CZASOPISMO TECHNICZNE Ś
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

z. 2-Ś/2007
ISSN 0011-4561
ISSN 1897-6336

PAWEŁ S. HACHAJ*

MODELOWANIE POLA PRĘDKOŚCI WODY W ZBIORNIKU DOBCZYCKIM – BUDOWA SIATKI OBLICZENIOWEJ I WSTĘPNE WYNIKI

MODELLING OF WATER VELOCITY FIELD IN DOBCZYCE RESERVOIR – CALCULATION GRID AND PRELIMINARY RESULTS

Streszczenie

W artykule omówiono modelowanie przepływu wody w Zbiorniku Dobczyckim. Do rozwiązania problemu wybrano metodę elementów skończonych. Opisano model matematyczny, dane pomiarowe (topograficzne i batymetryczne) i ich użycie w ramach modelu. Wskazano potencjalne trudności i sposoby ich przezwyciężenia. Opisano sposób tworzenia odpowiednich dla zagadnienia siatek elementów skończonych. Pokazano pierwsze osiągnięte rezultaty. Omówiono pokrótce plan dalszych badań oraz możliwości praktycznego wykorzystania otrzymanych wyników.

Słowa kluczowe: *mechanika płynów, metoda elementów skończonych, siatki obliczeniowe, mapy prędkości, Zbiornik Dobczycki*

Abstract

This article describes modeling of the water flow velocity field for the Dobczyce retention water body. To solve the case a finite element approach is used. Mathematical model and observational base are described, as well as their application to the problem. Potential difficulties are outlined along with the ways to overcome them. The way appropriate finite element meshes are created is detailed. First results are shown along with the brief description of plans for further research and possibilities of practical applications of the generated data.

Keywords: *fluid mechanics, finite element method, computational meshes, velocity maps, Dobczyce retention lake*

* Dr Paweł S. Hachaj, Instytut Inżynierii i Gospodarki Wodnej, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1. Wstęp

Od dłuższego czasu główną trudnością, z jaką borykają się osoby zajmujące się analizą numeryczną, nie jest już ani dobór odpowiednich równań, ani wybór metody obliczeń, lecz zastosowanie owych równań i metod do rozwiązywania rzeczywistych problemów. Zagadnienia „z życia wzięte" wnoszą do rozważanej kwestii pokaźny zbiór danych opisujących rozpatrywany system, które to dane zaimplementować należy jako odpowiednie warunki brzegowe bądź początkowe nałożone na model numeryczny. Wiele modeli, które sprawdzają się doskonale w przypadku prostych, akademickich problemów, nie nadaje się do zagadnień bardziej skomplikowanych, gdyż oferują one rozwiązania niestabilne numerycznie albo wręcz rozbieżne. Istnieją jednak takie, które – zastosowane odpowiednio – są zdolne dać stabilne, sprawdzalne wyniki.

Artykuł niniejszy dotyczy zastosowania modelu dwuwymiarowego przepływu ważonego głębokością (ang. *two-dimensional depth-averaged flow model*), czyli inaczej tzw. modelu przepływu 2,5-wymiarowego do obliczania map prędkości wody przepływającej przez Zbiornik Dobczycki. Rozwój technik numerycznych oraz szybki wzrost mocy obliczeniowej dostępnych komputerów pozwalają mieć uzasadnioną nadzieję na uzyskanie poprawnego rozwiązania tak postawionego problemu. Osiągnięte wyniki stanowić mogą podstawę dla praktycznych działań związanych z inżynierią środowiska, takich jak np.: prognozy rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń, przewidywania dotyczące transportu osadów i rumowiska, monitorowanie zagrożeń związanych z erozją brzegów itp.

Danymi wejściowymi dla modelu będą rzeczywiste dane topograficzne i batymetryczne rozważanego zbiornika zebrane podczas serii pomiarów terenowych oraz dane techniczne budowli wodnych umieszczonych w obrębie zbiornika (zapora, elektrownia, punkt poboru wody dla wodociągów). Analiza zostanie przeprowadzona modelem FESWMS stanowiącym część pakietu SMS9.1. Główny nacisk w niniejszym artykule położony będzie na właściwe zastosowanie wspomnianego modelu do rozwiązania postawionego problemu. Podane zostaną także teoretyczne podstawy modelu oraz wstępne wyniki uzyskane za jego pomocą. Na zakończenie omówione zostaną perspektywy dalszych badań oraz możliwości praktycznego zastosowania otrzymanych rezultatów.

2. Ogólna charakterystyka Zbiornika Dobczyckiego

Zbiornik Dobczycki powstał wskutek wzniesienia w sześćdziesiątym kilometrze biegu Raby zapory ziemno-betonowej. Oś zapory przebiega między Górą Zamkową na prawym brzegu Raby a Górą Jałowcową na jej lewym brzegu. Długość korony zapory wynosi 617 m. Poniżej podane są podstawowe parametry akwenu oraz towarzyszących mu budowli i urządzeń wodnych [1–3]:

1. Pojemność:
   - martwa – $14{,}5 \times 10^6$ m^3,
   - wyrównawcza – $84{,}7 \times 10^6$ m^3,
   - całkowita – 125×10^6 m^3.
2. Powierzchnia:
   - minimalna – 3,35 km^2,
   - nominalna – 9,5 km^2,
   - maksymalna – 10,65 km^2.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

3. Rzędna zwierciadła wody:
   – minimalna – 256,7 m n.p.m.,
   – nominalna – 269,9 m n.p.m.,
   – maksymalna – 272,6 m n.p.m.
4. Przepływ w przekroju Dobczyc:
   – nienaruszalny – 1,8 m^3/s,
   – średnioroczny – 10,6 m^3/s,
   – Q 50% – 200 m^3/s,
   – Q 1% – 1260 m^3/s,
   – miarodajny (Q 0,3%) – 1560 m^3/s,
   – Q 0,1% – 1700 m^3/s,
   – dopuszczalny – 2717 m^3/s.
5. Przepływ wody przez elektrownię:
   – minimalny – 1,25 m^3/s,
   – maksymalny – 12,6 m^3/s.
6. Pobór wody przez ujecie wodociągów:
   – rzeczywisty – ok. 1 m^3/s,
   – gwarantowany – 3,5 m^3/s,
   – dopuszczalny – 5,55 m^3/s.

Przepływ wody przez zaporę może odbywać się trzema drogami:

1) przez elektrownię (tą drogą realizowany jest przepływ nienaruszalny),
2) przez cztery spusty o wymiarach 3,2 × 4,5 m – u podstawy zapory,
3) przez trzy zamknięcia segmentowe o wymiarach 3 × 16 m – na koronie zapory.

Na rycinie 1 przedstawiono kształt zbiornika i lokalizację jego odpływów.

Głównym dopływem Zbiornika Dobczyckiego jest, oczywiście, sama Raba; jej ujście znajduje się w zachodniej części akwenu. Do zbiornika wpada też kilkanaście innych cieków, z których najważniejszy jest potok Wolnica uchodzący do północnego ramienia jeziora. Choć wkład, jaki wszystkie pomniejsze potoki wnoszą do całkowitego przepływu przez zbiornik jest znikomy ($\sum Q_{\text{potoków}} < 5\% Q_{\text{Raby}}$), powinny one jednak zostać uwzględnione w analizie, gdyż wnoszony przez nie pęd (z reguły poprzeczny do pędu głównego strumienia wody pochodzącego z Raby) może mieć istotny wpływ na rozkład prędkości wody w całym akwenie.

Kształt zbiornika odwzorowuje kształt zalanej doliny Raby. Dolina przebiega z południowego zachodu na północny wschód, ok. 1 km powyżej miejsca spiętrzenia, skręcając na krótko na południe. Całkowita długość zbiornika wynosi ok. 10 km, średnia głębokość to ok. 12 m, a szerokość ok. 1 km. Brzegi tworzą wzniesienia o wysokości od 60 do 100 m w stosunku do poziomu dna doliny. Spływające ze wzniesień potoki rzeźbią doliny, które w zbiorniku tworzą liczne zatoki. Linia brzegowa Zbiornika Dobczyckiego jest w związku z tym nieregularna i jej długość wynosi ok. 40 km przy nominalnym poziomie piętrzenia. Batymetria dna jest również złożona.

W analizie zaprezentowanej w niniejszym artykule wykorzystana została cyfrowa mapa batymetrii Zbiornika Dobczyckiego i topografii jego najbliższego sąsiedztwa sporządzona dla potrzeb [3]. Składają się na nią 139 774 punkty pomiarowe o przypisanych im wartościach współrzędnych x, y i z w układzie metrycznym.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Ryc. 1. Wygląd Zbiornika Dobczyckiego dla minimalnej (jasnoszary), nominalnej (szary) i maksymalnej (ciemnoszary) rzędnej piętrzenia wody: 1 – lokalizacja spustów i zamknięć zapory; w pobliżu jest też wlot tunelu elektrowni, 2 – lokalizacja ujęcia wodociągowego

Fig. 1. The shape of the Dobczyce lake at different water levels: minimal (light grey), average (grey), and maximal (dark grey): 1 – the symbol shows the position of dam inlets while, 2 – the symbol denotes the location of the water supply inlet

3. Model numeryczny

Równania użyte do modelowania przepływu wody w rozpatrywanym zbiorniku oparte są na zasadach zachowania masy i pędu. Jako że pionowe rozmiary ośrodka (kilka do kilkunastu metrów) są znacznie mniejsze od rozmiarów poziomych (setki metrów do kilometrów), dla uproszczenia obliczeń można zaniedbać ruch wody w kierunku pionowym, redukując model do dwóch wymiarów i używając głębokości jedynie jako parametru, od którego zależna jest prędkość rozpatrywana na płaszczyźnie x–y. Uśrednione po kierunku z poziome składowe prędkości są zatem równe

$$V_x = \frac{1}{H}\int_{z_0}^{z_s} v_x dz$$
$$V_y = \frac{1}{H}\int_{z_0}^{z_s} v_y dz \qquad (1)$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

gdzie:

V_x, V_y – uśrednione dwuwymiarowe składowe prędkości,
H – głębokość,
z_0 – rzędna dna,
z_s – rzędna zwierciadła,
v_x, v_y – rzeczywiste (trójwymiarowe) składowe prędkości w odpowiednich kierunkach.

Równanie zachowania masy (równanie ciągłości) po scałkowaniu przy powyższym założeniu przyjmuje postać

$$\frac{\partial z_s}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = q_m \tag{2}$$

gdzie:

$q_x = V_x H$ – jednostkowy przepływ w kierunku x,
$q_y = V_y H$ – jednostkowy przepływ w kierunku y,
q_m – powierzchniowy przepływ masowy (dodatni dla dopływu, ujemny dla odpływu).

Równania na transport pędu mają postać

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial q_x}{\partial t} + gH\frac{\partial z_0}{\partial x} + \frac{H}{\rho}\frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\beta\frac{q_x}{H} + \frac{gH^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\beta\frac{q_x q_y}{H}\right) + \\
&\frac{1}{\rho}\left(\tau_{bx} - \tau_{sx} - \frac{\partial}{\partial x}H\tau_{xx} - \frac{\partial}{\partial y}H\tau_{xy}\right) - \Omega q_y = 0 \\
&\frac{\partial q_y}{\partial t} + gH\frac{\partial z_0}{\partial y} + \frac{H}{\rho}\frac{\partial p_a}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\beta\frac{q_y}{H} + \frac{gH^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\beta\frac{q_x q_y}{H}\right) + \\
&\frac{1}{\rho}\left(\tau_{by} - \tau_{sy} - \frac{\partial}{\partial y}H\tau_{yy} - \frac{\partial}{\partial x}H\tau_{yx}\right) - \Omega q_x = 0
\end{aligned} \tag{3}$$

gdzie:

g – przyspieszenie ziemskie,
ρ – gęstość wody,
p_a – ciśnienie atmosferyczne na powierzchni zwierciadła,
β – pędowy współczynnik St. Venanta,
τ_{bx}, τ_{by} – naprężenia związane z oddziaływaniem dna w odpowiednich kierunkach,
τ_{sx}, τ_{sy} – naprężenia na zwierciadle w odpowiednich kierunkach (zazwyczaj wywoływane przez wiatr),
τ_{xx}, τ_{xy}, τ_{yx}, τ_{yy} – składowe płaskiego tensora lepkości turbulentnej,
Ω – parametr Coriolisa odpowiedzialny za efekty wywołane ruchem wirowym Ziemi.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

W powyższym równaniu gęstość wody uznaje się za stałą w całym rozpatrywanym obszarze (ρ = const). Dodatkowo dla uproszczenia przyjąć można, że dla niewielkich akwenów (a takim jest Zbiornik Dobczycki) ciśnienie atmosferyczne działające na zwierciadło wody ma stałą wartość (p = const), efekt Coriolisa jest zaniedbywalnie mały ($\Omega = 0$), a wpływ wiatru jest również pomijalny ($\tau_{sx} = 0$, $\tau_{sy} = 0$). Dodatkowo przepływ traktowany jest jako ruch w pełni turbulentny, niewymagający wprowadzania żadnych poprawek do średniego unoszonego pędu ($\beta = 1$). Równania (3) uprościć można zatem do następującej postaci

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial q_x}{\partial t} + gH\frac{\partial z_0}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_x}{H} + \frac{gH^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_x q_y}{H}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\tau_{bx} - \frac{\partial H\tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial H\tau_{xy}}{\partial y}\right) = 0 \\
&\frac{\partial q_y}{\partial t} + gH\frac{\partial z_0}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_y}{H} + \frac{gH^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_x q_y}{H}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\tau_{by} - \frac{\partial H\tau_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial H\tau_{yx}}{\partial x}\right) = 0
\end{aligned} \tag{4}$$

Naprężenia związane z oddziaływaniem dna wyrażają się wzorami

$$\begin{aligned}
\tau_{bx} &= \frac{\rho c m q_x \sqrt{(q_x^2 + q_y^2)}}{H^2} \\
\tau_{by} &= \frac{\rho c m q_y \sqrt{(q_x^2 + q_y^2)}}{H^2} \\
c &= \frac{gn^2}{\sqrt[3]{H}}; \quad m = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial y}\right)^2}
\end{aligned} \tag{5}$$

gdzie n to współczynnik szorstkości Maninga.

Do wyznaczenia składowych tensora lepkości turbulentnej używa się następującego ogólnego wzoru

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= \rho\nu_t\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial x}\right) \\
\tau_{xy} &= \tau_{yx} = \rho\nu_t\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) \\
\tau_{yy} &= \rho\nu_t\left(\frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial y}\right)
\end{aligned} \tag{6}$$

gdzie

$$\nu_t = 1\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right] + 0{,}1\sqrt{\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right)^2} \tag{7}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Opisana powyżej metoda [4–6] nazywana jest „dwuwymiarową analizą przepływu średniowaną głębokością" lub „dwuipółwymiarową analizą przepływu". Do numerycznego rozwiązania otrzymanych równań zastosowano metodę elementów skończonych, uzupełnioną o metodę residuów ważonych [6–8] dla uzyskania lepszej zbieżności. Obliczenia przeprowadzane były na siatce składającej się z czworokątów (wszędzie, gdzie tylko było to możliwe) oraz trójkątów.

Do analizy zastosowano program FESWMS [6, 9] stanowiący część pakietu SMS 9.1 firmy EMS-i [10]. Narzędzie to zostało wybrane ze względu na wysoką stabilność, szeroki zakres możliwych do wykonania obliczeń oraz stosunkowo wygodny interfejs użytkownika. Bardzo duże znaczenie miał też fakt, że narzędzie to umożliwia również obliczanie (w oparciu o uyzskane mapy prędkości) takich zjawisk, jak transport zanieczyszczeń czy osadów.

4. Konstruowanie siatki obliczeniowej

Niezwykle skomplikowany zestaw parametrów opisujących Zbiornik Dobczycki, a w szczególności bardzo rozwinięta linia brzegowa, złożona batymetria i – przede wszystkim – znaczny zakres wahań poziomu zwierciadła wody (a co za tym idzie, rozmiarów zbiornika) czynią skonstruowanie prawidłowej sieci elementów skończonych niezwykle trudnym. W zasadzie nie da się stworzyć takiej siatki, dla której możliwe byłoby policzenie map prędkości dla dowolnej rzędnej zwierciadła wody i dowolnej (prawidłowej dla danego położenia zwierciadła) wielkości całkowitego przepływu. Sam program ma, co prawda, opcję automatycznego obliczania, czy dany element skończony jest przy danym poziomie zwierciadła zalany wodą, czy suchy, ale zastosowane algorytmy zawodzą przy dużych nachyleniach brzegów i dna, a takie miejsca w rozważanym obszarze występują bardzo często.

Możliwym rozwiązaniem wydaje się tu być zmniejszenie elementów w takich właśnie regionach, tak aby różnice rzędnych dna węzłów obliczeniowych należących do jednego elementu stały się niewielkie. Niestety, oznaczałoby to konieczność zmniejszenia oczek siatki w niektórych rejonach nawet do dziesiątych części metra kwadratowego. Pomijając jednak nawet techniczne ograniczenia programu (siatka nie może mieć więcej niż 10 000 elementów) oraz znaczne wydłużenie czasu obliczeń wraz ze wzrostem liczby węzłów, należy wziąć pod uwagę, że tak gęste siatki obliczeniowe generują zazwyczaj znaczne błędy numeryczne.

Innym rozwiązaniem jest stworzenie zbioru siatek przeznaczonych do obliczeń dla różnych poziomów zwierciadła wody w zbiorniku. Przedział wartości rzędnej zwierciadła, którego dotyczyłaby taka siatka, może wynosić np. 1 metr; oczywiście, dopiero testy obliczeniowe mogą wykazać, jak szeroki w istocie jest taki przedział. Jednak nawet konstrukcja siatki przeznaczonej do obliczeń przepływu w wąskim zakresie zmienności rzędnej dna nie jest wolna od trudności. Poniżej wymienione zostaną czynniki, które przy konstruowaniu należy wziąć pod uwagę:

1. Obszar zbiornika nie może być uznany za obszar jednorodny. Należy wyróżnić w nim kilka stref, z których każda wymaga właściwego potraktowania:
   – strefa ujścia Raby – trudności mogą powstać przy wysokich przepływach, gdy wielkie masy wody przemieszczają się z dużą prędkością stosunkowo cienką warstwą. Nieod-

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

powiednie rozplanowanie położenia węzłów obliczeniowych w tym regionie skutkuje rozbieżnością albo niestabilnością rozwiązań, albo powstawaniem cyfrowych artefaktów (np. węzłów, w których woda porusza się z niefizycznie dużymi prędkościami, przy czym obok płynie powoli albo wręcz się cofa),
- strefa w pobliżu zapory – położenie węzłów obliczeniowych musi być dopasowane do *z* położenia upustów i klap zapory oraz wlotu tunelu elektrowni,
- długa dolina na północy – liczne dopływy sprzyjają powstawaniu niestabilności obliczeniowych; siatkę należy zagęścić,
- płycizna na południowym wschodzie zbiornika – tu również występują dopływy, zaś nieodpowiednie dobranie położenia węzłów powoduje powstanie artefaktów cyfrowych na granicy płytkiej i głębokiej strefy,
- strefy przybrzeżne – w wielu miejscach konieczne jest zmniejszenie elementów siatki ze względu na duże nachylenie dna. Niezbędne jest też dopasowanie położenia węzłów obliczeniowych do położenia potoków zasilających zbiornik,
- dwa główne zakręty doliny, którą wypełnia jezioro – zachodzące tam duże zmiany pędu całego strumienia (zakręca w obu przypadkach o ok. 90°) wymagają ostrożnego podejścia,
- centralne strefy o dużej głębokości – tu elementy mogą być stosunkowo duże, niebezpieczeństwo błędów w obliczeniach jest niewielkie.

2. Węzły obliczeniowe wygenerowanej siatki w przeważającej większości nie pokrywają się z punktami pomiarowymi, dla których znana jest dokładna współrzędna *z*. Dlatego też wartości rzędnej dna w węzłach siatki muszą być interpolowane na podstawie rzędnych znajdujących się najbliżej punktów pomiarowych. Program SMS ma zaimplementowanych kilka takich metod, dających jednak w praktyce mocno różniące się od siebie wyniki. Dlatego też w obszarach o złożonej rzeźbie dna warto zwrócić uwagę, by węzły siatki wypadały w sąsiedztwie któregoś z punktów pomiarowych – wtedy metody interpolacyjne dają wiarygodne wyniki.
3. W związku z wymienionymi powyżej czynnikami standardowe metody automatycznej generacji i optymalizacji siatki, w które wyposażony jest pakiet SMS, nie sprawdzają się. Są one przeznaczone raczej dla jezior i rzek nizinnych, a zastosowane do zbiornika górskiego prowadzą zazwyczaj do rozbieżności. Dlatego też przeważająca część elementów skończonych musi być projektowana ręcznie i generowana półautomatycznie. Optymalizacja działa dobrze tylko dla centralnych, głębokich rejonów zbiornika. Siatki cząstkowe stworzone dla wymienionych w poprzednim punkcie części akwenu muszą być dobrze do siebie dopasowane, aby nie powodować trudności obliczeniowych w miejscu ich styku. Poniżej wymieniono kilka najistotniejszych cech, które siatka musi spełniać:
   - kąty wewnętrzne wszystkich elementów muszą zawierać się w przedziale od 25° do 135°,
   - w żadnym punkcie nie może stykać się więcej niż 8 elementów, a niewskazane jest, by stykało się więcej niż 6,
   - pole żadnego elementu nie może być mniejsze niż połowa pola dowolnego sąsiedniego elementu,
   - nachylenie względne żadnego elementu w stosunku do nachylenia elementu sąsiedniego nie może zmienić się o więcej niż 10%.

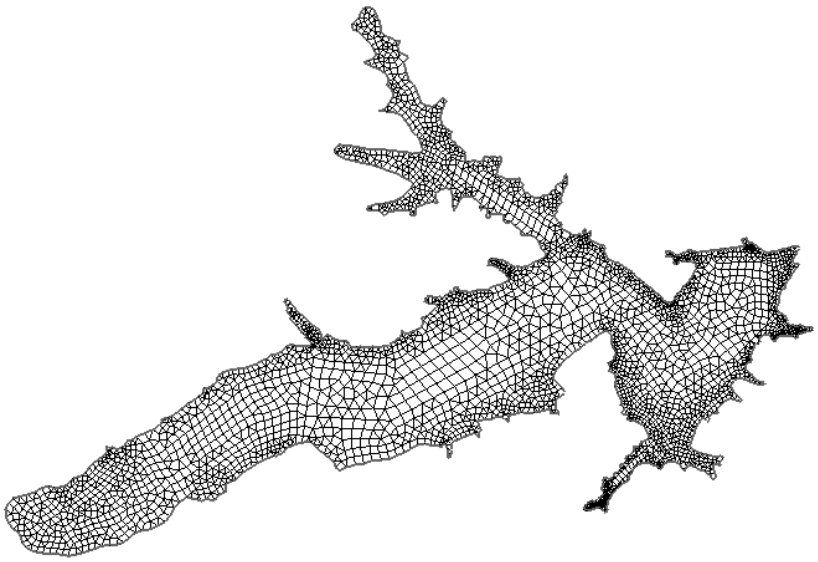
Należy dodać, że powyższe warunki są warunkami koniecznymi, ale niewystarczającymi do uzyskania poprawności prowadzonych na siatce obliczeń. Dodatkowo praktyka

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

pokazuje, że im więcej dana siatka ma poprawnych elementów czworokątnych w stosunku do trójkątnych, tym większa jest szansa na osiągnięcie prawidłowych wyników obliczeń.

1. Każda siatka powinna dawać spójne wyniki w całym zakresie przepływów możliwych dla danej rzędnej zwierciadła. Niewielkim zmianom wartości Q powinny odpowiadać niewielkie zmiany na mapie prędkości. Gwałtowne zmiany wyników świadczą o osiągnięciu rozwiązania chaotycznego, które choć fizycznie jest możliwe, nie powinno być przyjęte bez dodatkowej weryfikacji inną metodą (np. za pomocą modelowania fizycznego lub choćby obliczenia na niezależnie stworzonej innej siatce dla danej rzędnej).
2. Siatki utworzone dla bliskich sobie wartości rzędnych zwierciadła wody powinny dawać w rezultacie identyczne (lub przynajmniej bardzo podobne) wyniki dla wartości znajdującej się pomiędzy nimi – w strefie pokrywania się ich możliwości obliczeniowych. Jeśli wyniki znacznie się różnią, stanowi to przesłankę, że co najmniej jedna z siatek daje niepoprawny wynik.

Poniżej przedstawiono siatkę stworzoną dla najwyższych stanów wody w zbiorniku (rzędna zwierciadła powyżej 256 m n.p.m.). Spełnia ona wszystkie opisane wyżej warunki (porównanie spójności rozwiązań przeprowadzone zostało z siatką wygenerowaną dla przedziału 255–256 m n.p.m.), a składa się z 4461 elementów – z czego 2187 czworokątnych i 2274 trójkątnych – oraz z 14 389 węzłów. Warto tu zauważyć, że tylko dla tej siatki mają sens obliczenia największych dopuszczalnych przepływów w zbiorniku – przy niższych poziomach wody takie przepływy są niefizyczne.



Ryc. 2. Siatka obliczeniowa dla rzędnej zwierciadła powyżej 256 m n.p.m.

Fig. 2. Computational mesh for the water level of 256 m above the sea level and above

Skonstruowawszy siatkę elementów skończonych, można przystąpić do zadania warunków brzegowych, a mianowicie:

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

– wysokości zwierciadła wody w m n.p.m. (zadawany jest on w tym przypadku w miejscu, gdzie w zaporze znajdują się zamknięcia segmentowe),
– wydatku wszystkich dopływów do zbiornika (oprócz Raby uwzględnionych zostało jeszcze 8 dopływów),
– wydatku wszystkich lokalnych odpływów ze zbiornika (ujęcie wodociągowe, ujęcie elektrowni, spusty w zaporze). W przypadku, gdy suma wydatków wszystkich tak zadeklarowanych odpływów jest mniejsza od sumy wydatków wszystkich dopływów, program przyjmuje, że nadmiar opuszcza zbiornik przez linię warunku wysokości zwierciadła – czyli, w tym wypadku, przez zamknięcia segmentowe.

Należy też zadać warunek początkowy obliczeń – startowy poziom zwierciadła wody w zbiorniku. Praktyka pokazuje, że korzystnie jest podać poziom nieco wyższy (o kilkanaście do kilkudziesięciu centymetrów) niż poziom docelowy. Warunek ten ma znaczenie czysto numeryczne i nie wpływa na końcowy wynik (choć wpływa na szybkość obliczeń, a gdy jest źle zadany, prowadzi do rozbieżności).

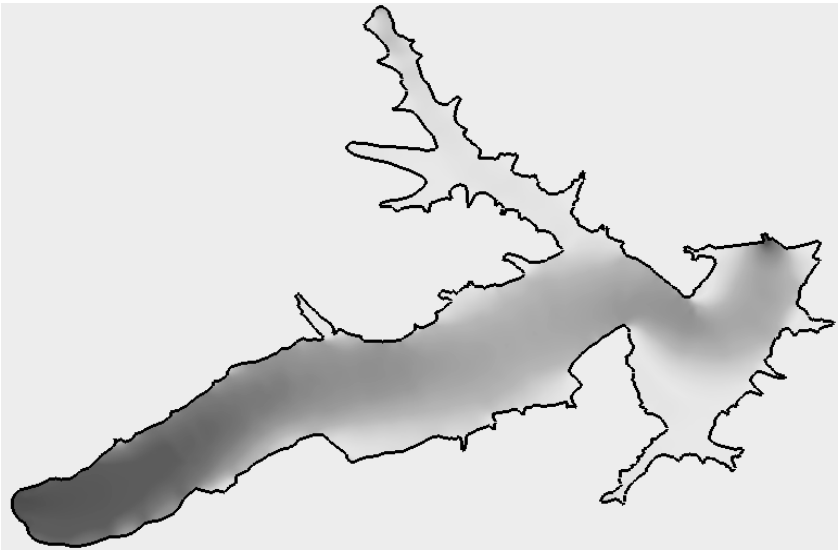
5. Wstępne wyniki

Zastosowanie opisanej powyżej metodologii do obliczenia rozkładu prędkości w Zbiorniku Dobczyckim przyniosło, jak dotąd garść obiecujących wyników. Zamodelowane zostały przepływy w pełnym zakresie dopuszczalnych wartości całkowitego wydatku dla kilku wartości rzędnych zwierciadła, głównie dla wyższych stanów wody w zbiorniku. Pełne wyniki zawierające zestawy map prędkości wraz z ich analizą ukazywać się będą sukcesywnie w kolejnych publikacjach, zaś w niniejszym artykule przedstawiony zostanie w charakterze przykładu jeden wybrany rezultat otrzymany dla rzędnej zwierciadła wynoszącej 272,6 m n.p.m. (poziom maksymalny) i dla przepływu całkowitego 1560 m^3/s (przepływ miarodajny).

Na rycinie 3 pokazano mapę prędkości obliczoną dla podanych wyżej warunków. Dla lepszej wizualizacji jednostki zostały arbitralnie dobrane, a skala na osi prędkości jest logarytmiczna – zaczernienie danego obszaru jest wprost proporcjonalne do logarytmu z prędkości wody w tym obszarze. Obliczona prędkość maksymalna (przy ujściu Raby) wynosi ok. 2,6 m/s, jednak w samym zbiorniku jest znacznie niższa, pozostając w przedziale 0–0,6 m/s.

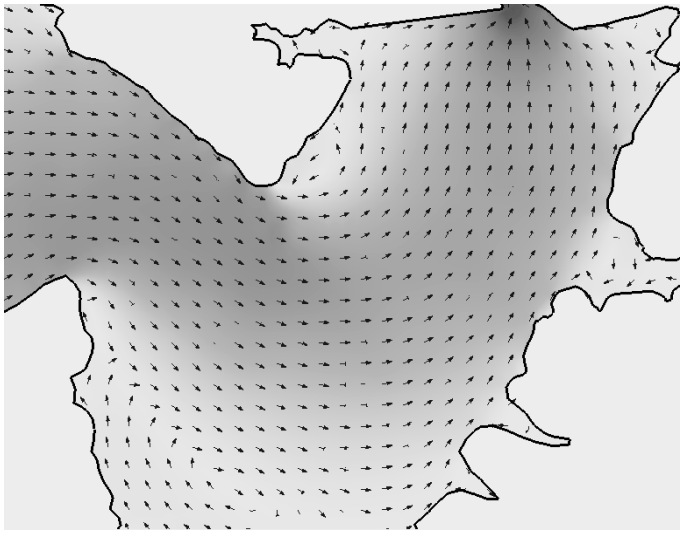
Otrzymany rezultat zgadza się z intuicją, pokrywa się także z wynikami prostych jakościowych rozważań kinematycznych. Jest on także podobny do wyniku otrzymanego dla tej samej rzędnej zwierciadła, lecz innych przepływów: nieco mniejszego (1450 m^3/s) i nieco większego (1700 m^3/s), a także do (liczonego z użyciem „sąsiedniej" siatki) rezultatu dla przepływu miarodajnego przy poziomie zwierciadła 271,8 m n.p.m. Otrzymane podobieństwo pozwala uznać uzyskane rozwiązanie za stabilne. Oczywiście, ostateczną weryfikację powinno stanowić porównanie modelowych map z wynikami pomiarów prędkości przeprowadzonych w rzeczywistym akwenie. Obecnie jednak autor nie ma takich danych, choć będą one konieczne na późniejszym etapie prac do ostatecznej kalibracji modelu.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Ryc. 3. Mapa prędkości wody w Zbiorniku Dobczyckim dla maksymalnego poziomu wody i przepływu miarodajnego. Arbitralne jednostki. Na osi *z* jest skala logarytmiczna

Fig. 3. Velocity map for 1560 m^3/s flow at maximal water level. Arbitrary units, logarithmic scale on the *z* axis



Ryc. 4. Zbliżenie dolnej części zbiornika widocznej na ryc. 3. Strzałki pokazują kierunek przepływu. Pojawiają się obszary wirowe

Fig. 4. Close-up of the dam region of the map shown on Fig. 3. Arrows show the flow direction. A few whirl areas are visible

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Na rycinie 4 pokazano w zbliżeniu dolną część zbiornika. Informacja prezentowana na ryc. 3 uzupełniona jest tutaj o siatkę strzałek pokazujących kierunek i zwrot przepływu w odpowiednich punktach zbiornika. Łatwo dostrzec wiry tworzące się w pobliżu miejsc, w których główny nurt wody ostro zakręca. Jest to także zjawisko, którego można oczekiwać na podstawie prostej, jakościowej analizy, a także takie, które stosunkowo łatwo można zweryfikować doświadczalnie. Największy wir tworzy się w płytkiej południowowschodniej części akwenu, nieco mniejszy na południowy zachód od zapory.

Porównując ryciny 4 i 2, łatwo dostrzec, że ów drugi wir położony jest w bezpośrednim sąsiedztwie punktu poboru wody dla wodociągów. Jest on dostrzegalny na mapach prędkości dla różnych poziomów zwierciadła wody i różnych przepływów całkowitych (głównie dla dużych wartości przepływu, przy mniejszych pęd głównego nurtu wydaje się zbyt mały na to, by wytworzyć duże wiry po bokach). Jeśli taki wir pojawia się także w naturze, może to mieć duże znaczenie praktyczne – oznacza bowiem, że zanieczyszczenia, które dostaną się do wody nawet poniżej jej ujęcia, mogą wpłynąć na jakość pobieranej przez nie wody.

6. Wnioski i perspektywy

Opisana w rozdziale 3 metoda 2,5-wymiarowej analizy prędkości, zrealizowana za pomocą metody elementów skończonych, a zastosowana do modelowania przepływu wody w Zbiorniku Dobczyckim wykazała swoją przydatność dla rozpatrywanego zagadnienia. Obliczenia prowadzone są na zbiorze siatek, z których każda przeznaczona jest do generowania dwuwymiarowych map prędkości dla wąskiego zakresu rzędnej zwierciadła wody w zbiorniku i pełnego zakresu możliwych wartości przepływu wody dla danego poziomu zwierciadła. Tak długo jak siatki obliczeniowe konstruowane są starannie, z uwzględnieniem specyfiki terenu, a także odpowiednio testowane (rozdział 4), otrzymywane rozwiązania są stabilne i wiarygodne. Wyniki mogą stanowić podstawę dalszych analiz i są weryfikowalne eksperymentalnie. Obserwacja rzeczywistych zjawisk i porównanie ich z wynikami modelowymi prowadzić mogą do dalszego rozwoju omawianego narzędzia modelowego.

Pośród wielu możliwości wykorzystania generowanych przez model map prędkości wymienić należy m.in.:

- przewidywanie transportu rumowiska oraz możliwych miejsc erozji brzegów przy wysokich wartościach przepływu (stany powodziowe),
- modelowanie transportu osadów i zanieczyszczeń w zbiorniku zarówno podczas niskich, średnich, jak i wysokich wartości stanów wody i przepływów całkowitych. Prognozy takie mogą mieć istotne znaczenie dla właściwej ochrony przed zanieczyszczeniami obszarów szczególnie wrażliwych, takich jak rejon ujęcia wody pitnej dla Krakowa czy też obszarów rekreacyjnych. Mapy prędkości wody mogą pomóc w wyznaczeniu miejsc ustanowienia nowych stref ochronnych koniecznych dla tych obszarów, a także zidentyfikować umiejscowienie punktów, w których mógłby być prowadzony monitoring czystości wody, tak by był on reprezentatywny dla całego zbiornika.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Literatura

[1] ODGW Kraków, *Zbiornik wodny Dobczyce*, broszura informacyjna, Kraków (brak daty).
[2] Nachlik E. i in., *Studium możliwości zmiany funkcji Zbiornika Dobczyckiego i jego zlewni z uwzględnieniem ochrony czystości wody w zbiorniku*, Kraków 2006, 2-4.
[3] Mazoń S. i in., *Badanie przebiegu procesu abrazji i stanu zalądowania Zbiornika Dobczyce oraz ocena stanu technicznego czaszy zbiornika*, Kraków 1998.
[4] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The Finite Element Method – The Basis*, Oxford 2002, 219-223 i 237-239.
[5] Abbot M.B., Minns A.W., *Computational Hydraulics*, 2 ed., Burlington 1998.
[6] Froechlich D.C., *Two-dimensional Depth-averaged Flow and Sediment Transport Model*, Lexington–McLean 2003.
[7] Bathe K.-J., *Finite Element Procedures*, Engelwood Clffs 1996, 116-123.
[8] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The Finite Element Method – Fluid Dynamics*, Oxford 2002, 42-60.
[9] http://www.ems-i.com/SMS/models/feswms.html.
[10] *EMS-i*, http://www.ems-i.com.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ