol. 35, No. 1–2, 1998, s. 25-28.
- [127] Namysłowska-Wilczyńska B., Wilczyński A., *Funkcja wariogramu jako narzędzie badania zmienności obciążeń elektrycznych w układzie powierzchniowym*, Elektroenergetyka nr 4/2003 (47), s. 18-35.
- [128] Namysłowska-Wilczyńska B., Wilczyński A., Tymorek A., *Modelowanie powierzchniowego obrazu obciążeń elektrycznych z zastosowaniem kriginu lognormalnego*, Elektroenergetyka nr 1/2004 (48), s. 1-15.
- [129] Nezamabadi-pour H., Saryazdi S., Rashedi E., *Edge detection using ant algorithms*, Soft Comput (2006) 10, s. 623-628.
- [130] Olea R.A., *Geostatistics for engineers and earth scientists*, Kluwer Academic Publishers, Boston 1999.
- [131] Park H., *A hybrid approach to smooth surface reconstruction from 2-D cross sections*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2005) 25, s. 1130-1136.
- [132] Park H., Jung H.B., Kim K., *A new approach for lofted B-spline surface interpolation to serial contours*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2004) 23, s. 889-895.
- [133] Pardo X.M., Carreira M.J., Mosquera A., Cabello D., *A snake for CT image segmentation integrating region and edge information*, Image and Vision Computing 19 (2001), s. 461-475.
- [134] Patorski K., Kujawińska M., Sałbut L., *Interferometria laserowa z automatyczną analizą obrazu*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [135] Pavlidis T., *Grafika i przetwarzanie obrazów*, WNT, Warszawa 1987.
- [136] Peng Q.-J., Loftus M., *A new approach to reverse engineering based on vision information*, Int. J. Mach. Tools Manufact., 38(1998), s. 881-899.
- [137] Peng Q.-J., Loftus M., *Using image processing based on neural networks in reverse engineering*, Int. J. Mach. Tools Manufact., 41(2001), s. 625-640.
- [138] Perry M., Banks P., Richards R., Friedman E.-P., Shaw.P., *The use of computer-generated three-dimensional models in orbital reconstruction*, British Journal of Oral and Maxillofacial Surgery (1998) 36, s. 275-284.
- [139] Peternella M., Steiner T., *Reconstruction of piecewise planar objects from point clouds*, Computer-Aided Design 36 (2004), s. 333-342.
- [140] Piegl L.A., Tiller W., *Parametrization for surface fitting in reverse engineering*, Computer-Aided Design 33(2001), s. 593-603.
- [141] Pitas I., *Digital image processing algorithms and applications*, Wiley, 2000.
- [142] Pluim J.P.W., Maintz J.B.A., Viergever M.A., *Mutual-information-based registration of medical images: a survey*, IEEE Trans. on Medical Imaging, Vol. 22, No. 8, 2003, s. 986-1004.
- [143] Preparata F.P., Shamos M.I., *Geometria obliczeniowa*, Springer, Gliwice 1985.
- [144] *Poradnik matematyczny*, PWN, Warszawa 1980.



- [145] Ren B.Y., Hagiwara I., *Composite freeform surface reconstruction using recursive interpolating subdivision scheme*, Computers in Industry 50 (2003), s. 265-275.
- [146] Rabello A.B., Ostrowski M.C., Yokoyama K.M., *Method and system for reverse and re-engineering parts*, Espacent, Europejski Urząd Patentowy, nr publikacji EP1457853, data publikacji 15.09.2004.
- [147] Ratajczyk E., *Współrzędnościowa technika pomiarowa*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [148] Ratajczyk E., Woźniak A., *Nowe trendy w budowie bezstykowych głowic pomiarowych stosowanych w maszynach współrzędnościowych*, Mechanik, 1(2005), s. 32-36.
- [149] Rumiński J., *Metody reprezentacji, przetwarzania i analizy obrazów w medycynie*, <http://astrophysics.fic.uni.lodz.pl/medtech/dodatki/metpo.html>.
- [150] Ryu J.H., Kim H.S., Lee K.H., *Contour-based algorithms for generating 3D CAD models from medical images*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2004) 24, s. 112-119.
- [151] Saleem W., Schall O., Patane G., Belyaev A., Seidel H.-P., *On stochastic methods for surface reconstruction*, Visual Comput (2007) 23, s. 381-395.
- [152] Sangveraphunsiri V., Sritrakulchai K., *The development of a technique for 3D complex surface reconstruction from unorganized point cloud*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2007) 33, s. 772-781.
- [153] Sansoni G., Docchio F., *Three-dimensional optical measurements and reverse engineering for automotive applications*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 20 (2004), s. 359-367.
- [154] Sansoni G., Docchio F., *In-field performance of an optical digitizer for the reverse engineering of free-form surface*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2004), Published online: 23 September 2004.
- [155] Schaback R., *Multivariate interpolation by polynomials and radial basis functions*, Constructive Approximation, 21(2005), s. 293-317.
- [156] Schreve K., Basson A.H., *Edge detection in reverse engineering using a scanning approach. Part 1: Scanning algorithm*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2004), Published online: 8 December 2004.
- [157] Semenova I., Kozhekin N., Savchenko V., Hagiwara I., *A general framework for analysis and comparison of surface mesh optimization techniques*, Engineering with Computers (2005) 21, s. 91-100.
- [158] Shatz I., Tal A., Leifman G., *Paper craft models from meshes*, Visual Comput (2006) 22, s. 825-834.
- [159] Shi M., Zhang Y.F., Loh H.T., Bradley C., Wong Y.S., *Triangular mesh generation employing a boundary expansion technique*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2006) 30, s. 54-60.

- [160] Shih F.Y., Zhang K., *Locating object contours in complex background using improved snakes*, Computer Vision and Image Understanding 105 (2007), s. 93-98.
- [161] Shio F.-J., Lin Y.-F., Chang K.-H., *Determination of the optimal parameters for freeform surface measurement and data processing in reverse engineering*, Int. J. of Adv. Manuf. Technol., (2003)21, s. 678-690.
- [162] Shiou F.-J., Chen M.-J., *Intermitted process measurement of a freeform surface profile with a circular triangulation laser probe on a machining centre*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2003) 21, s. 365-376.
- [163] Sibson R., *A brief description of natural neighbor interpolation*, Interpreting Multivariate Data, red. V. Barnett, Wiley, New York 1981, s. 21-36.
- [164] Smith S.W., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*, Wydawnictwo BTC, Warszawa 2007.
- [165] Son S., Park H., Lee K.H., *Automated laser scanning system for reverse engineering and inspection*, Int. J. Mach. Tools Manufact., 42(2002), s. 889-897.
- [166] Sun G., Liu Q., Liu Q., Ji C., Li X., *A novel approach for edge detection based on the theory of universal gravity*, Pattern Recognition 40 (2007), s. 2766-2775.
- [167] Sun W., Bradley C., Zhang Y.F., Loh H.T., *Cloud data modelling employing a unified, non-redundant triangular mesh*, Computer-Aided Design 33(2001), s. 183-193.
- [168] Sun W., Starly B., Nam J., Darling A., *Bio-CAD modeling and its applications in computer-aided tissue engineering*, Computer-Aided Design 37 (2005), s. 1097-1114.
- [169] *Surfer 8*. Golden Software, Inc., Colorado, USA, 2002.
- [170] Tadeusiewicz R., Korohoda P., *Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów*, Wydawnictwo Fundacji Postępu Telekomunikacji, Kraków 1997.
- [171] Tai C.-C., Huang M.-C., *The processing of data points basing on design intent in reverse engineering*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 40 (2000), s. 1913-1927.
- [172] Ueng W.-D., Lai J.-Y., Doong J.-L., *Sweep-surface reconstruction from three-dimensional measured data*, Computer-Aided Design 30(1998), s. 791-805.
- [173] Vanco M., Brunnett G., *Direct segmentation of algebraic models for reverse engineering*, Computing 72(2004), s. 207-220.
- [174] Varady T., Martin R.R., Cox J., *(Editorial) Special issue: Reverse engineering of geometric models*, Computer-Aided Design, Vol. 29, No. 4, 1997, s. 253-254.
- [175] Varady T., Martin R.R., Cox J., *Reverse engineering of geometric models – an introduction*, Computer-Aided Design, Vol. 29, No. 4, 1997, s. 255-268.

- [176] Wackernagel H., *Multivariate geostatistics*, Springer, Berlin Heidelberg, 1995.
- [177] Wang C.C.L., Yuen M.M.F., *A generic algorithm for mesh optimisation*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2001) 18, s. 739-744.
- [178] Wang C.C.L., Chang T.K.K., Yuen M.M.F., *From laser scanned data to feature human model: a system based on fuzzy logic concept*, Computer-Aided Design 35(2003), s. 241-253.
- [179] Wang C.L., Yuen M.F., *A Binary Morphology-Based Filtering Algorithm for Reverse Engineering*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2003) 21, s. 257-262.
- [180] Wang D., Hassan O., Morgan K., Weatherill N., *Efficient surface reconstruction from contours based on two-dimensional Delaunay triangulation*, Int. J. Numer. Meth. Engng 2006, 65, s. 734-751.
- [181] Wang G.-J., Wang C.C., Chuang S.H.F., *Reverse engineering of sculptured surfaces by four-axis non-contact scanning*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., 15(1999), s. 800-809.
- [182] Wang S., *A smooth surface interpolation to 3D triangulations*, Journal of Computational and Applied Mathematics 163 (2004), s. 287-293.
- [183] Wang S.-Y., Wang Y.-N., *Image edge detection based on multi-fractal spectrum analysis*, Front. Electr. Electron. Eng. China (2006) 2, s. 146-152.
- [184] Wang C.C.L., *Incremental reconstruction of sharp edges on mesh surfaces*, Computer-Aided Design 38 (2006), s. 689-702.
- [185] Wanga B., Luoa X., Pfeiferb T., Mischob H., *Moire deflectometry based on Fourier-transform analysis*, Measurement 25 (1999), s. 249-253.
- [186] Weihe S., Wehmoller M., Schliephake H., Hasslfeld S. i in., *Synthesis of CAD/CAM, robotics and biomaterial implant fabrication: single-step reconstruction in computer aided frontotemporal bone resection*, Int. J. Oral Maxillofac. Surg. 2000, 29, s. 384-388.
- [187] Werner A., Skalski K., Piszczatowski S., Świążkowski W., Lechniak Z., *Reverse engineering of free-form surfaces*, Journal of Materials Processing Technology, 76(1998), s. 128-132.
- [188] Winder J., Bibb R., *Medical Rapid Prototyping Technologies: State of the Art and Current Limitations for Application in Oral and Maxillofacial Surgery*, J. Oral Maxillofac. Surg. 63, 2005, s. 1006-1015.
- [189] Wojnar L., Majorek M., *Komputerowa analiza obrazu*, Fotobit Design, Kraków 1994.
- [190] Woo H., Kang E., Wang S., Lee K.H., *A new segmentation method for point cloud data*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 42 (2002), s. 167-178.
- [191] Wójcik A., *Metoda oceny dokładności odwzorowania powierzchni swobodnych w zastosowaniu do inżynierii odwrotnej*, praca doktorska, Politechnika Krakowska, 2006.

- [192] Wu H., Yu Y., *Photogrammetric reconstruction of free-form objects with curvilinear structures*, Visual Comput (2005) 21, s. 203-216.
- [193] Wu Y.F., Wong Y.S., Loh H.T., Zhang Y.F., *Modelling cloud data using an adaptive slicing approach*, Computer-Aided Design 36(2004), s. 231-240.
- [194] Wu T., Cheung E.H.M., *Enhanced STL*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2006) 29, s. 1143-1150.
- [195] Xi F., Shu C., *CAD-based path planning for 3D line laser scanning*, Computer-Aided Design 31(1999), s. 473-479.
- [196] Xiaodong T., Yuexian W., Xionghui Z., Xueyu R., *Mesh simplification based on super-face and genetic algorithm in reverse engineering*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2002) 20, s. 303-312.
- [197] Yamada K., *Reverse engineering system*, Espacenet, Europejski Urząd Patentowy, nr publikacji JP2003233500, data publikacji 22.08.2003.
- [198] Yang Z., Chen Y., *A reverse engineering method based on haptic volume removing*, Computer-Aided Design 37 (2005), s. 45-54.
- [199] Yao A.W.L., *Applications of 3D scanning and reverse engineering techniques for quality control of quick response products*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., published online 2004.
- [200] Yin Z., *Reverse engineering of a NURBS surface from digitized points subject to boundary conditions*, Computers & Graphics 28 (2004), s. 207-212.
- [201] Yoon J., *Interpolation by radial basis functions on Sobolev space*, J. of Approximation Theory, 112(2001), s. 1-15.
- [202] Yoshimoto F., Harada T., Yoshimoto Y., *Data fitting with a spline using a real-coded genetic algorithm*, Computer-Aided Design 35 (2003), s. 751-760.
- [203] Yuan W., Li D., *Edge detection based on directional space*, Front. Electr. Electron. Eng. China (2006) 2, s. 135-140.
- [204] Yüksel M.E., *Edge detection in noisy images by neuro-fuzzy processing*, Int. J. Electron. Commun. (AEÜ) 61 (2007), s. 82-89.
- [205] Yuwen S., Dongming G., Zhenyuan J., Weijun L., *B-spline surface reconstruction and direct slicing from point clouds*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., 27(2006), s. 918-924.
- [206] Zexiao X., Jianguo W., Qiumei Z., *Complete 3D measurement in reverse engineering using a multi-probe system*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 45 (2005), s. 1474-1486.
- [207] Zexiao X., Chengguo Z., Qiumei Z., Guoxiong Z., *Modeling and verification of a five-axis laser scanning system*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., published online: 9 February 2005.
- [208] Zhang Y., *Research into the engineering application of reverse engineering technology*, Journal of Materials Processing Technology 139 (2003), s. 472-475.

- [209] Zhang L.Y., Zhou R.R., Zhou L.S., *Model reconstruction from cloud data*, Journal of Materials Processing Technology 138 (2003), s. 494-498.
- [210] Zhang B., Molenbroek J.F.M., *Representation of a human head with bi-cubic B-splines technique based on the laser scanning technique in 3D surface anthropometry*, Applied Ergonomics 35 (2004), s. 459-465.
- [211] Zhang X.-C., Xi J.-T., Yan J.-Q., *A methodology for smoothing of point cloud data based on anisotropic heat conduction theory*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2006) 30, s. 70-75.
- [212] Zhongwei Y., Shouwei J., *STL file generation from digitised data points based on triangulation of 3D parametric surfaces*, Int. J. Adv. Manuf. Technol., (2004) 23, s. 882-888.
- [213] Zhongwei Y., Yuping Z., Shouwei J., *Methodology of NURBS surface fitting based on off-line software compensation for error of a CMM*, Precision Engineering 27 (2003), s. 299-303.
- [214] Zhou K., Bao H., Shi J., *A framework for digital signal processing over arbitrary meshes*, Technical Report. Zhejiang University; May 2002, <http://www.cad.zju.edu.cn/home/kzhou/paper0241.pdf>.
- [215] Zhou K., Bao H., Shi J., *3D surface filtering using spherical harmonics*, Computer-Aided Design 36 (2004), s. 363-375.
- [216] Zieliński T.P., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*, WKiŁ, Warszawa 2007.
- [217] Żakowski W., Kołodziej W., *Matematyka, cz. II*, WNT, Warszawa 1984.

## Streszczenie

W pracy zdefiniowano pojęcie *inżynieria rekonstrukcyjna* oraz omówiono poszczególne etapy przetwarzania informacji, poczynając od digitalizacji modelu, poprzez przetwarzanie uzyskanych wyników pomiaru oraz budowę modelu wirtualnego. Ogólnie przedstawiono metody pomiarowe stosowane w inżynierii rekonstrukcyjnej. Nieco szerzej przedstawiono metodę użytą w skanerze przestrzennym skonstruowanym w Instytucie Technologii Maszyn i Automatyzacji Produkcji Politechniki Krakowskiej, która znalazła zastosowanie w opracowanym przez autora oprogramowaniu sterującym skanerem. Ze względu na zagadnienia będące przedmiotem zainteresowań naukowych autora odwzorowywania obiektów na podstawie danych obrazowych uzyskanych metodami tomografii komputerowej omówiono zasadę działania tomografu. Scharakteryzowano również opisywane w literaturze systemy inżynierii rekonstrukcyjnej oraz zagadnienia dotyczące przetwarzania wyników pomiarów – w szczególności filtrację zbioru (chmury) punktów oraz konstruowania modeli wirtualnych obiektu.

Jeden z rozdziałów pracy poświęcono metodom interpolacji geostatystycznej, których zastosowanie w inżynierii rekonstrukcyjnej zostało zbadane przez autora. Szczegółowo omówiono interpolację metodą krigingu normalnego oraz opracowaną przez autora modyfikację tej metody pozwalającą na jej zastosowanie do interpolacji danych uzyskanych skanerami przestrzennymi ze stołem obrotowym. Zaprezentowano również wykonane przez autora porównanie dokładności różnych metod interpolacji geostatystycznej oraz opracowaną przez autora metodę korekcji promieniowej końcówki pomiarowej metodą interpolacji krigingowej wraz z porównaniem tej metody z trzema innymi opisanymi w literaturze. Przedstawiono też opracowany przez autora system inżynierii rekonstrukcyjnej wraz z metodą oceny i poprawy dokładności wykonania elementów.

Autor w swej pracy naukowej zajmuje się, między innymi, zastosowaniem inżynierii rekonstrukcyjnej w medycynie, stąd też w pracy omówiono zagadnienia odwzorowywania kości czaszki metodami inżynierii rekonstrukcyjnej, które znalazły zastosowanie podczas projektowania i wykonywania protez czaszkowych na potrzeby zabiegu kranioplastyki. Opracowana przez autora metoda i program komputerowy detekcji krawędzi obiektów zobrazowanych metodami tomografii komputerowej zostały zweryfikowane doświadczalnie oraz przeszły pozytywną weryfikację w warunkach klinicznych. W pracy omówiono również opracowany przez autora algorytm budowy modelu warstwowego na podstawie obrazów tomografii komputerowej, pozwalający na obniżenie kosztów modelu wykonywanego metodami szybkiego prototypowania.

Dodatkowym osiągnięciem związanym z realizowanymi przez autora pracami naukowymi z zakresu inżynierii rekonstrukcyjnej są zagadnienia odwzorowywania obiektów na płaszczyźnie, mające zastosowanie w grawerowaniu. Metody te oraz opracowane przez autora oprogramowanie zostały omówione w ostatniej części pracy.

## RECONSTRUCTION PRINCIPLES OF MACHINE AND OTHER OBJECT ELEMENTS IN MANUFACTURING PROCESSES

### Summary

The concept of *reverse engineering* is defined and the phase of the information transformations – beginning from object's digitalization, through the analysis of the measuring results and building the virtual model – are presented.

The measuring methods applied in the reverse engineering are generally discussed. The method which is implemented in the software constructed by the author and applied in the spatial scanner constructed in Production Engineering Institute of Cracow University of Technology is described.

The method of computer tomography is presented, because it is one of the research activities of author. The reverse engineering systems and the measuring results analysis are characterized. They include filtration of the cloud of points and building the virtual models, which are presented in the bibliography.

One of the parts of monograph is denoted to the methods of geostatistical interpolation. The applying of geostatistical interpolation in the reverse engineering was examined by author. The interpolation by ordinary kriging and its modification, which was done by author, are presented. This modification allows to apply the kriging for interpolation of measuring result of the laser scanner with rotary table. The comparison of different interpolation methods is discussed. The kriging method for correction of touch probe's radius, which was described by the author and its comparison with other methods, is shown. The reverse engineering system made by the author, with method of accuracy estimation and its improvement, is presented.

The reverse engineering methods for reconstruction of skull bones, which were applied for designing and manufacturing of skull's prosthesis for cranioplasty, are elaborated. The method and software for edge detection in tomography images, which was worked out by the author, were positively verified by experiment and clinical practice. The algorithm for building the layered model basing on the tomography images, which gives the chance for reducing the cost of rapid prototyping models, is described.

The additional achievements of the reverse engineering research are issues of objects' reproducing on the plane, which can be applied in the engraving technology. This methods and software, which was worked out by the author, are presented in the last part of the monograph.

## GRUNDLAGE DER REKONSTRUKTION VON MASCHINENELEMENTEN UND ANDEREN OBJEKTEN IN DER FERTIGUNGSPROZESSEN

### Zusammenfassung

Das Konzept des *reverse engineering* wird definiert und die Phase der Informationsumwandlung wird dargestellt – beginnend mit der Objektdigitalisierung durch die Analyse der Messresultate und der Erstellung des virtuellen Modells. Die in der „reverse engineering“ angewandten Messmethoden werden grundsätzlich diskutiert. Die Methode, welche implementiert wird in die vom Autor entwickelte Software und angewandt wird in dem räumlichen Scanner, welcher entwickelt wurde am Institut für Production Engineering der Krakauer Universität für Technology, wird beschrieben.

Die Methode der Computertomographie wird dargestellt, weil es eine der Forschungsaktivitäten des Autors ist. Das „reverse engineering“ System und die Analyse der Messergebnisse werden charakterisiert. Sie schließen die Filtration von Gruppen von Punkten und die Erstellung des virtuellen Modells ein, was im Literaturverzeichnis präsentiert wird.

Ein Teil der Monographie beschreibt die Methoden der geostatistischen Interpolation. Die Anwendung der geostatistischen Interpolation in der „reverse engineering“ wurde durch den Autor überprüft. Die Interpolation durch das normale Kriging-Verfahren und seiner Modifikation, welche durch den Autor durchgeführt wurde, werden gezeigt. Diese Modifikation erlaubt die Anwendung des Kriging für Interpolation des Messergebnisses von Laserscanner mit Rotationstisch. Der Vergleich der verschiedenen Interpolationsmethoden wurde diskutiert. Die Kriging Methode zur Korrektur des Abtastsensorradius wird gezeigt, welche durch den Autor beschrieben und mit anderen Methoden verglichen wurde. Das „reverse engineering“ System hergestellt durch den Autor, mit der Methode der Genauigkeitsabschätzung und ihrer Verbesserung, wird dargestellt.

Die „reverse engineering“ Methoden zur Rekonstruktion von Schädelknochen, welche angewandt werden beim Entwurf und der Herstellung der Schädelprothesen für die „cranioplasty“ sind ausgearbeitet. Die Methode und die Software für die Flankenerkennung (Kantenerkennung) in tomografischen Bildern, welche ausgearbeitet wurde durch den Autor, wurden positiv verifiziert durch Experimente und die klinische Praxis. Der Algorithmus für den Aufbau des Schichtmodells basiert auf Tomografiebilder, welche die Möglichkeit ergeben zur Reduzierung der Kosten des Rapid Prototyping, wurden beschrieben.

Die zusätzlichen Resultate der „reverse engineering“ Forschung sind die Belange der Objektabbildung auf der Ebene, was angewendet werden kann in der Gravurtechnik. Diese Methoden und Software, welche von Autor ausgearbeitet wurden, sind im letzten Teil der Monografie dargestellt.