

Zakład Automatyki Napędów i Energoelektroniki
Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii
Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej

Arkadiusz Duda

Rozprawa doktorska

Diagnozowanie silników indukcyjnych klatkowych przy wykorzystaniu wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego

Promotor pracy

dr hab. inż. Piotr Drozdowski, prof. PK

Promotor pomocniczy

dr inż. Maciej Sułowicz

Politechnika Krakowska

im. Tadeusza Kościuszki

Kraków 2018

Składam serdeczne podziękowania mojemu promotorowi dr hab. inż. Piotrowi Drozdowskiemu, prof. PK za wszechstronną pomoc udzielaną mi podczas powstania tej pracy, a także za życzliwość i miłą atmosferę. Dziękuję również promotorowi pomocniczemu, dr inż. Maciejowi Sułowiczowi za wielokrotnie okazywaną pomoc i konsultację naukową.

Arkadiusz Duda

Spis treści

1	Wstęp.....	5
1.1	Celowość badań i teza pracy	5
1.2	Metody diagnozowania uszkodzeń maszyn indukcyjnych	6
1.3	Metodyka i program badań	9
2	Podstawy matematyczne interpretacji sygnałów diagnostycznych	12
2.1	Analiza przepływu magnetycznego maszyny indukcyjnej i prąd magnesujący	13
2.2	Funkcja permeancji szczeliny powietrznej maszyny indukcyjnej	19
2.3	Funkcja permeancji dla rozpatrywanych przypadków ekscentryczności	28
2.4	Indukcyjności uzwojeń	34
2.5	Model matematyczny silnika	36
2.6	Korzyści transformacji do składowych symetrycznych	41
2.7	Składowa zerowa napięcia stojana.....	49
2.8	Analiza spektralna składowej zerowej napięcia stojana w stanie ustalonym	55
2.9	Charakterystyczne częstotliwości w wyrażeniu na składową zerową napięcia wskazujące na uszkodzenia.....	60
2.10	Sposób skojarzenia uzwojeń stojana i jego następstwa	68
2.11	Badania symulacyjne obwodowego modelu silnika	71
3	Badania polowo-obwodowe uszkodzeń silników indukcyjnych	79
3.1	Model silnika indukcyjnego klatkowego w środowisku komputerowym Maxwell-Ansys.....	80
3.2	Badania porównawcze uszkodzeń silnika z liniowym i nieliniowym obwodem magnetycznym	85
3.2.1	Wyniki analizy widmowej składowej zerowej napięcia silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę	88

3.2.2	Wyniki analizy widmowej składowej zerowej prądu silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym.....	94
3.2.3	Wyniki analizy widmowej składowej zerowej prądu silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt.....	98
3.3	Wnioski z przeprowadzonych badań polowych	102
3.4	Nierozróżnialność spektralna niektórych uszkodzeń.....	103
4	Badania laboratoryjne.....	110
4.1	Pomiar napięcia neutralnego silnika indukcyjnego z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę.....	112
4.2	Pomiar prądu neutralnego silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym	116
4.3	Pomiar składowej zerowej prądu silnika połączonego w trójkąt.....	120
4.4	Wnioski z przeprowadzonych pomiarów i ich analiz	124
4.5	Porównanie widma napięcia neutralnego z widmem prądu fazowego stojana.....	127
5	Podsumowanie.....	132
	Spis literatury	136
	Spis tabel.....	142
	Spis rysunków	143

1 Wstęp

1.1 Celowość badań i teza pracy

Uszkodzenia elektryczne i mechaniczne silników indukcyjnych powodują odkształcenie pola magnetycznego w szczelinie pomiędzy stojanem i wirnikiem w stosunku do obrazu przy pracy normalnej. Jeśli uszkodzenia nie powodują wyłączenia silnika, to powinny być diagnozowane, aby podjąć decyzję co do dalszej eksploatacji niepowodującej postępującej degradacji struktury maszyny.

Mierzalnymi sygnałami zewnętrznymi zależnymi od pola magnetycznego w szczelinie są napięcie i prąd stojana kolejności zerowej po rozkładzie napięć i prądów fazowych w składowe symetryczne. Przebiegi składowej zerowej napięcia oraz składowej zerowej prądu stojana zależą w dużym stopniu od nasycenia obwodu magnetycznego maszyny. Przy połączeniu uzwojenia stojana w gwiazdę rozpatrywany może być przebieg składowej zerowej napięcia, a przy połączeniu w gwiazdę z przewodem neutralnym lub w trójkąt, przebieg składowej zerowej prądu. Dokonując wstępnych badań tych sygnałów, w warunkach niesymetrii elektrycznej wirnika, zaobserwowano znaczącą zmianę ich przebiegów objawiającą się zmianą spektrum w postaci dodatkowych prążków w stosunku do pracy maszyny symetrycznej i nieuszkodzonej [13]. Zachęciło to do dalszych badań maszyn indukcyjnych pracujących w innych warunkach niesymetrii, np. przy ekscentrycznym położeniu wirnika wywołującym niesymetrię magnetyczną.

Głównym celem badań było rozpoznanie na ile skutecznie diagnostycznie mogą być odkształcenia w przebiegach wspomnianych składowych zerowych napięcia i prądu, w stosunku do dotychczas wykorzystywanych sygnałów, którym głównie było spektrum prądu stojana, a także w jakim stopniu dodatkowe sygnały powiększają informacyjną bazę diagnostyczną dla silników indukcyjnych. Postawiono zatem następującą tezę: *wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego klatkowego objawia się, podczas jego pracy, generowaniem częstotliwości charakteryzujących spektra takich wielkości pomiarowych, jak składowe symetryczne*

kolejności zerowej napięcia i prądu stojana, które można wykorzystać do diagnozowania uszkodzeń tych silników.

1.2 Metody diagnozowania uszkodzeń maszyn indukcyjnych

Najczęściej używanym silnikiem w układach napędowych w wielu gałęziach przemysłu jest trójfazowy indukcyjny silnik klatkowy. Swoją popularność zawdzięcza wyższej wydajności, dużej bezawaryjności, dobrymi właściwościami ruchowymi przy zasilaniu falownikowym i stosunkowo niskimi kosztami produkcji w porównaniu do silników prądu stałego czy silników synchronicznych. Obecnie podczas procesu projektowania maszyny, stosuje się zaawansowane programy komputerowe, bazujące na Metodzie Elementów Skończonych (ang. *FEM - Finite Element Method*) w celach ulepszenia parametrów ruchowych maszyny, między innymi:

- zwiększenia sprawności,
- zmniejszenia poziomu emitowanego hałasu,
- zwiększenia odporności na przegrzania spowodowane prądami rozruchowymi,
- zwiększenia odporności na czynniki zewnętrzne.

Często jednak polepszenie jednych parametrów silnika odbywa się kosztem pozostałych. Przeciętny okres eksploatacji silników indukcyjnych klatkowych o mocy powyżej 250 kW wynosi około 20 lat. W tym czasie silnik może być wielokrotnie remontowany pod warunkiem, że odpowiednio wcześniej zostanie wykryty defekt, który może doprowadzić do nienaprawialnych uszkodzeń. Wówczas koszt remontu przewyższy koszt zakupu nowego silnika. Statystycznie silniki elektryczne zużywają się w szybszym tempie od napędzanych przez nie maszyn roboczych. Uszkodzenia silników powstają w wyniku długoletniej eksploatacji: zużycia materiałów (łożysk, które trzeba wymieniać po kilkudziesięciu tysiącach godzin pracy), osłabienia izolacji uzwojeń, uszkodzenia prętów i segmentów pierścieni, ale także z niedopasowania silnika do napędu, czy przegrzania wskutek niewłaściwej eksploatacji [17], [18]. Straty spowodowane uszkodzeniem silnika to nie tylko koszty remontu czy zakup nowej jednostki, ale także straty spowodowane przestojem w ruchu napędu, które często przewyższają wcześniej wymienione koszty. Szczególną uwagę należy zwrócić na

tw. „napędy krytyczne”, od których zależą procesy produkcyjne lub bezpieczeństwo ludzi. Wymienić tu można układy chłodzenia w elektrowniach konwencjonalnych i jądrowych, wentylatory spalin, tłocznie wyrobów ropopochodnych itp. W celu zabezpieczenia silników przed awarią stosuje się różne metody monitoringu i diagnostyki. Odpowiednio wczesne wykrycie i zdiagnozowanie uszkodzenia może uchronić przed konsekwencjami wynikającymi z awarii. Metody diagnozowania uszkodzeń maszyn elektrycznych dzielą się na inwazyjne i bezinwazyjne. Inwazyjne metody opierają się głównie na przeglądzie maszyny wyłączonej z ruchu i wynikają z harmonogramu prac serwisowych zaleconych przez producenta lub dokumentacji techniczno-ruchowej. Główne czynności wykonywane to sprawdzenie stanu izolacji uzwojeń, przegląd łożysk i układu smarowania, pomiar rezystancji uzwojeń, testy obciążeniowe na stacji prób, badania termowizyjne, oględziny pakietów blach, przegląd i czyszczenie układu wentylacyjnego [18], [19], [32], [55]. Metody te wiążą się z wyłączeniem maszyny z ruchu, a nawet demontażem. Znacznie częściej stosuje się tzw. diagnozowanie „on-line”. Wykonuje się je podczas pracy maszyny bez konieczności postoju napędu. Metody bezinwazyjnego diagnozowania są cały czas rozwijane od lat 80-tych do tej pory. Rozwój techniki w zakresie sprzętu pomiarowego i systemów przetwarzania sygnałów pozwolił na rozpowszechnienie i udoskonalenie tego typu diagnostyki [55].

Uszkodzony silnik emituje podczas swojej pracy sygnały, które w normalnych warunkach nie występują. Diagnostyka bezinwazyjna jest oparta o pomiar i analizę sygnałów, które można zmierzyć podczas pracy maszyny bez ingerencji w napęd czy obwód mocy. Wyróżnia się tu pomiar wielkości takie jak prąd, napięcie, drgania, hałas czy aura magnetyczna. Niezależnie od rodzaju mierzonego sygnału zasada diagnozowania jest taka sama: zawsze należy zidentyfikować jego charakterystyczne cechy wskazujące na defekt badanej maszyny.

Najpowszechniejszą metodą diagnozowania uszkodzeń silników jest metoda oznaczona MCSA (ang. *Motor Current Signature Analysis*), która bazuje na analizie częstotliwościowej widma prądu stojana [57], [67], [68], [72]. Wykorzystuje się w niej widmo prądu fazowego uzyskane metodą FFT (ang. *Fast Fourier Transform*) lub widma prądów składowych symetrycznych, co wymaga dokładnego pomiaru trzech prądów fazowych (dwóch przy połączeniu uzwojenia stojana w gwiazdę) [42]. Oprócz metod częstotliwościowych występują również metody czasowo-częstotliwościowe

[49], [53], gdzie zastosowano filtry i analizy falkowe jako narzędzia do wyszukiwania symptomów wskazujących na defekt maszyny. W eksploatacji napędów elektrycznych dominują również metody związane z pomiarem wielkości nieelektrycznych takich jak wibracje, temperatura lub hałas [47], [48], [52], [55]. Wibracje generowane przez uszkodzone łożyska i gniazda łożyskowe są przenoszone przez fundament i mają negatywny wpływ nie tylko na maszynę która je wytwarza, ale także na całe otoczenie. Podobnie jak w metodzie *MCSA*, tutaj także wykorzystuje się analizę *FFT* w celu wyszukania harmonicznym o częstotliwościach charakterystycznych związanych z częstotliwością obrotową wirnika.

Jedną z skutecznych metod diagnozowania stanu maszyn indukcyjnych klatkowych jest metoda pomiaru i analizy strumienia unipolarnego. Metodę tą można użyć do wykrywania zwarć zwojowych, ekscentryczności wirnika i oceny stanu klatki [37], [54], [71]. Pomiar sygnału pochodnej strumienia poosiowego wykonuje się poprzez rejestracje napięcia indukowanego w cewce pomiarowej. Podczas pomiaru cewka jest usytuowana centrycznie do osi silnika w odległości kilkunastu centymetrów od obudowy silnika, od strony przeciwnej do wału napędowego. Jeżeli nie ma możliwości zainstalowania cewki w osi silnika, można ją również przyłożyć w dowolne miejsce blisko korpusu maszyny i wykonać pomiar strumienia magnetycznego. Opisane sposoby pomiaru są całkowicie bezinwazyjne, ponieważ nie wymagają ingerencji w obwody zasilania lub obwody wtórne przekładników prądowych. Dzięki temu upraszcza to procedury dopuszczenia do wykonania pomiaru w zakładach przemysłowych, wynikające z zasad bezpieczeństwa i przepisów BHP. Widmo otrzymane z takiego pomiaru przypomina widmo prądu fazowego stojana [51].

Wykorzystanie składowej zerowej napięcia w wykrywaniu niesymetrii uzwojeń wirnika silnika pierścieniowego zostało zaprezentowane przez autora w publikacjach [12], [13]. W artykułach przedstawiono wpływ uszkodzenia uzwojeń wirnika silnika indukcyjnego pierścieniowego na napięcie kolejności zerowej i jego widmo. Sygnały odpowiadające uszkodzeniu wynikają ze szczegółowej analizy wzoru opisującego składową zerową napięcia, która jest indukowana w uzwojeniach stojana z powodu nasycenia rdzenia magnetycznego i dyskretnego przemieszczenia uzwojeń. Na jego przebieg wpływa działanie zarówno stojana, jak i wirnika.

W publikacjach [36], [75] dokonano analizy metod wykrywania pękniętych prętów wirnika i wpływu niesymetrii zasilania silników klatkowych z uzwojeniami

stojana skojarzonymi w gwiazdę przy wykorzystaniu napięcia neutralnego jako sygnału zawierającego informacje o stanie maszyny. W [36] rozpatrzono dodatkowo przypadki zasilania silnika w układzie otwartym sterowania i zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego. Ponadto udowodniono, że kontrola prędkości w układzie zamkniętym sterowania ma niewielki wpływ na wyniki diagnozy.

Sposób diagnozowania stanu silnika klatkowego w oparciu o składową zerową prądu, przy skojarzeniu stojana w trójkąt, został przedstawiony w artykułach [21], [22], [23]. Badania przeprowadzono za pomocą obliczeń analitycznych i z użyciem symulacji metodą elementów skończonych. Przedstawione wyniki pokazały, że uszkodzenia klatki wirnika jak i mimośrodowość wirnika generują dodatkowe sygnały diagnostyczne. W omawianych publikacjach nie pokazano jednak mechanizmu powstawania harmoniczných uważanych jako symptomy danego defektu maszyny. Wyróżnione harmoniczne rozpoznano na podstawie ogólnych wzorów używanych w metodzie MCSA.

Modele matematyczne silników indukcyjnych klatkowych sformułowane dla stanów ustalonych, uwzględniające wpływ nasycenia magnetowodu na widmo prądu stojana zostały zaprezentowane w publikacjach: [43], [45], [60], [66]. Widma prądów stojana wyznaczono numerycznie metodą bilansu harmoniczných. Nasycenie uwzględniono za pomocą funkcji permeancji, co umożliwiło określenie indukcyjności matematycznego modelu obwodowego silnika indukcyjnego. Na przykład w pracy [64] dokonano analizy wpływu nasycenia obwodu magnetycznego na diagnozowanie ekscentrycznego położenia wirnika poprzez analizę spektralną prądów stojana.

1.3 Metodyka i program badań

Metodykę badań podzielono na trzy etapy, wymienione poniżej, dla których określono programy badań.

1. Określenie widma składowych symetrycznych kolejności zero napięcia i prądu stojana z wyróżnieniem częstotliwości charakteryzujących poszczególne uszkodzenia. Wzory matematyczne opisujące te częstotliwości wyprowadzono z uproszczonego modelu matematycznego silnika z nieliniowym magnetowodem, sformułowanego w postaci obwodowej. Przedstawione

w rozdziale 2 wzory mają charakter uniwersalny, uzależniony od parametrów konstrukcyjnych silnika. Obwodowy model matematyczny jest złożeniem elementów takich, jak rezystancje indukcyjności, sprzężenia magnetyczne oraz nieliniowe źródła napięcia. Model ten sformułowano we współrzędnych maszynowych i poddano przekształceniu do postaci wektorowej w składowych symetrycznych. Na podstawie modelu wyprowadzono wyrażenie dla składowej zerowej napięcia, które poddane analizie w stanie ustalonym pozwoliło wyłonić charakterystyczne częstotliwości spektrum dla symetrii i niesymetrii. Częstotliwości te stanowią podstawę dla poszukiwania takich samych w spektrach przebiegów zmierzonych i obliczonych metodami polowo-obwodowymi, czyli interpretację pomiarów i wyników symulacji polowo-obwodowej pod kątem diagnostycznym. Dodatkowo pierwszy etap badań uzupełniono o analizę wyników z symulacji modelu obwodowego.

2. Symulacja komputerowa, za pomocą modelowania polowo-obwodowego, pracy silnika indukcyjnego w warunkach symetrii i niesymetrii spowodowanej uszkodzeniami. Wyniki obliczeń potraktowano jako wzorcowe, oddające ściśle poszczególne przypadki uszkodzeń. Wynika to z faktu, że za pomocą metody elementów skończonych oraz związanego z nią modelu obwodu elektrycznego można jednoznacznie modelować poszczególne uszkodzenia bez interakcji innych czynników. Ponadto za pomocą tego sposobu modelowania można dokładniej oddać zjawiska zachodzące w maszynie niż poprzez modelowanie obwodowe. Wyznaczając spektrum uzyskanych przebiegów składowych zerowych wyróżniono częstotliwości charakteryzujące uszkodzenia, które zostały określone uprzednio na podstawie obwodowego modelu matematycznego. Wyniki przedstawiono w rozdz. 3.
3. Pomiary silników nieuszkodzonych i uszkodzonych na obiektach laboratoryjnych, które zostały zaprojektowane i wykonane najlepiej jak to było możliwe w warunkach technicznych i finansowych, które były do dyspozycji. Wyniki pomiarów skonfrontowano z wynikami obliczeń polowo-obwodowych poprzez porównanie widm, z których wyróżniono częstotliwości charakterystyczne dla uszkodzeń.

Badania silnika indukcyjnego klatkowego przeprowadzono dla dwóch kategorii niesymetrii wewnętrznej maszyny:

- niesymetrii elektrycznej spowodowanej pogorszeniem połączeń w klatce wirnika wskutek pęknięć prętów lub pierścieni zwierających,
- niesymetrii magnetycznej spowodowanej ekscentrycznym ułożeniem wirnika względem stojana.

Pierwszy przypadek uzupełniono badaniami wpływu niesymetrii zewnętrznej i wewnętrznej obwodu stojana na rozpatrywane sygnały, a w drugim wyróżniono klasyfikację ekscentryczności na tzw. statyczną, dynamiczną i mieszaną. Innych przypadków nie poddano analizie. W celu pokazania tego, że nieliniowość obwodu magnetycznego generuje dodatkowe sygnały diagnostyczne, analizowane przypadki w badaniach polowo-obwodowych i obwodowych podzielono na dwie główne grupy:

- I. Obliczenia maszyny z liniowym obwodem magnetycznym.
- II. Obliczenia z obwodem nieliniowym.

W każdej grupie dokonano badania silnika z uzwojeniami połączonymi:

- A. W gwiazdę.
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym.
- C. W trójkąt.

Rozpatrzono pracę silnika:

1. Symetrycznego.
2. Z niesymetrią elektryczną obwodu klatki.
3. Z ekscentrycznością statyczną wirnika.
4. Z ekscentrycznością dynamiczną wirnika.
5. Z ekscentrycznością mieszaną wirnika.

We wszystkich analizowanych przypadkach silnik zasilono trójfazowym symetrycznym napięciem o stałej częstotliwości. Przypadki te oznaczono dalej wykorzystując powyższe oznaczenia punktów, np. II.A.5 – silnik z nieliniowym obwodem magnetycznym, połączony w gwiazdę z ekscentrycznością mieszaną wirnika.

2 Podstawy matematyczne interpretacji sygnałów diagnostycznych

Przyjęto, że mierzalnymi sygnałami generowanymi przez maszynę indukcyjną, w których występuje wyraźnie wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego, są przebiegi składowej symetrycznej kolejności zero napięcia stojana lub składowej symetrycznej kolejności zero prądu stojana, które dalej będą nazywane składowymi zerowymi. Jak wykazano w [13], sygnał składowej zerowej napięcia zawiera dodatkowe składniki, o częstotliwościach będących skutkiem niesymetrii wirnika, zinterpretowane w oparciu o obwodowy model silnika. Model obwodowy umożliwia określenie mechanizmu ich pojawiania się w taki sposób, aby wnioski dotyczyły ogółu maszyn o różnych konstrukcjach, a nie tylko konkretnego przypadku. Sformułowanie takiego modelu jest możliwe po wyznaczeniu indukcyjności własnych i wzajemnych w postaci wzorów przybliżających je za pomocą szeregu Fouriera [38]. Wzory te zawierają funkcję permeancji szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem i wirnikiem, której przebieg należy określić. Uzależniając tę funkcję nie tylko od geometrii szczeliny, ale dodatkowo od stopnia nasycenia obwodu magnetycznego i wyrażając w postaci szeregu Fouriera można przyporządkować ją do jednego z czterech przypadków nierównomierności szczeliny powietrznej rozważanego w [38]. Wyznaczenie i właściwe opisanie funkcji permeancji, z uwzględnieniem wpływu nasycenia obwodu magnetycznego, pozwala formalnie wykorzystać wyprowadzone tam wzory na indukcyjności uzwojeń maszyny poprzez ich przyporządkowanie do innych przypadków opisywanych matematycznie w ten sam sposób.

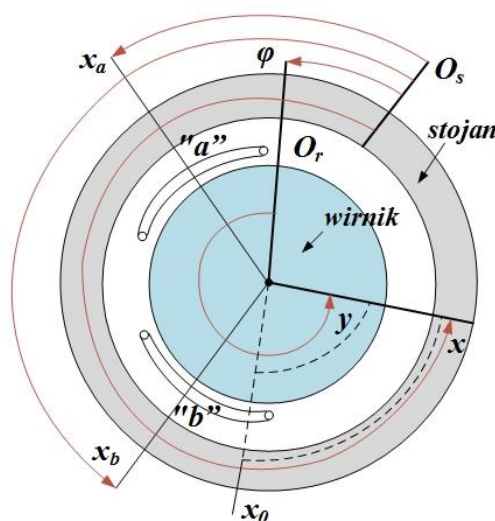
Funkcję permeancji można wyznaczyć na podstawie rozkładu pola magnetycznego w maszynie, wymuszonego wypadkową siłą magnetomotoryczną stojana *SMM* o różnych wartościach maksymalnych. Przebieg tej funkcji jest jednoznacznie związany z wymuszającą *SMM*, lecz dla typowych konstrukcji silników indukcyjnych o określonej liczbie par biegunów i uzwojeniach rozłożonych, jej

przebieg ma podobny charakter. Jednakże w innych przypadkach, np. przerw w uzwojeniach, przepływ wypadkowy zmienia charakter wpływając na przebieg funkcji permeancji. Uzależniając tę funkcję od wektora prądu magnesującego, uwzględniającego prądy stojana i wirnika, można uwidocznąć w niej wpływ symetrycznego i niesymetrycznego układu tych prądów.

Po sformułowaniu napięciowych równań różniczkowych silnika wyprowadzono wyrażenie opisujące przebieg składowej zerowej napięcia, po czym poddano go analizie spektralnej w stanie ustalonym. Umożliwiło to wyłonienie przebiegów składowych tego napięcia o częstotliwościach zależnych od rodzaju uszkodzenia maszyny, które posłużyły do interpretacji przebiegów obliczonych metodą polowo-obwodową oraz zmierzonych w warunkach laboratoryjnych.

2.1 Analiza przepływu magnetycznego maszyny indukcyjnej i prąd magnesujący

Na poniższym rysunku został zaprezentowany szkic sytuacyjny przekroju poprzecznego maszyny indukcyjnej ze współrzędnymi kątowymi: x - kąt położenia względem stojana (punkt O_s), y - kąt położenia względem wirnika (punkt O_r), φ - kąt obrotu wirnika względem stojana, x_0 - kąt zerowej indukcji w szczelinie, x_a - położenie uzwojenia „a”, x_b - położenie uzwojenia „b”.



Rys. 2.1-1 Szkic sytuacyjny przekroju poprzecznego maszyny indukcyjnej

Przepływ stojana

$$\begin{aligned}
\theta_s(x) &= \frac{N_s}{\pi} \sum_{a=1}^3 \sum_{\nu \in \pm H_s} i_a \frac{k_s^{|\nu|}}{|\nu|} e^{-j\nu[x-(a-1)\frac{2\pi}{3p}]} = \\
&= \frac{N_s}{\pi} \sum_{\nu \in \pm H_s} \frac{k_s^{|\nu|}}{|\nu|} e^{-j\nu x} [1, \underline{a}^{\nu/p}, \underline{a}^{2\nu/p}] \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.1-1}$$

gdzie:

i_{s1}, i_{s2}, i_{s3} – prądy fazowe uzwojenia stojana,

$H_\nu = \{p, 3p, 5p, 7p, 9p, 11p, 13p, \dots\}$ - dla symetrycznego uzwojenia stojana,

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}},$$

$k_s^{|\nu|}$ – współczynnik uzwojenia stojana dla rzędu ν harmoniczej pola magnetycznego.

Wprowadzając składowe symetryczne prądów stojana

$$\begin{bmatrix} \underline{i}_s^{(0)} \\ \underline{i}_s^{(1)} \\ \underline{i}_s^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_s^{(0)} \\ \underline{i}_s^{(1)} \\ \underline{i}_s^{(1)*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_s^{(0)} \\ i_{s\alpha} + j i_{s\beta} \\ i_{s\alpha} - j i_{s\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} \tag{2.1-2}$$

otrzymuje się składniki przepływu stojana w postaci

$$\theta_{s|\nu|}(x) = \sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{|\nu|}}{|\nu|} \left(\underline{i}_s^{(|\nu|/p \bmod 3)} e^{-j|\nu|x} + \underline{i}_s^{(|\nu|/p \bmod 3)*} e^{j|\nu|x} \right) \tag{2.1-3}$$

Na przykład, po uwzględnieniu (2.1-2):

$$\text{dla } \nu = \pm p \text{ zachodzi } \theta_{sp}(x) = 2\sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k^p}{p} \left(\underline{i}_s^{(1)} e^{-jpx} + \underline{i}_s^{(1)*} e^{jpx} \right),$$

$$\text{dla } \nu = \pm 3p \text{ zachodzi } \theta_{s3p}(x) = 2\sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{3p}}{3p} \underline{i}_s^{(0)} \cos 3px,$$

$$\text{dla } \nu = \pm 5p \text{ zachodzi } \theta_{s5p}(x) = \sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{5p}}{5p} \left(\underline{i}_s^{(2)} e^{-j5px} + \underline{i}_s^{(2)*} e^{j5px} \right),$$

dla $\nu = \pm 7p$ zachodzi $\theta_{s7}(x) = \sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{7p}}{7p} \left(i_s^{(1)} e^{-j7px} + i_s^{(1)*} e^{j7px} \right), \dots$

Przepływ wirnika

$$\begin{aligned} \theta_r(y) &= \frac{1}{\pi} \sum_{b=1}^N \sum_{\rho \in \pm H_r} i_b \frac{k_r^{|\rho|}}{|\rho|} e^{-j\rho[y-(b-1)\frac{2\pi}{N}]} = \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_{\rho \in \pm H_r} \frac{k_r^{|\rho|}}{|\rho|} e^{-j\rho y} [1, \underline{b}^\rho, \underline{b}^{2\rho}, \underline{b}^{3\rho}, \dots, \underline{b}^{(N-1)\rho}] \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \\ \vdots \\ i_{rN} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.1-4)$$

gdzie:

$i_{r1}, i_{r2}, i_{r3}, \dots, i_{rN}$ - prądy oczek klatki wirnika,

$H_\rho = \{1, 2, 3, \dots\}$,

$\underline{b} = e^{j\frac{2\pi}{N}}$,

$\rho = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$,

$k_r^{|\rho|}$ - współczynnik uzwojenia wirnika dla rzędu ρ harmonicznej pola magnetycznego.

$$\begin{bmatrix} i_r^{(0)} \\ i_r^{(1)} \\ i_r^{(2)} \\ \vdots \\ i_r^{(N-2)} \\ i_r^{(N-1)} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \underline{b} & \underline{b}^2 & \underline{b}^3 & \dots & \underline{b}^{(N-1)} \\ 1 & \underline{b}^2 & \underline{b}^4 & \underline{b}^6 & \dots & \underline{b}^{2(N-1)} \\ 1 & \underline{b}^3 & \underline{b}^6 & \underline{b}^9 & \dots & \underline{b}^{3(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \underline{b}^{(N-1)} & \underline{b}^{2(N-1)} & \underline{b}^{3(N-1)} & \dots & \underline{b}^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \\ i_{r4} \\ \vdots \\ i_{rN} \end{bmatrix} \quad (2.1-5)$$

gdzie:

$$i_r^{(k)} = i_{rd}^{(k)} + j i_{rq}^{(k)} ; i_r^{(N-1)} = i_r^{(1)*} ; i_r^{(N-2)} = i_r^{(2)*} \quad (2.1-6)$$

Składniki przepływu wirnika wynoszą

$$\theta_{r|\rho|}(x) = \sqrt{N} \frac{1}{\pi |\rho|} \frac{k_r^{|\rho|}}{1} \left(i_r^{(|\rho| \bmod N)} e^{-j|\rho|(x-\varphi)} + i_r^{(|\rho| \bmod N)^*} e^{j|\rho|(x-\varphi)} \right) \quad (2.1-7)$$

Na przykład:

$$\text{dla } \rho = \pm 1 \text{ zachodzi } \theta_{r1}(x) = \sqrt{N} \frac{1}{\pi} \frac{k_r^1}{1} \left(i_r^{(1)} e^{-j(x-\varphi)} + i_r^{(1)*} e^{j(x-\varphi)} \right),$$

$$\text{dla } \rho = \pm 2 \text{ zachodzi } \theta_{r2}(x) = \sqrt{N} \frac{1}{\pi} \frac{k_r^2}{2} \left(i_r^{(2)} e^{-j2(x-\varphi)} + i_r^{(2)*} e^{j2(x-\varphi)} \right),$$

⋮

$$\text{dla } \rho = \pm p \text{ zachodzi } \theta_{rp}(x) = \sqrt{N} \frac{1}{\pi} \frac{k_r^p}{p} \left(i_r^{(p)} e^{-jp(x-\varphi)} + i_r^{(p)*} e^{jp(x-\varphi)} \right),$$

⋮

dla $\rho = \pm(N-n)$ zachodzi

⋮

$$\theta_{r(N-n)}(x) = \sqrt{N} \frac{1}{\pi} \frac{k_r^{N-n}}{N-n} \left(i_r^{(N-n)} e^{-j(N-n)(x-\varphi)} + i_r^{(N-n)*} e^{j(N-n)(x-\varphi)} \right);$$

$$n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1),$$

⋮

dla $\rho = \pm nN$ zachodzi $\theta_{rN}(x) = 0$, gdyż $k_r^{nN} = 0$,

⋮

$$\text{dla } \rho = \pm(N+n) \text{ zachodzi } \theta_{r(N+n)}(x) = \sqrt{N} \frac{1}{\pi} \frac{k_r^k}{N+n} \left(i_r^{(n)} e^{-j(N+n)(x-\varphi)} + i_r^{(n)*} e^{j(N+n)(x-\varphi)} \right)$$

Przepływ wypadkowy jest sumą przepływu stojana i wirnika

$$\theta(x) = \theta_s(x) + \theta_r(x) \quad (2.1-8)$$

Dla dowolnych kombinacji harmoniczných przepływu rzędu ν stojana i ρ wirnika

$$\begin{aligned} \theta_{|\nu|,|\rho|}(x) &= \theta_{s|\nu|}(x) + \theta_{r|\rho|}(x) = \sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{|\nu|}}{|\nu|} \left(i_s^{(|\nu|/p \bmod 3)} e^{-j|\nu|x} + i_s^{(|\nu|/p \bmod 3)^*} e^{j|\nu|x} \right) + \\ &+ \sqrt{N} \frac{1}{\pi} \frac{k_r^{|\rho|}}{|\rho|} \left(i_r^{(|\rho| \bmod N)} e^{-j|\rho|(x-\varphi)} + i_r^{(|\rho| \bmod N)^*} e^{j|\rho|(x-\varphi)} \right) \end{aligned} \quad (2.1-9)$$

Dla każdego $|v|$ przepływ stojana wytwarza pola magnetyczne składowe o sinusoidalnym rozkładzie i liczbie par biegunów $|v|$, natomiast indukowany przepływ wirnika pole magnetyczne o liczbie par biegunów $|\rho|$. Tak więc musi zachodzić $|\rho| = |v|$. Jeśli przepływ wirnika zawiera harmoniczne dla innych rzędów ρ , to nie współdziałają one z przepływem stojana. Wprowadzając współczynniki przekładniowe

$$\xi_{|v|} = \frac{\sqrt{3}N_s k_s^{|v|}}{\sqrt{N}k_r^{|v|}} \quad (2.1-10)$$

oraz przekształcając składowe symetryczne prądów wirnika do postaci

$$\frac{i_r^{(v \bmod N)}}{\xi_{|v|}} = \frac{1}{\xi_{|v|}} i_r^{(v \bmod N)} e^{jv\varphi} = i_{r\alpha}^{(v \bmod N)} + j i_{r\beta}^{(v \bmod N)} \quad (2.1-11)$$

wyrażenie (2.1-9) przyjmuje formę

$$\begin{aligned} \theta_{|v|}(x) = 2\sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{|v|}}{|v|} \left[(i_{s\alpha}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\alpha}^{(|v| \bmod N)}) \cos vx \right. \\ \left. + (i_{s\beta}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\beta}^{(|v| \bmod N)}) \sin vx \right] \end{aligned} \quad (2.1-12)$$

Powyższy zapis oznacza, że przepływ dla każdej wartości v jest monoharmoniczny. Można zatem zdefiniować zastępcze prądy magnesujące wytwarzające ten przepływ

$$\begin{aligned} i_M^v &= (i_{s\alpha}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\alpha}^{(|v| \bmod N)}) \cos vx + (i_{s\beta}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\beta}^{(|v| \bmod N)}) \sin vx = \\ &= I_M^v \cos(vx - \alpha^v) \end{aligned} \quad (2.1-13)$$

gdzie amplituda prądu magnesującego I_M^v oraz położenie $\alpha^{|v|}$ maksimum przepływu harmonicznego wynoszą:

$$I_M^v = \sqrt{(i_{s\alpha}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\alpha}^{(|v| \bmod N)})^2 + (i_{s\beta}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\beta}^{(|v| \bmod N)})^2} \quad (2.1-14)$$

$$\alpha^{|v|} = \arctan \frac{i_{s\beta}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\beta}^{(|v| \bmod N)}}{i_{s\alpha}^{(|v|/p \bmod 3)} + i_{r\alpha}^{(|v| \bmod N)}}$$

Dla podstawowej harmonicznej pola magnetycznego rzędu $|v| = p$ otrzymuje się

$$I_M = \sqrt{(i_{s\alpha} + i_{r\alpha}^{(p)})^2 + (i_{s\beta} + i_{r\beta}^{(p)})^2}$$

$$\alpha = \arctan \frac{i_{s\beta} + i_{r\beta}^{(p)}}{i_{s\alpha} + i_{r\alpha}^{(p)}} \quad (2.1-15)$$

Przykład 2.1-1 Rozkład pola magnetycznego przy monoharmonicznym wymuszeniu prądowym

W trójfazowych, symetrycznie rozłożonych na obwodzie stojana uzwojeniach wymuszono przepływ prądów monoharmonicznych o pulsacji ω_s i amplitudzie I_m :

$$\begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = I_m \begin{bmatrix} \cos(\omega_s t) \\ \cos\left(\omega_s t - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\omega_s t + \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (2.1-16)$$

przy zerowych prądach wirnika. Po transformacji (2.1-16) do składowych symetrycznych otrzymano:

$$i_{s\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \cos(\omega_s t) \quad (2.1-17)$$

$$i_{s\beta} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \sin(\omega_s t) \quad (2.1-18)$$

gdzie zgodnie z (2.1-14)

$$I_M = \sqrt{i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \quad (2.1-19)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{i_{s\beta}}{i_{s\alpha}}\right) = \arctg\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} I_m \sin(\omega_s t)}{\frac{\sqrt{3}}{2} I_m \cos(\omega_s t)}\right) = \omega_s t \quad (2.1-20)$$

Wobec (2.1-12) i (2.1-13), można zapisać:

$$i_M = I_M \cos(\nu x - \omega_s t) \quad (2.1-21)$$

$$\theta_{|\nu|}(x) = 2\sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{|\nu|}}{|\nu|} I_M \cos(\nu x - \omega_s t) \quad (2.1-22)$$

Dla $\nu = p$

$$\theta_p(x) = \theta_{\max} \cos(px - \omega_s t) \quad (2.1-23)$$

gdzie:

$$\theta_{\max} = 2\sqrt{3} \frac{N_s}{\pi} \frac{k_s^{(p)}}{p} I_M \quad (2.1-24)$$

2.2 Funkcja permeancji szczeliny powietrznej maszyny indukcyjnej

Dla układu mechanicznego maszyny przedstawionego na rys. 2.1-1 rozkład indukcji pola magnetycznego w szczelinie powietrznej pomiędzy stojanem i wirnikiem, przy wymuszającej to pole SMM o rozkładzie $\theta(x, \varphi, \mathbf{I})$ wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej, można przybliżyć za pomocą wzoru (2.2-1) opisanego w [25], [38], [60]

$$B_\delta(x, \varphi, \mathbf{I}) = \mu_0 \Lambda_\delta(x, \varphi) \left(\theta(x, \varphi, \mathbf{I}) - \frac{\int_x^{x+2\pi} \Lambda_\delta(x, \varphi) \theta(x, \varphi, \mathbf{I}) dx}{\int_x^{x+2\pi} \Lambda_\delta(x, \varphi) dx} \right) \quad (2.2-1)$$

gdzie: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. Kształt rozkładu $\theta(x, \varphi, \mathbf{I})$ jest wymuszony w chwili t przez prądy uzwojeń zawarte w wektorze $\mathbf{I} = [i_1, i_2, \dots, i_K]^T$, natomiast przewodność magnetyczna geometrii szczeliny $\Lambda_\delta(x, \varphi)$ jest odwrotnością zmieniającej się jej

grubości przy założeniu, że linie pola magnetycznego przenikają przez szczelinę radialnie:

$$\Lambda_{\delta}(x, \varphi) = \frac{1}{\delta(x, \varphi)} \quad (2.2-2)$$

Funkcja ta jest określona w każdym miejscu x przy danym kącie obrotu φ wirnika względem stojana. Wyróżniając spadek przepływu magnetycznego w ferromagnetyku $\theta_{Fe}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I})$, dla zamkniętej linii pola obejmującej kontur przechodzący przez szczelinę w dwóch miejscach x oraz x_0 (linia przerywana na rys. 2.1-1), można zapisać równanie (2.2-1) w postaci, przedstawionej w [60], opartej wprost na prawie Ampera i prawie Gaussa:

$$B_{\delta}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) = \mu_0 \Lambda_{\delta}(x, \varphi) [\theta(x, \varphi, \mathbf{I}) - \theta_{Fe}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) - C(x_0, \varphi, \mathbf{I})] \quad (2.2-3)$$

Taki zapis umożliwia połączenie wpływu pola magnetycznego w szczelinie i w ferromagnetyku, gdzie spadek przepływu $\theta_{Fe}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I})$ jest sumą spadków przepływu w zębach i jarzmie maszyny:

$$B_{\delta 1}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) = \mu_0 \Lambda_{\delta}(x, \varphi) [\theta(x, \varphi, \mathbf{I}) - \theta_{Fe}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I})] \quad (2.2-4)$$

$$B_{\delta 2}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) = \mu_0 \Lambda_{\delta}(x, \varphi) C(x_0, \varphi, \mathbf{I}) \quad (2.2-5)$$

$$B_{\delta}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) = B_{\delta 1}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) - B_{\delta 2}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) \quad (2.2-6)$$

Funkcję permeancji względnej uwzględniającej wpływ magnetycznego nasycenia ferromagnetyka można zdefiniować następująco:

$$\Lambda_{sat}^{pu}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) = 1 - \frac{\theta_{Fe}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I})}{\theta(x, \varphi, \mathbf{I})} \quad (2.2-7)$$

Zatem

$$\begin{aligned} B_{\delta 1}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) &= \frac{\mu_0}{\delta_0} \Lambda_{\delta}^{pu}(x, \varphi) \Lambda_{sat}^{pu}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) \theta(x, \varphi, \mathbf{I}) = \\ &= \frac{\mu_0}{\delta_0} \Lambda^{pu}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) \theta(x, \varphi, \mathbf{I}) \end{aligned} \quad (2.2-8)$$

$$\begin{aligned}
B_{\delta 2}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) &= \frac{\mu_0}{\delta_0} \Lambda^{pu}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I}) \frac{C(x_0, \varphi, \mathbf{I})}{\Lambda_{sat}^{pu}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I})} = \\
&= \frac{B_{\delta 1}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I})}{\theta(x, \varphi, \mathbf{I})} \frac{C(x_0, \varphi, \mathbf{I})}{\Lambda_{sat}^{pu}(x, x_0, \varphi, \mathbf{I})}
\end{aligned} \quad (2.2-9)$$

gdzie: przy promieniu stojana R i promieniu wirnika r

$$\delta_0 = R - r \quad (2.2-10)$$

$$\Lambda_{\delta}^{pu} = \Lambda_{\delta} \delta_0 \dots; \dots \Lambda^{pu} = \Lambda_{\delta}^{pu} \Lambda_{sat}^{pu} \quad (2.2-11)$$

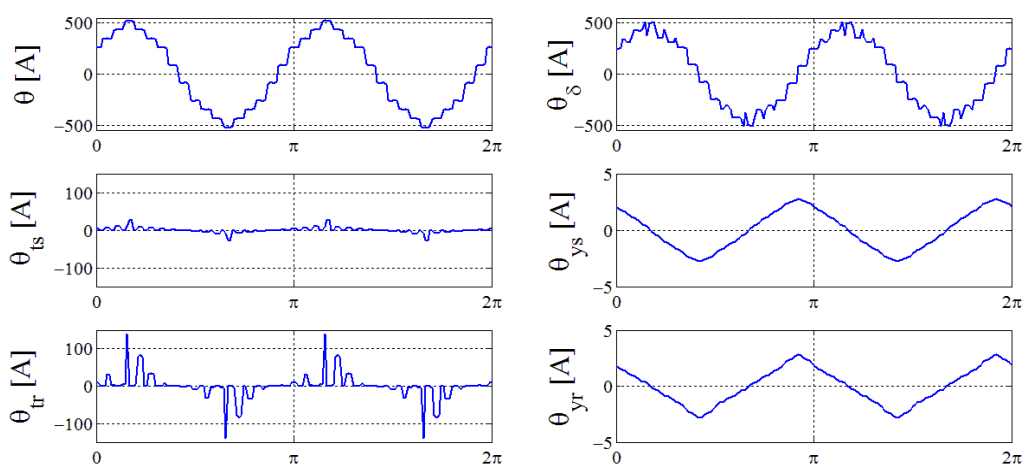
Stały przepływ $C(x_0, \varphi, \mathbf{I})$, wynikający z prawa Gaussa, jest równy zeru, gdy $\Lambda_{\delta}(x, \varphi) = \text{const}$. W przeciwnym przypadku, dla punktu $x = x_0$, w którym $B_{\delta 1} = B_{\delta 2}$, można go wyznaczyć metodą iteracyjną, przy nieruchomym wirniku $\varphi = \text{const}$ i wymuszeniu pola magnetycznego za pomocą *SMM* stojana, na podstawie zależności [60]

$$C(x_0, \varphi, \mathbf{I}) = \Lambda_{sat}^{pu}(x_0, \varphi, \mathbf{I}) \theta(x_0, \varphi, \mathbf{I}) \quad (2.2-12)$$

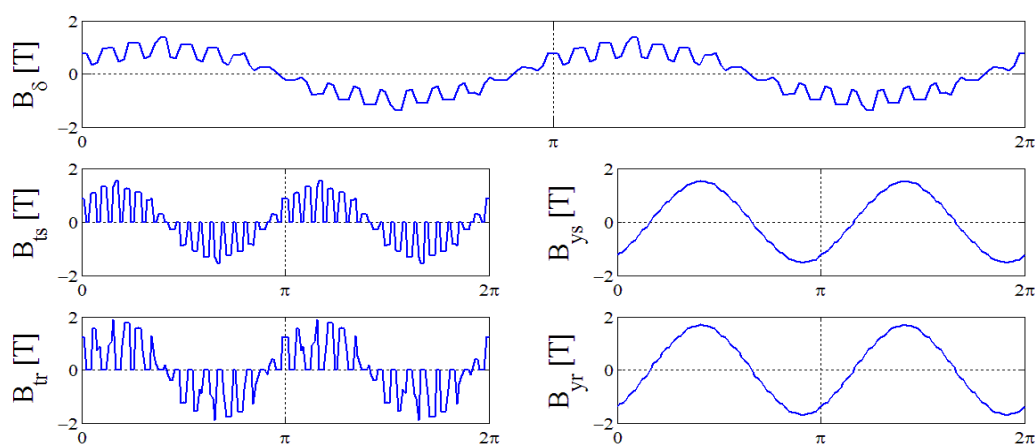
Przyjmując wartość początkową (startową) $C = 0$ przy $B_{\delta} = B_{\delta 1} = B_{\delta 2} = 0$ wyznacza się punkt startowy x_0 . Obliczając następnie rozkład pola magnetycznego maszyny metodą elementów skończonych lub metodą sieci reluktancyjnej [9] wyznacza się Λ_{sat}^{pu} według (2.2-7), a przy danym przepływie θ otrzymuje się $C \neq 0$ według (2.2-12). Pozwala to wyznaczyć nową wartość $B_{\delta 2}$ i nowy punkt x_0 , w którym $B_{\delta 1} = B_{\delta 2}$, po czym dokonać następnej iteracji itd. Zwykle wystarczają dwie iteracje.

Badania przebiegu funkcji permeancji dokonano dla maszyny indukcyjnej o liczbie par biegunów $p = 2$ i parametrach konstrukcyjnych magnetowodu oraz uzwojeń silnika indukcyjnego klatkowego Sg112-M4. Rozkład pola magnetycznego wyznaczono metodą przedstawioną w [9] oraz metodą elementów skończonych, uzyskując wyniki bliskie jakościowo i ilościowo. Do wyznaczenia rodziny charakterystyk funkcji permeancji posłużono się metodą prostszą, przedstawioną w [9], a przez to wymagającą mniejszych nakładów obliczeniowych.

Na rysunkach: 2.2-1, 2.2-2 i 2.2-3 przedstawiono rozkład przepływu i indukcji magnetycznej w szczelinie (indeks δ), w zębach stojana i wirnika (indeksy odpowiednio ts i tr) w oraz środku jarzma stojana i jarzma wirnika (indeksy odpowiednio ys i yr) przy wymuszeniu symetrycznych, monoharmonicznych prądów w uzwojeniu stojana o amplitudzie $I_M = 3,8$ A dla $\omega_s t = \pi / 3$ (ω_s - pulsacja prądu).

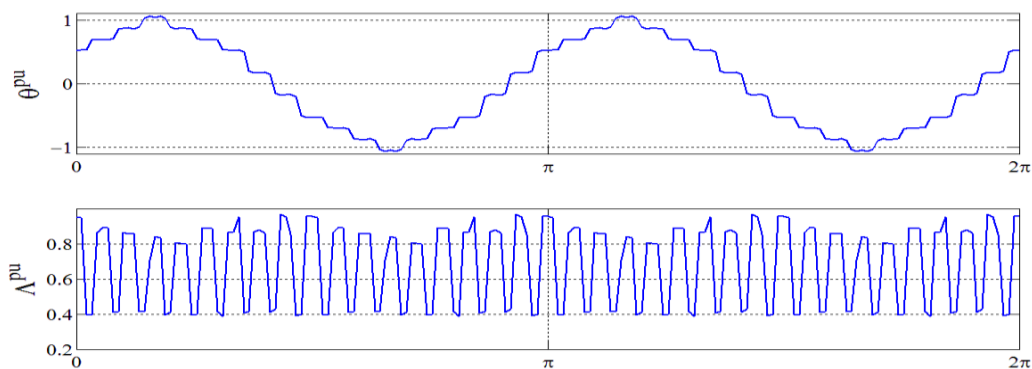


Rys. 2.2-1 Rozkład składowych przepływu magnetycznego maszyny indukcyjnej w funkcji kąta x

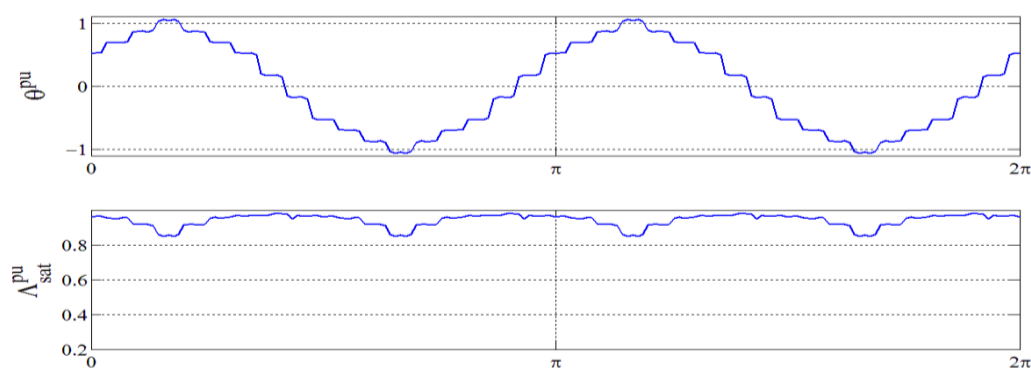


Rys. 2.2-2 Rozkład składowych indukcji magnetycznej maszyny indukcyjnej w funkcji kąta x

W celu wyłonienia przebiegu permeancji $\Lambda_{sat}^{pu}(x)$ z przebiegu $\Lambda^{pu}(x)$ dokonano analizy pola magnetycznego maszyny wymuszonego za pomocą SMM takim samym jak na rys. 2.2-3 przy równomiernej i „gładkiej” szczelinie powietrznej. Wyniki dla jednej wartości przepływu wymuszającego przedstawiono na rys. 2.2-4.

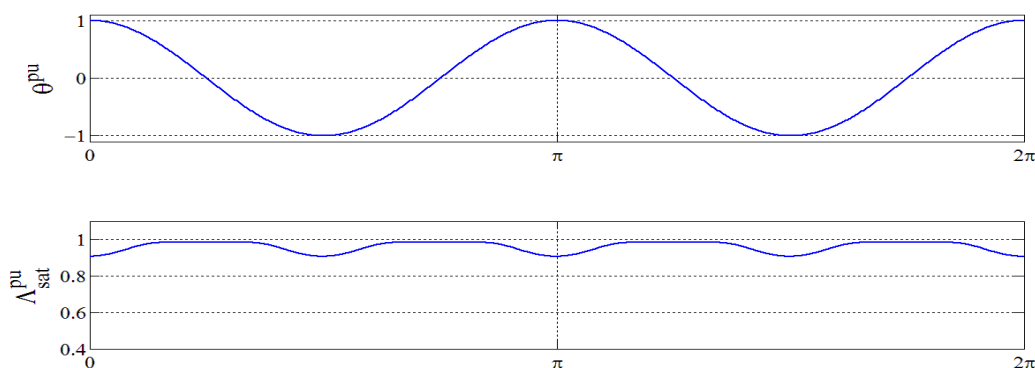


Rys. 2.2-3 Rozkład funkcji permeancji Λ^{pu} względem kąta x wzdłuż obwodu szczeliny maszyny indukcyjnej dla przepływu wymuszającego θ^{pu}



Rys. 2.2-4 Rozkład funkcji permeancji Λ_{sat}^{pu} względem kąta x wzdłuż obwodu równomiernej szczeliny maszyny indukcyjnej dla wieloharmonicznego przepływu wymuszającego θ^{pu}

Z przebiegiem funkcji permeancji $\Lambda_{sat}^{pu}(x)$, przedstawionym na rys. 2.2-4, można porównać przebieg tej funkcji, przedstawiony na rys. 2.2-5, wyznaczony przy monoharmonicznym rozkładzie wymuszającej *SMM* i równomiernej szczeliny.



Rys. 2.2-5 Rozkład funkcji permeancji Λ_{sat}^{pu} względem kąta x wzdłuż obwodu równomiernej szczeliny maszyny indukcyjnej dla monoharmonicznego przepływu wymuszającego θ^{pu}

Z porównania można wyciągnąć wniosek mówiący o tym, że w przebiegu $\Lambda_{sat}^{pu}(x)$ dominuje składowa pochodząca od monoharmonicznej składowej przepływu wymuszającego wykazującej liczbę par biegunów p .

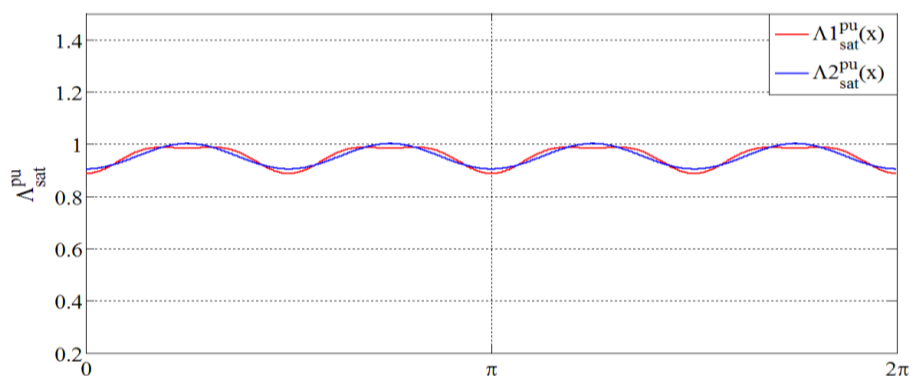
Funkcja $\Lambda_{sat}^{pu}(x)$, aproksymowana za pomocą szeregu Fouriera, przybiera postać

$$\Lambda_{sat}^{pu}(x) = \sum_{\mu \in H_{\mu}} \Lambda_{\mu} e^{j\mu(px-\alpha)} \quad (2.2-13)$$

dla

$$H_{\mu} = \{0, \pm 2, \pm 4, \dots\} \quad (2.2-14)$$

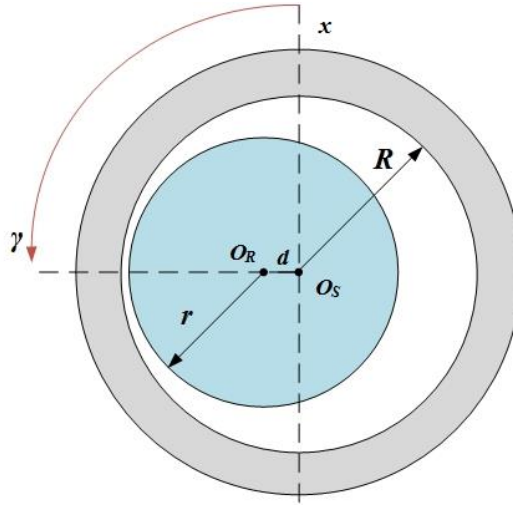
Funkcję (2.2-13) porównano z wyznaczonym przebiegiem, przedstawionym na rys. 2.2-5, dobierając minimalny zbiór H_{μ} wystarczający do zadowalającego przybliżenia. Analizę porównawczą przedstawiono na rys. 2.2-6, gdzie zaznaczono przybliżenie za pomocą (2.2-13) dla $H_{\mu} = \{0, \pm 2, \pm 4\}$ ($\Lambda_{sat}^{pu}(x)$) i $H_{\mu} = \{0, \pm 2\}$ ($\Lambda_{sat}^{pu}(x)$). Jak widać uwzględnienie tylko dwóch wyższych harmonicznych w funkcji permeancji (2.2-13) daje wystarczająco dobre przybliżenie tej funkcji wyznaczonej przez rozwiązanie rozkładu pola magnetycznego. Uwzględnienie tylko $\mu = 0$ i $\mu = \pm 2$ daje przebieg funkcji permeancji wykazujący poprawnie cechy jakościowe, ale różniący się od funkcji aproksymowanej. Dla przykładu można dodać, że aproksymacja funkcji permeancji, związanej z przepływem pojedynczego zezwoju, wymaga uwzględnienia znacznie większej liczby harmonicznych.



Rys. 2.2-6 Porównanie funkcji permeancji wyznaczonej z rozkładu pola magnetycznego z aproksymacją za pomocą szeregu Fouriera

Na rys. 2.2-8 przedstawiono rozkład pola magnetycznego i funkcję permeancji przy ekscentrycznym położeniu wirnika względem stojana i pominięciu żłobków stojana i wirnika (rys. 2.2-7), tzn. takim, że oś symetrii cylindrycznego wirnika jest przesunięta względem osi symetrii cylindrycznego stojana o odległość d przy normalnej grubości szczeliny δ_0 . Można wówczas zdefiniować współczynnik ekscentryczności jako

$$\varepsilon = \frac{d}{\delta_0} < 1 \quad (2.2-15)$$



Rys. 2.2-7 Szkic sytuacyjny przekroju poprzecznego maszyny indukcyjnej przy ekscentrycznym ułożeniu wirnika względem stojana

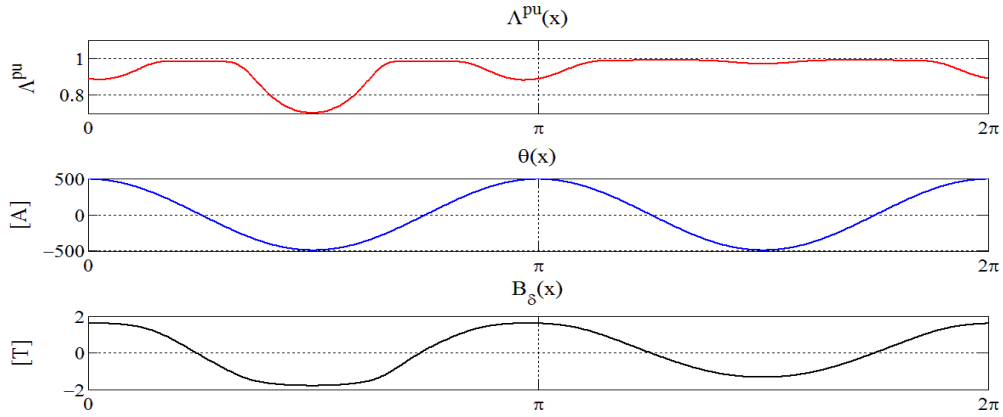
Zmienność grubości szczeliny odniesioną opisano wzorem zaczerpniętym z [74]

$$\delta(x, \varphi) = R - 2r - d + \sqrt{\left[(r + d)\cos(x) - d\cos(\gamma)\right]^2 + \left[(r + d)\sin(x) - d\sin(\gamma)\right]^2} \quad (2.2-16)$$

Pełna postać wyrażenia (2.2-16), z podziałem na ekscentryczność dynamiczną, statyczną i mieszaną została szerzej opisana w rozdziale 2.3.

Zgodnie z (2.2-11) funkcję permeancji, przybliżoną szeregiem Fouriera, opisuje w tym przypadku poniższa zależność

$$\Lambda^{pu}(x) = \Lambda_{\delta}^{pu}(x) \Lambda_{sat}^{pu} = \frac{\delta_0}{\delta(x)} \cdot \sum_{\mu \in H_{\mu}} \Lambda_{\mu} e^{j\mu(px - \alpha)} \quad (2.2-17)$$



Rys. 2.2-8 Przykładowy rozkład indukcji magnetycznej $B_\delta(x)$ w szczelinie dla wymuszającego przepływu $\theta(x)$ oraz przebieg funkcji $\Lambda^{pu}(x)$ w przypadku ekscentrycznego położenia wirnika względem stojana przy $\varepsilon = 0,4$

Funkcję permeancji $\Lambda^{pu}(x)$, wyznaczoną według wzoru (2.2-17), przedstawiono dodatkowo na rys. 2.2-8 celem porównania z przebiegiem otrzymanym z rozwiązania rozkładu pola magnetycznego.

Zmieniając przepływ maksymalny θ_{\max} od zera do przyjętej wartości największej wyznaczono zależność poszczególnych harmonicznich funkcji permeancji Λ_{sat}^{pu} od amplitudy $I_M = \frac{\pi p}{2\sqrt{3}} \frac{1}{N_s \cdot k_s^{(p)}} \theta_{\max}$ prądu magnesującego wymuszającego przepływ wzbudzający pole (N_s – liczba zwojów jednej fazy uzwojenia trójfazowego).

Zależność współczynników Λ_0 i Λ_2 od prądu

$$I_M^{pu} = \frac{I_M}{I_{MN}} \quad (2.2-18)$$

przedstawiono na rys. 2.2-9 (kolor niebieski), przy czym: I_{MN} – prąd magnesujący przyjęty za znamionowy. Na tym rysunku naniesiono dodatkowo kolorem czerwonym krzywe Λ_0^{pu} i Λ_2^{pu} wyznaczone według wzorów przybliżających [10], [11]

$$\Lambda_0^{pu} = \frac{1}{k_{sat}} \quad (2.2-19)$$

$$\Lambda_2^{pu} = \frac{1}{\kappa} \Lambda_0^{pu} (\Lambda_0^{pu} - 1) \quad (2.2-20)$$

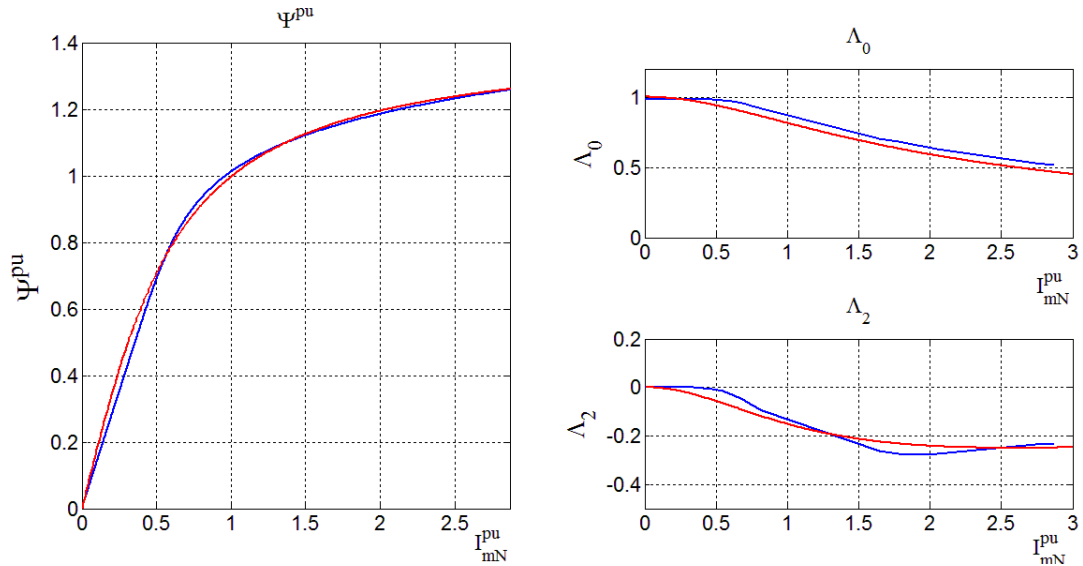
gdzie wartość współczynnika κ wynika z aproksymacji funkcji permeancji wyznaczonej metodą połową. Współczynnik nasycenia

$$k_{\text{sat}} = \frac{c I_M^{pu} + \varepsilon}{\arctg(c I_M^{pu}) + \varepsilon}; \quad \varepsilon \ll 1 \quad (2.2-21)$$

wynika z aproksymacji jednostkowej krzywej magnesowania silnika

$$\Psi^{pu} = \frac{\arctg(c I_M^{pu})}{\arctg(c)} \quad (2.2-22)$$

gdzie: c – stała kształtująca krzywą magnesowania silnika. Krzywe wyznaczone pomiarowo, przedstawione w [4], mają zbliżony przebieg.



Rys. 2.2-9 Współczynniki funkcji permeancji $\Lambda_{sat}^{pu}(x)$ aproksymowanej szeregiem Fouriera (2.2-13); kolor czerwony - wyznaczone za pomocą funkcji przybliżających; kolor niebieski - wyznaczone z rozkładu pola

Zatem, na podstawie przeprowadzonych rozważań, funkcja modelująca efekty nasycenia magnetowodu przyjmuje ostateczną postać:

$$\Lambda_{sat}^{pu}(x, \alpha_M, I_M) = \sum_{\mu \in H_\mu} \Lambda_\mu^{pu}(I_M) e^{j\mu(px-\alpha)} \quad (2.2-23)$$

dla

$$\mu = 0, \pm 2 \quad (2.2-24)$$

gdzie: α - kąt elektryczny wektora prądu magnesującego, I_M - amplituda wektora prądu magnesującego, wyznaczone na podstawie (2.1-15). Funkcja (2.2-23) modelująca nieliniowość obwodu magnetycznego w silniku indukcyjnym klatkowym zależy od położenia i wartości wektora prądu magnesującego oraz od liczby par biegunów uzwojenia stojana, natomiast założono, że nie zależy od ekscentrycznie położonego wirnika.

2.3 Funkcja permeancji dla rozpatrywanych przypadków ekscentryczności

Jednym z czynników modulujących permeancję jest jednostkowa funkcja przybliżająca zmienną przewodność magnetyczną spowodowaną nierównomierną szczeliną powietrzną. Funkcja ta jest odwrotnością funkcji długości linii pola magnetycznego pomiędzy stojanem a wirnikiem. Aby wyznaczyć taką funkcję, należy wyznaczyć rozkład pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej za pomocą metod polowych lub skorzystać z metody uproszczonej, która bazuje na zależnościach geometrycznych.

Metoda uproszczona zakłada prostopadły kierunek wchodzenia i wychodzenia linii sił pola elektromagnetycznego na styku materiału ferromagnetycznego stojana i wirnika, a szczeliną powietrzną [26], [41], [72], [74]

$$\Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) = \frac{\delta_0}{\delta(x, \varphi)} \quad (2.3-1)$$

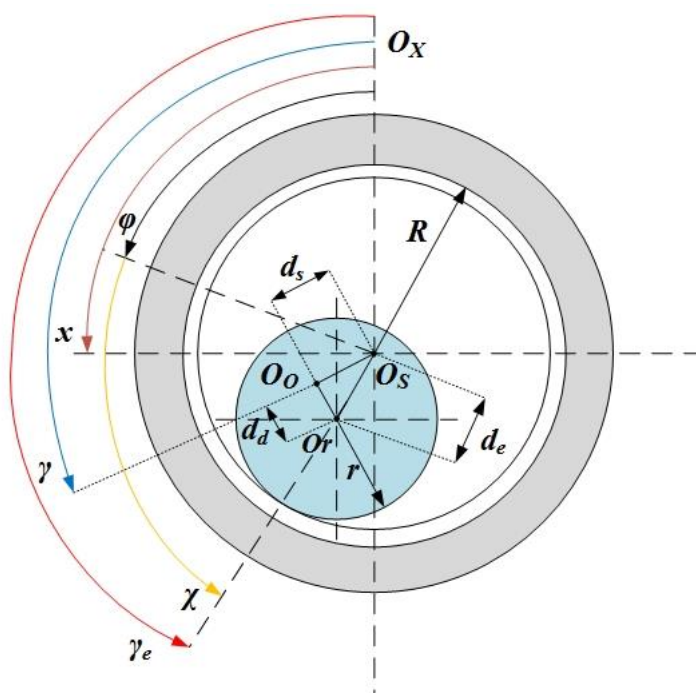
Funkcja $\delta(x, \varphi)$ przyjmuje postać [41], [72]:

$$\delta(x, \varphi) = R - 2r - d_e + \sqrt{\left[(r + d_e)\cos(x) - d_e\cos(\gamma_e)\right]^2 + \left[(r + d_e)\sin(x) - d_e\sin(\gamma_e)\right]^2} \quad (2.3-2)$$

gdzie:

$$d_e = d(\varphi) = \sqrt{d_s^2 + d_d^2 + 2d_s d_d \cos(\varphi - \gamma)} \quad (2.3-3)$$

$$\gamma_e = \arcsin\left(\frac{d_d}{d_e} \sin(\varphi - \gamma)\right) \quad (2.3-4)$$



Rys. 2.3-1 Poglądowy szkic ekscentrycznie położonego wirnika [74]

Na podstawie rys. 2.3-1 można wyodrębnić trzy rodzaje ekscentryczności:

- ekscentryczność dynamiczna – oś symetrii wirnika zostaje przesunięta względem osi symetrii stojana, a oś obrotu pokrywa się z osią symetrii stojana

$$d_e = d_d, \quad d_s = 0, \quad \gamma_e = \varphi + \chi \quad (2.3-5)$$

- ekscentryczność statyczna – oś symetrii wirnika jest przesunięta względem osi symetrii stojana i pokrywa się z osią obrotu wirnika

$$d_e = d_s, \quad d_d = 0, \quad \gamma_e = \gamma = \text{const.} \quad (2.3-6)$$

- ekscentryczność mieszana – osie: obrotu wirnika, symetrii wirnika i symetrii stojana nie pokrywają się

$$d_s \neq 0, \quad \gamma = \text{const.}, \quad \gamma_e = \arcsin\left(\frac{d_d}{d_e} \sin(\varphi - \gamma)\right) \quad (2.3-7)$$

W celu określenia stopnia ekscentryczności wygodnie jest się posługiwać współczynnikiem ekscentryczności (2.2-15). Dla osi obrotu wirnika w Or sformułowano współczynnik ekscentryczności statycznej

$$\varepsilon_s = \frac{d_s}{\delta} \quad (2.3-8)$$

natomiast dla osi obrotu wirnika w Os współczynnik ekscentryczności dynamicznej

$$\varepsilon_d = \frac{d_d}{\delta} \quad (2.3-9)$$

Ekscentryczność mieszana zachodzi wtedy, gdy:

$$0 \leq \varepsilon_d \leq 1, \quad 0 \leq \varepsilon_s \leq 1, \quad 0 \leq \varepsilon_s + \varepsilon_d \leq 1 \quad (2.3-10)$$

Jednostkową funkcję permeancji (2.3-1) dla nierównomiernej szczeliny można przedstawić za pomocą szeregu Fouriera dwóch zmiennych: x i φ

$$\begin{aligned} \Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) &= \frac{\delta_0}{\delta(x, \varphi)} = \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_{k,l} e^{jky} e^{jlx} = \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_{k,l} e^{jk(x-\varphi)} e^{-jlx} = \\ &= \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_{k,l} e^{j(k+l)x} e^{-jk\varphi} \end{aligned} \quad (2.3-11)$$

gdzie:

$$k \in H_k, \quad H_k = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, k_{\max}\} \quad (2.3-12)$$

$$l \in H_l, \quad H_l = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, l_{\max}\} \quad (2.3-13)$$

i w zależności od przypadku przyjmuje postać:

- symetria

$$l = 0 \wedge k = 0 \quad (2.3-14)$$

$$\Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) = \Lambda_{0,0} = 1 \quad (2.3-15)$$

- ekscentryczność dynamiczna

$$l = 0 \wedge k \in H_k \quad (2.3-16)$$

$$\Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) = \sum_{k \in H_k} \Lambda_{k,0} e^{jk(x-\varphi-\chi)} \quad (2.3-17)$$

- ekscentryczność statyczna

$$l \in H_l \wedge k = 0 \quad (2.3-18)$$

$$\Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) = \sum_{l \in H_l} \Lambda_{0,l} e^{jl(x-\gamma)} \quad (2.3-19)$$

- ekscentryczność mieszana

$$l \in H_l \wedge k \in H_k \quad (2.3-20)$$

$$\Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) = \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_{k,l} e^{j(k+l)(x-\gamma)} e^{-jk(\varphi-\gamma)} \quad (2.3-21)$$

W celu wyznaczenia współczynników szeregu $\Lambda_{k,l}$ należy wykonać analizę *FFT* funkcji (2.3-1) dla określonych współczynników ekscentryczności i zakresu harmoniczných, wynikających z wcześniej przyjętej dokładności. W przypadku ekscentryczności statycznej zastosowano algorytm *FFT* dla zmiennej x , dynamicznej – dla zmiennej $y=x-\varphi$. W sytuacji obliczania współczynników dla ekscentryczności mieszanej należy użyć algorytm *FFT 2D* dla dwóch zmiennych x i φ .

Biorąc pod uwagę funkcje modelujące nasycenie magnetowodu (2.2-13) i ekscentryczne położenie wirnika (2.3-11), przy założeniu gładkiej powierzchni stojana i wirnika, można przybliżyć permeancję szczeliny powietrznej silnika wyrażeniem, które powstało w wyniku modulacji amplitudowej

$$\Lambda(x, \alpha_\mu, \varphi) = \frac{1}{\delta_0} \Lambda_{sat}^{pu}(x, \alpha_\mu, I_M) \Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) \quad (2.3-22)$$

Po rozwinięciu

$$\begin{aligned}\Lambda(x, \alpha_\mu, \varphi, I_M) &= \frac{1}{\delta_0} \sum_{\mu \in H_\mu} \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_\mu(I_M) \Lambda_{k,l} e^{j\mu(px-\alpha)} e^{jl x} e^{jk(x-\varphi)} = \\ &= \frac{1}{\delta_0} \sum_{\mu \in H_\mu} \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_\mu(I_M) \Lambda_{k,l} e^{j(\mu p + l + k)x} e^{-jk\varphi} e^{-j\mu\alpha}\end{aligned}\quad (2.3-23)$$

wprowadzając rząd m będący sumarycznym rzędem harmoniczych

$$m = \mu p + k + l \quad m \in H_m \quad (2.3-24)$$

otrzymano postać funkcji

$$\Lambda(x, \alpha_\mu, \varphi, I_M) = \sum_{m \in H_m} \sum_{k \in H_k} \sum_{\mu \in H_\mu} \Lambda_{m,k,\mu} e^{jmx} e^{-jk\varphi} e^{-j\mu\alpha} \quad (2.3-25)$$

gdzie:

$$\Lambda_{m,k,\mu} = \frac{1}{\delta_0} \Lambda_\mu(I_M) \cdot \Lambda_l \cdot \Lambda_k \quad (2.3-26)$$

Dokładność odwzorowania opisanych zjawisk przez funkcję permeancji zależy od liczby uwzględnionych wyrazów w szeregach funkcji modulujących permeancję główną: (2.2-24), (2.3-12), (2.3-13).

W wyniku mnożenia przez siebie szeregów otrzymano sumę składników o różnych amplitudach i operatorach obrotu. Rząd harmoniczych m , który zależy od rzędów l, k, μ należy do zbioru liczb

$$H_m = \{-m_{\max}, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, m_{\max}\} \quad (2.3-27)$$

Przykład 2.3-1 Zestawienie harmonicznych funkcji permeancji dla $m_{\max} = 4$, $k_{\max} = 4$,

$l_{\max} = 4$ i $\mu = 0, \pm 2$ zgodnie z (2.3-24)

Tabela 2.3-1 Zestawienie liczb: l , k , μ w zależności od m

m	μ	l	k
-4	-2	-4	4
		-3	3
		-2	2
		-1	1
		0	0
		1	-1
		2	-2
		3	-3
		4	-4
	0	-4	0
		-3	-1
		-2	-2
		-1	-3
		0	-4
		2	-4
		-2	4
		4	4
4	0	0	4
		1	3
		2	2
		3	1
	2	4	0
		-4	4
		-3	3
		-2	2
		-1	1
		0	0
		1	-1
		2	-2
	-2	3	-3
		4	-4
		1	4
		2	3
1	-2	3	2
		4	1
		-3	4
		-2	3
	0	-1	2
		0	1
		1	0
		2	-1
		3	-2
		4	-3
		-4	1
		-3	0
	2	-2	-1
		-1	-2
		0	-3
		1	-4
0	2	-2	-2
		-1	-3
		0	-4
		0	-4

m	μ	l	k
-3	-2	-3	4
		-2	3
		-1	2
		0	1
		1	0
		2	-1
		3	-2
		4	-3
	0	-4	1
		-3	0
		-2	-1
		-1	-2
		0	-3
		1	-4
		2	-4
		2	-3
3	-2	3	4
		4	3
		-1	4
		0	3
	0	1	2
		2	1
		3	0
		4	-1
		-4	3
		-3	2
		-2	1
		-1	0
	2	0	-1
		1	-2
		2	-3
		3	-4
-1	-2	-1	4
		0	3
		1	2
		2	1
	0	3	0
		4	-1
		-4	3
		-3	2
		-2	1
		-1	0
		0	-1
		1	-2
	2	2	-3
		3	-4
		-4	-1
		-3	-2
0	2	-2	-3
		-1	-4
		0	-4
		-3	-1

m	μ	l	k
-2	-2	-2	4
		-1	3
		0	2
		1	1
		2	0
		3	-1
		4	-2
		-4	2
	0	-3	1
		-2	0
		-1	-1
		0	-2
		1	-3
		2	-4
		-4	-2
		-3	-3
2	-2	2	4
		3	3
		4	2
		-2	4
	0	-1	3
		0	2
		1	1
		2	0
		3	-1
		4	-2
		-4	2
		-3	1
	2	-2	0
		-1	-1
		0	-2
		1	-3
0	0	2	-4
		-4	4
		-3	3
		-2	2
		-1	1
		0	0
		1	-1
		2	-2
	-2	3	-3
		4	-4
		0	4
		1	3
		2	2
		3	1
		4	0
		-4	0

Tabela 2.3-1 pokazuje zestawienie numerów k, l, μ harmoniczych funkcji permeancji składających się na rząd m według (2.3-24). Zbiory tych liczb dla danego m zostały wygenerowane dla silnika z ekscentrycznością, bez uwzględnienia zmian powierzchni szczeliny spowodowanej występowaniem żłobków na stojanie i wirniku. Można dodać, że przykład funkcji permeancji szczeliny uwzględniający nasycenie i zmianę szerokości szczeliny przez żłobki dla silnika pierścieniowego został przedstawiony w [13].

2.4 Indukcyjności uzwojeń

W celu wyznaczenia indukcyjności uzwojeń wykorzystano metodykę opracowaną w [38], [41], [73], gdzie przedstawiono ogólne wzory opisujące indukcyjności uzwojeń maszyn elektrycznych przy uwzględnieniu nierównomierności szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem a wirnikiem. W rozdz. 2.2 wykazano, że nasycenie obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej objawia się w funkcji permeancji matematycznie tak samo, jak nierównomierność szczeliny powietrznej, przy czym wartość tej funkcji zależy dodatkowo od pozycji maksimum pola magnetycznego i jego wartości reprezentowanych przez prąd magnesujący.

Indukcyjność wzajemna uzwojeń „a” i „b”, których osie magnetyczne są w miejscach x_a i x_b (rys. 2.1-1), dana jest wzorem [38], [74]

$$M_{ab}^{s/r/sr} = \frac{2\mu_0 r_c}{\pi} \int_{-l_c/2}^{l_c/2} \left(\sum_{v \in H_v} \sum_{m \in H_m} \sum_{\mu \in H_\mu} Q_1 \frac{N_a k_a^{|v|} N_b k_b^{|v+m|}}{|v| |v+m|} G e^{-jvx_a} e^{j(v+m)x_b} \right) dz \quad (2.3-28)$$

gdzie:

$$G = \left(\sum_{k_1 \in H_k} \sum_{\mu_1 \in H_\mu} \Lambda_{m,k_1,\mu_1} e^{-jk_1\varphi} e^{-j\mu_1\alpha} + \right. \\ \left. - Q_2 \frac{\sum_{k_2 \in H_k} \sum_{k_3 \in H_k} \sum_{\mu_2 \in H_\mu} \sum_{\mu_3 \in H_\mu} \Lambda_{-v,k_2,\mu_2} \Lambda_{m+v,k_3,\mu_3} e^{-j(k_2+k_3)\varphi} e^{-j(\mu_2+\mu_3)\alpha}}{\sum_{k_4 \in H_k} \sum_{\mu_4 \in H_\mu} \Lambda_{0,k_4,\mu_4} e^{-jk_4\varphi} e^{-j\mu_4\alpha}} \right) \quad (2.3-29)$$

N_a, N_b - liczba zwojów uzwojenia a i b ,

$k_a^{|\nu|}, k_b^{|\nu+m|}$ - współczynniki uzwojeń a i b dla harmoniczych ν i $\nu+m$,

r_c - promień wewnętrzny stojana,

l_c - długość rdzenia magnetycznego,

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni,

p - liczba par biegunów,

z - współrzędna poosiowa.

przy czym

- dla uzwojenia stojana

$$\begin{aligned} x_a &= (a-1)\beta_s; & x_b &= (b-1)\beta_s; \\ a &= 1, 2, 3; & b &= 1, 2, 3; & \beta_s &= \frac{2\pi}{3p} \end{aligned} \quad (2.3-30)$$

- dla uzwojenia wirnika

$$\begin{aligned} x_a &= (a-1)\beta_r + \varphi; & x_b &= (b-1)\beta_r + \varphi; \\ a &= 1, 2, 3; & b &= 1, 2, 3; & \beta_r &= \frac{2\pi}{N} \end{aligned} \quad (2.3-31)$$

Każde z uzwojeń stojana „a” i „b”, o liczbie par biegunów równej p , rozłożone symetrycznie na stojanie wytwarza siłę magnetomotoryczną opisaną szeregiem Fouriera, którego rzędy harmoniczych ν_s dla uzwojenia „a” i ρ_s dla uzwojenia „b” należą do takich samych zbiorów

$$\nu_s \in H_{\nu_s} = \{(2i_1 - 1)p; i_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \quad (2.3-32)$$

$$\rho_s \in H_{\rho_s} = \{(2i_2 - 1)p; i_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \quad (2.3-33)$$

Prądy płynące w symetrycznej klatce wirnika o liczbie prętów N wytwarzają przepływy opisane szeregiem Fouriera o numerach

$$\nu_r \in H_{\nu_r} = \{i_1; i_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \quad (2.3-34)$$

dla uzwojenia „a” oraz

$$\rho_r \in H_{\rho_r} = \{i_1; i_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \quad (2.3-35)$$

dla uzwojenia „b”. Współczynniki Q_1 i Q_2 występujące we wzorze (2.3-28) mogą przyjmować tylko dwie wartości: 0 lub 1, w zależności od poniższych warunków logicznych, które zostały przedstawione jako reguła:

$$Q_1 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \forall v, \forall v, m \in H_v \wedge m \in H_m \wedge (-v - m) \in H_\rho \\ 0 \text{ w przeciwnym wypadku} \end{cases} \quad (2.3-36)$$

$$Q_2 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow Q_1 = 1 \wedge v \in H_m \wedge (-v - m) \in H_m \\ 0 \text{ w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

Indukcyjność wzajemna (2.3-28) istnieje, jeżeli dla numerów harmoniczných: $v \in H_v$, $\rho \in H_\rho$ i $m \in H_m$ spełnione jest równanie

$$v + \rho + m = 0 \quad (2.3-37)$$

co jest tożsame z warunkiem $Q_1=1$ w pierwszym składniku (2.3-29). Drugi składnik tego wyrażenia występuje, jeżeli będzie spełniony warunek $Q_2=1$ wynikający z prawa Gaussa mówiącego o bezźródłowości pola magnetycznego.

2.5 Model matematyczny silnika

Model matematyczny silnika indukcyjnego klatkowego przedstawiony został za pomocą połączonych rezystancji i indukcyjności wzajemnie ze sobą sprzężonych, które odwzorowują obwody fazowe stojana i oczka klatki wirnika. Napięciowe równania różniczkowe w zapisie macierzowym przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^I \\ \mathbf{U}_r^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s^I & \\ & \mathbf{R}_r^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^I \\ \mathbf{I}_r^I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\sigma s}^I & \\ & \mathbf{L}_{\sigma r}^I \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^I \\ \mathbf{I}_r^I \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s^I & \mathbf{M}_{sr}^I \\ \mathbf{M}_{sr}^{I^T} & \mathbf{M}_r^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^I \\ \mathbf{I}_r^I \end{bmatrix} \right) \quad (2.4-1)$$

Równanie ruchu

$$J \frac{d\omega}{dt} + D\omega = T_e - T_m \quad (2.4-2)$$

gdzie:

- φ - kąt obrotu wirnika,
- ω - prędkość kątowna wirnika,
- J - moment bezwładności wirnika,
- D - współczynnik strat mechanicznych,
- T_m - moment obciążenia.

Moment elektromagnetyczny został wyrażony jako pochodna po kącie obrotu φ z funkcji E_{KO} koenergii pola magnetycznego

$$T_e = \frac{\partial E_{KO}(\varphi, i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, i_{r1}, i_{r2}, \dots, i_{rN})}{\partial \varphi} \quad (2.4-3)$$

$$\begin{aligned} E_{KO} \left(\varphi, \underbrace{i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}}_3, \underbrace{i_{r1}, i_{r2}, \dots, i_{rN}}_N \right) &= E_{KO}(\varphi, i_1, i_2, \dots, i_{N+3}) = \\ &= \sum_{n=1}^{3+N} \int_0^{i_n} \psi_n(\varphi, i_1, \dots, i_n, 0, \dots, 0) di_n = \\ &= \int_0^{i_1} \psi_1(\varphi, i_1, 0, \dots, 0) di_1 + \int_0^{i_2} \psi_2(\varphi, i_1, i_2, 0, \dots, 0) di_2 + \dots + \int_0^{i_n} \psi_n(\varphi, i_1, i_2, \dots, i_n) di_n \end{aligned} \quad (2.4-4)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_s^I \\ \Psi_r^I \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\sigma s}^I & \\ & \mathbf{L}_{\sigma r}^I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s^I & \mathbf{M}_{sr}^I \\ \mathbf{M}_{sr}^{I^T} & \mathbf{M}_r^I \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^I \\ \mathbf{I}_r^I \end{bmatrix} \quad (2.4-5)$$

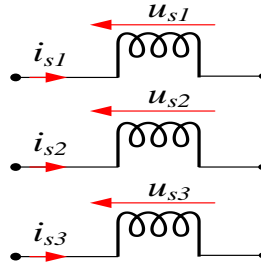
W powyższych równaniach zdefiniowano wektory zmiennych:

– wektor prądów fazowych stojana

$$\mathbf{I}_s^I = [i_{s1} \quad i_{s2} \quad i_{s3}]^T \quad (2.4-6)$$

– wektor napięć fazowych stojana

$$\mathbf{U}_s^I = [u_{s1} \quad u_{s2} \quad u_{s3}]^T \quad (2.4-7)$$



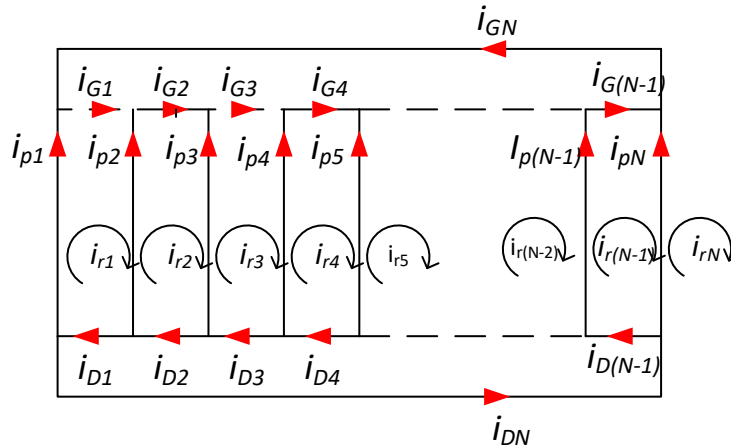
Rys. 2.5-1 Uzwojenie stojana

– wektor prądów oczkowych klatki wirnika

$$\mathbf{I}_r^I = [i_{r1} \quad i_{r2} \quad \dots \quad i_{rN}]^T \quad (2.4-8)$$

– wektor sumy spadków napięć oczek klatki wirnika

$$\mathbf{U}_r^I = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]_{(1 \times N)}^T \quad (2.4-9)$$



Rys. 2.5-2 Schemat uzwojeń klatki wirnika

Pozostałe wielkości:

N - liczba prętów klatki wirnika,

i_{pb} - prąd b -tego pręta,

I_{Gb} - prąd b -tego wycinka pierścienia zwierającego G ,

I_{Db} - prąd b -tego wycinka pierścienia zwierającego D .

Macierz rezystancji uzwojeń fazowych stojana ma postać

$$\mathbf{R}_s^I = \begin{bmatrix} R_{s1} & & \\ & R_{s2} & \\ & & R_{s3} \end{bmatrix} \quad (2.4-10)$$

W przypadku symetrii uzwojeń stojana rezystancje fazowe są sobie równe

$$R_s = R_{s1} = R_{s2} = R_{s3} \quad (2.4-11)$$

Macierz rezystancji klatki wirnika przybiera postać [59]

$$\mathbf{R}_r^I = \begin{bmatrix} R_{01} & -R_{B2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -R_{B1} \\ -R_{B2} & R_{02} & -R_{B3} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -R_{B3} & R_{03} & -R_{B4} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_{B4} & R_{04} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & R_{0(N-1)} & -R_{BN} \\ -R_{B1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & -R_{BN} & R_N \end{bmatrix} \quad (2.4-12)$$

gdzie:

$$R_{0b} = R_{Bb} + R_{B((b+1) \bmod N)} + R_{Gb} + R_{Db} \quad (2.4-13)$$

R_{Bb} - rezystancja b -tego pręta klatki,

R_{Gb} - rezystancja b -tego wycinka pierścienia zwierającego G ,

R_{Db} - rezystancja b -tego wycinka pierścienia zwierającego D .

Macierz indukcyjności rozproszenia uzwojeń fazowych stojana (2.4-14) nie uwzględnia wzajemnych sprzężeń magnetycznych przez strumień rozproszenia.

$$\mathbf{L}_{\sigma s}^I = \begin{bmatrix} L_{\sigma s1} & & \\ & L_{\sigma s2} & \\ & & L_{\sigma s3} \end{bmatrix} \quad (2.4-14)$$

Dla uzwojeń symetrycznych:

$$L_{\sigma s} = L_{\sigma s1} = L_{\sigma s2} = L_{\sigma s3}. \quad (2.4-15)$$

Macierz indukcyjności rozproszenia klatki wirnika ma postać [59]

$$\mathbf{L}_{\text{gr}}^{\text{I}} = \begin{bmatrix} L_{01} & -L_{B2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -L_{B1} \\ -L_{B2} & L_{02} & -L_{B3} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -L_{B3} & L_{03} & -L_{B4} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_{B4} & L_{04} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & L_{0(N-1)} & -L_{BN} \\ -L_{B1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & -L_{BN} & L_{0N} \end{bmatrix} \quad (2.4-16)$$

gdzie:

$$L_{0b} = L_{Bb} + L_{B((b+1) \bmod N)} + L_{Gb} + L_{Db} \quad (2.4-17)$$

L_{Bb} - indukcyjność rozproszenia b -tego pręta klatki

L_{Gb} - indukcyjność rozproszenia b -tego wycinka pierścienia zawierającego G

L_{Db} - indukcyjność rozproszenia b -tego wycinka pierścienia zawierającego D

Macierze indukcyjności własnych i wzajemnych mają strukturę przedstawioną poniżej przy czym wartości indukcyjności wyznaczono na podstawie (2.3-28).

- macierz indukcyjności uzwojenia stojana

$$\mathbf{M}_{\text{s}}^{\text{I}} = \begin{bmatrix} M_{11}^{\text{s}} & M_{12}^{\text{s}} & M_{13}^{\text{s}} \\ M_{21}^{\text{s}} & M_{22}^{\text{s}} & M_{23}^{\text{s}} \\ M_{31}^{\text{s}} & M_{32}^{\text{s}} & M_{33}^{\text{s}} \end{bmatrix} \quad (2.4-18)$$

- macierz indukcyjności klatki wirnika

$$\mathbf{M}_{\text{r}}^{\text{I}} = \begin{bmatrix} M_{11}^{\text{r}} & M_{12}^{\text{r}} & M_{13}^{\text{r}} & \cdots & M_{1N}^{\text{r}} \\ M_{21}^{\text{r}} & M_{22}^{\text{r}} & M_{23}^{\text{r}} & \cdots & M_{2N}^{\text{r}} \\ M_{31}^{\text{r}} & M_{32}^{\text{r}} & M_{33}^{\text{r}} & \cdots & M_{3N}^{\text{r}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{N1}^{\text{r}} & M_{N2}^{\text{r}} & M_{N3}^{\text{r}} & \cdots & M_{NN}^{\text{r}} \end{bmatrix} \quad (2.4-19)$$

- macierz indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik

$$\mathbf{M}_{sr}^I = \begin{bmatrix} M_{11}^{sr} & M_{12}^{sr} & M_{13}^{sr} & \cdots & M_{1N}^{sr} \\ M_{21}^{sr} & M_{22}^{sr} & M_{23}^{sr} & \cdots & M_{2N}^{sr} \\ M_{31}^{sr} & M_{32}^{sr} & M_{33}^{sr} & \cdots & M_{3N}^{sr} \end{bmatrix} \quad (2.4-20)$$

2.6 Korzyści transformacji do składowych symetrycznych

Uporządkowaną strukturę macierzową modelu silnika indukcyjnego, którą można wykorzystać do analizy uzyskuje się dokonując transformacji układu ze współrzędnych naturalnych do składowych symetrycznych. W tym celu mnoży się wektory napięć i prądów przez macierze transformacji, odpowiednio dla stojana

$$\mathbf{S}_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \quad (2.5-1)$$

gdzie:

$$\underline{a} = e^{j\frac{2}{3}\pi} \quad (2.5-2)$$

i wirnika

$$\mathbf{S}_r = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \underline{b} & \underline{b}^2 & \underline{b}^3 & \cdots & \underline{b}^{(N-1)} \\ 1 & \underline{b}^2 & \underline{b}^4 & \underline{b}^6 & \cdots & \underline{b}^{2(N-1)} \\ 1 & \underline{b}^3 & \underline{b}^6 & \underline{b}^9 & \cdots & \underline{b}^{3(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \underline{b}^{(N-1)} & \underline{b}^{2(N-1)} & \underline{b}^{3(N-1)} & \cdots & \underline{b}^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad (2.5-3)$$

gdzie:

$$\underline{b} = e^{j\frac{2\pi}{N}} \quad (2.5-4)$$

Po przeprowadzeniu transformacji układu równań (2.4-1) otrzymano reprezentację wektorową silnika indukcyjnego w składowych symetrycznych

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^{\Pi} \\ \mathbf{U}_r^{\Pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s^{\Pi} & \\ & \mathbf{R}_r^{\Pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^{\Pi} \\ \mathbf{I}_r^{\Pi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\sigma s}^{\Pi} & \\ & \mathbf{L}_{\sigma r}^{\Pi} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^{\Pi} \\ \mathbf{I}_r^{\Pi} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s^{\Pi} & \mathbf{M}_{sr}^{\Pi} \\ \mathbf{M}_{sr}^{\Pi^T} & \mathbf{M}_r^{\Pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^{\Pi} \\ \mathbf{I}_r^{\Pi} \end{bmatrix} \right) \quad (2.5-5)$$

Poszczególne macierze i wektory otrzymano dokonując przekształceń:

$$\mathbf{U}_s^{\Pi} = \mathbf{S}_s \mathbf{U}_s^{\text{I}} \quad \mathbf{U}_r^{\Pi} = \mathbf{S}_r \mathbf{U}_r^{\text{I}} \quad (2.5-6)$$

$$\mathbf{I}_s^{\Pi} = \mathbf{S}_s \mathbf{I}_s^{\text{I}} \quad \mathbf{I}_r^{\Pi} = \mathbf{S}_r \mathbf{I}_r^{\text{I}} \quad (2.5-7)$$

$$\mathbf{R}_s^{\Pi} = \mathbf{S}_s \mathbf{R}_s^{\text{I}} \mathbf{S}_s^T \quad \mathbf{R}_r^{\Pi} = \mathbf{S}_r \mathbf{R}_r^{\text{I}} \mathbf{S}_r^T \quad (2.5-8)$$

$$\mathbf{L}_{\sigma s}^{\Pi} = \mathbf{S}_s \mathbf{L}_{\sigma s}^{\text{I}} \mathbf{S}_s^T \quad \mathbf{L}_{\sigma r}^{\Pi} = \mathbf{S}_r \mathbf{L}_{\sigma r}^{\text{I}} \mathbf{S}_r^T \quad (2.5-9)$$

$$\mathbf{M}_s^{\Pi} = \mathbf{S}_s \mathbf{M}_s^{\text{I}} \mathbf{S}_s^T \quad \mathbf{M}_r^{\Pi} = \mathbf{S}_r \mathbf{M}_r^{\text{I}} \mathbf{S}_r^T \quad (2.5-10)$$

$$\mathbf{M}_{sr}^{\Pi} = \mathbf{S}_s \mathbf{M}_{sr}^{\text{I}} \mathbf{S}_r^T \quad \mathbf{M}_{rs}^{\Pi} = \mathbf{M}_{sr}^{\Pi^T} \quad (2.5-11)$$

Wektory napięć i prądów przyjmują postać:

- wektor napięć stojana

$$\mathbf{U}_s^{\Pi} = \begin{bmatrix} u_s^{(0)} & \underline{u}_s^{(1)} & \underline{u}_s^{(2)} \end{bmatrix}^T \quad (2.5-12)$$

- wektor prądów stojana

$$\mathbf{I}_s^{\Pi} = \begin{bmatrix} i_s^{(0)} & \underline{i}_s^{(1)} & \underline{i}_s^{(2)} \end{bmatrix}^T \quad (2.5-13)$$

- wektor prądów wirnika

$$\mathbf{I}_r^{\Pi} = \begin{bmatrix} i_r^{(0)} & \underline{i}_r^{(1)} & \underline{i}_r^{(2)} & \dots & \underline{i}_r^{(N-1)} \end{bmatrix}^T \quad (2.5-14)$$

Macierz rezystancji stojana ma formę

$$\mathbf{R}_s^{\Pi} = \begin{bmatrix} R_{s0} & \underline{R}_s^* & \underline{R}_s \\ \underline{R}_s & R_{s0} & \underline{R}_s^* \\ \underline{R}_s^* & \underline{R}_s & R_{s0} \end{bmatrix} \quad (2.5-15)$$

gdzie:

$$R_{s0} = \frac{1}{3}(R_{s1} + R_{s2} + R_{s3}) \quad (2.5-16)$$

$$\underline{R}_s = \frac{1}{3}(R_{s1} + \underline{a}R_{s2} + \underline{a}^2R_{s3}) \quad (2.5-17)$$

Macierz rezystancji klatki wirnika przedstawia się w postaci

$$\mathbf{R}_r^{\Pi} = \begin{bmatrix} R_{00}^r & \underline{R}_{01}^r & \underline{R}_{02}^r & \cdots & \underline{R}_{02}^{r*} & \underline{R}_{01}^{r*} \\ \underline{R}_{01}^{r*} & R_{11}^r & \underline{R}_{12}^r & \cdots & \underline{R}_{1(N-2)}^r & \underline{R}_{1(N-1)}^r \\ \underline{R}_{02}^{r*} & \underline{R}_{12}^{r*} & R_{22}^r & \cdots & \underline{R}_{2(N-2)}^r & \underline{R}_{2(N-1)}^r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{R}_{02}^r & \underline{R}_{1(N-2)}^{r*} & \underline{R}_{2(N-2)}^{r*} & \cdots & R_{22}^r & \underline{R}_{12}^r \\ \underline{R}_{01}^r & \underline{R}_{1(N-1)}^{r*} & \underline{R}_{2(N-1)}^{r*} & \cdots & \underline{R}_{12}^{r*} & R_{11}^r \end{bmatrix}_{(N \times N)} \quad (2.5-18)$$

gdzie:

$$\underline{R}_{WK}^r = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[R_{0n} - R_{Bn} \left(\underline{b}^K + \underline{b}^{-W} \right) \right] \underline{b}^{(n-1)(W-K)} \Big|_{\underline{b}=e^{j\frac{2\pi}{N}}} \quad (2.5-19)$$

$$\underline{R}_{00}^r = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N R_{0n} - 2R_{Bn} \quad (2.5-20)$$

$$W, K = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.5-21)$$

Macierz indukcyjności rozproszenia stojana przedstawia się w postaci

$$\mathbf{L}_{\sigma s}^{\Pi} = \begin{bmatrix} L_{\sigma s0} & \underline{L}_{\sigma s}^* & \underline{L}_{\sigma s} \\ \underline{L}_{\sigma s} & L_{\sigma s0} & \underline{L}_{\sigma s}^* \\ \underline{L}_{\sigma s}^* & \underline{L}_{\sigma s} & L_{\sigma s0} \end{bmatrix} \quad (2.5-22)$$

gdzie:

$$L_{\sigma s 0} = \frac{1}{3}(L_{\sigma s 1} + L_{\sigma s 2} + L_{\sigma s 3}) \quad (2.5-23)$$

$$\underline{L}_{\sigma s} = \frac{1}{3}(L_{\sigma s 1} + \underline{a}L_{\sigma s 2} + \underline{a}^2L_{\sigma s 3}) \quad (2.5-24)$$

Macierz indukcyjności rozproszenia klatki wirnika ma strukturę podobną do macierzy rezystancji

$$\mathbf{L}_{\sigma r}^{\Pi} = \begin{bmatrix} L_{00}^r & \underline{L}_{01}^r & \underline{L}_{02}^r & \cdots & \underline{L}_{02}^{r*} & \underline{L}_{01}^{r*} \\ \underline{L}_{01}^{r*} & L_{11}^r & \underline{L}_{12}^r & \cdots & \underline{L}_{1(N-2)}^r & \underline{L}_{1(N-1)}^r \\ \underline{L}_{02}^{r*} & \underline{L}_{12}^{r*} & L_{22}^r & \cdots & \underline{L}_{2(N-2)}^r & \underline{L}_{2(N-1)}^r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{L}_{02}^r & \underline{L}_{1(N-2)}^{r*} & \underline{L}_{2(N-2)}^{r*} & \cdots & L_{22}^r & \underline{L}_{12}^r \\ \underline{L}_{01}^r & \underline{L}_{1(N-1)}^{r*} & \underline{L}_{2(N-1)}^{r*} & \cdots & \underline{L}_{12}^{r*} & L_{11}^r \end{bmatrix}_{(N \times N)} \quad (2.5-25)$$

gdzie:

$$\underline{L}_{WK}^r = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[L_{0n} - L_{Bn} \left(\underline{b}^K + \underline{b}^{-W} \right) \right] \underline{b}^{(n-1)(W-K)} \Big|_{\underline{b}=e^{j\frac{2\pi}{N}}} \quad (2.5-26)$$

$$\underline{L}_{00}^r = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N L_{0n} - 2L_{Bn} \quad (2.5-27)$$

$$W, K = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.5-28)$$

Macierz indukcyjności stojana ma strukturę wyznaczoną przez \mathbf{Q}_s

$$\mathbf{M}_s^{\Pi} = 3 \sum_{\mu \in H_{\mu}} \sum_{v \in H_{v_s}} \sum_{m \in H_m} \sum_{k \in H_k} M_{v,m}^s e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} \mathbf{Q}_s \quad (2.5-29)$$

gdzie:

$$\mathbf{Q}_s = \begin{bmatrix} 1_{m_s^{(0,0)} = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(0)} \in H_m} & 1_{m_s^{(0,1)} = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \in H_m} & 1_{m_s^{(0,2)} = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(2)} \in H_m} \\ 1_{m_s^{(1,0)} = -v_s^{(1)} - \rho_s^{(0)} \in H_m} & 1_{m_s^{(1,1)} = -v_s^{(1)} - \rho_s^{(1)} \in H_m} & 1_{m_s^{(1,2)} = -v_s^{(1)} - \rho_s^{(2)} \in H_m} \\ 1_{m_s^{(2,0)} = -v_s^{(2)} - \rho_s^{(0)} \in H_m} & 1_{m_s^{(2,1)} = -v_s^{(2)} - \rho_s^{(1)} \in H_m} & 1_{m_s^{(2,2)} = -v_s^{(2)} - \rho_s^{(2)} \in H_m} \end{bmatrix} \quad (2.5-30)$$

Macierz indukcyjności wirnika ma strukturę wyznaczoną przez \mathbf{Q}_r

$$\mathbf{M}_r^{\Pi} = N \sum_{\mu \in H_{\mu}} \sum_{v \in H_{v_r}} \sum_{m \in H_m} \sum_{k \in H_k} M_{v,m}^r e^{-j\mu\alpha} e^{j(m-k)\varphi} \cdot \mathbf{Q}_r \quad (2.5-31)$$

gdzie:

$$\mathbf{Q}_r = \begin{bmatrix} 1_{m_r^{(0,0)} = -v_r^{(0)} - \rho_r^{(0)} \in H_m} & 1_{m_r^{(0,1)} = -v_r^{(0)} - \rho_r^{(1)} \in H_m} & \cdots & 1_{m_r^{(0,N-1)} = -v_r^{(0)} - \rho_r^{(N-1)} \in H_m} \\ 1_{m_r^{(1,0)} = -v_r^{(1)} - \rho_r^{(0)} \in H_m} & 1_{m_r^{(1,1)} = -v_r^{(1)} - \rho_r^{(1)} \in H_m} & \cdots & 1_{m_r^{(1,N-1)} = -v_r^{(1)} - \rho_r^{(N-1)} \in H_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1_{m_r^{(N-1,0)} = -v_r^{(N-1)} - \rho_r^{(0)} \in H_m} & 1_{m_r^{(N-1,1)} = -v_r^{(N-1)} - \rho_r^{(1)} \in H_m} & \cdots & 1_{m_r^{(N-1,N-1)} = -v_r^{(N-1)} - \rho_r^{(N-1)} \in H_m} \end{bmatrix} \quad (2.5-32)$$

Macierz indukcyjności wzajemnej stojan-wirnik ma strukturę wyznaczoną przez \mathbf{Q}_{sr}

$$\mathbf{M}_{sr}^{\Pi} = \sqrt{3 \cdot N} \sum_{\mu \in H_{\mu}} \sum_{v \in H_{v_s}} \sum_{m \in H_m} \sum_{k \in H_k} M_{v,m}^{sr} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \mathbf{Q}_{sr} \quad (2.5-33)$$

$$\mathbf{Q}_{sr} = \begin{bmatrix} 1_{m_{sr}^{(0,0)} = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(0)} \in H_m} & 1_{m_{sr}^{(0,1)} = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(1)} \in H_m} & \cdots & 1_{m_{sr}^{(0,N-1)} = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(N-1)} \in H_m} \\ 1_{m_{sr}^{(1,0)} = -v_s^{(1)} - \rho_r^{(0)} \in H_m} & 1_{m_{sr}^{(1,1)} = -v_s^{(1)} - \rho_r^{(1)} \in H_m} & \cdots & 1_{m_{sr}^{(1,N-1)} = -v_s^{(1)} - \rho_r^{(N-1)} \in H_m} \\ 1_{m_{sr}^{(2,0)} = -v_s^{(2)} - \rho_r^{(0)} \in H_m} & 1_{m_{sr}^{(2,1)} = -v_s^{(2)} - \rho_r^{(1)} \in H_m} & \cdots & 1_{m_{sr}^{(2,N-1)} = -v_s^{(2)} - \rho_r^{(N-1)} \in H_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{3 \times N} \quad (2.5-34)$$

Poniżej przedstawiono objaśnienia do przedstawionych struktur macierzy indukcyjności. Wynika z nich to, że transformacja równań z układu współrzędnych naturalnych do składowych symetrycznych przyporządkowuje indukcyjności do pozycji w macierzy w zależności od numerów harmoniczych v oraz $v+m$. Dzięki temu z góry możliwe jest określenie indukcyjności w dowolnej komórce macierzy. Wprowadzono oznaczenia: W – numer wiersza macierzy, K – numer kolumny macierzy. Wiersz i kolumna pierwsza mają odpowiednio numery $W=0$ i $K=0$. Właściwości macierzy rozpatrzono osobno.

Dla macierzy indukcyjności stojana

$$\forall v_s \in H_{v_s}, v_s^{(W)} = v_s \Leftrightarrow \left(\frac{v_s}{p} \right) \bmod 3 = W \quad (2.5-35)$$

$$\forall \rho_s \in H_{\rho_s}, \rho_s^{(K)} = \rho_s \Leftrightarrow \left(-\frac{\rho_s}{p} \right) \bmod 3 = K \quad (2.5-36)$$

z tego wynika, że w W -tym wierszu i K -tej kolumnie występują harmoniczne o numerach:

$$\nu_s^{(W)} = (3 - 2W + 6i_1) p \quad i_1=0,\pm 1,\pm 2... \quad (2.5-37)$$

$$\rho_s^{(K)} = -(3 - 2K + 6i_2) p \quad i_2=0,\pm 1,\pm 2... \quad (2.5-38)$$

$$m_s^{(W,K)} = -\nu_s^{(W)} - \rho_s^{(K)} \Leftrightarrow m_s^{(W,K)} \in H_m \quad (2.5-39)$$

Dla macierzy indukcyjności wirnika:

$$\forall \nu_r \in H_{\nu_r}, \nu_r^{(W)} = \nu_r \Leftrightarrow \nu_r \bmod N = W \quad (2.5-40)$$

$$\forall \rho_r \in H_{\rho_r}, \rho_r^{(K)} = \rho_r \Leftrightarrow -\rho_r \bmod N = K \quad (2.5-41)$$

z tego wynika, że w W -tym wierszu i K -tej kolumnie występują harmoniczne o numerach:

$$\nu_r^{(W)} = W + N \cdot i_1 \quad i_1=0,\pm 1,\pm 2... \quad (2.5-42)$$

$$\rho_r^{(K)} = -K + N \cdot i_2 \quad i_2=0,\pm 1,\pm 2... \quad (2.5-43)$$

$$m_r^{(W,K)} = -\nu_r^{(W)} - \rho_r^{(K)} \Leftrightarrow m_r^{(W,K)} \in H_m \quad (2.5-44)$$

Dla macierzy indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik:

$$\forall \nu_s \in H_{\nu_s}, \nu_s^{(W)} = \nu_s \Leftrightarrow \left(\frac{\nu_s}{p} \right) \bmod 3 = W \quad (2.5-45)$$

$$\forall \rho_r \in H_{\rho_r}, \rho_r^{(K)} = \rho_r \Leftrightarrow -\rho_r \bmod N = K \quad (2.5-46)$$

Z tego wynika, że w W -tym wierszu i K -tej kolumnie występują harmoniczne o numerach:

$$\nu_s^{(W)} = (3 - 2W + 6i_1) p \quad i_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.5-47)$$

$$\rho_r^{(K)} = -K + N \cdot i_2 \quad i_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.5-48)$$

$$m_{sr}^{(W,K)} = -\nu_s^{(W)} - \rho_r^{(K)} \Leftrightarrow m_{sr}^{(W,K)} \in H_m \quad (2.5-49)$$

Przykład 2.6-1 Rozkład harmoniczych $\{\nu, \rho, m\}$ w macierzy \mathbf{M}_{sr}^{Π}

Przepływ magnetyczny uzwojenia stojana, o liczbie par biegunów p przybliżono szeregiem Fouriera zawierającym harmoniczne rzędu

$$H_{\nu_s} = \{\pm p, \pm 3p, \pm 5p, \pm 7p, \pm 9p, \pm 11p, \pm 13p, \pm 15p\}, \nu_s \in H_{\nu_s},$$

natomiast przepływ klatki wirnika o liczbie prętów N zawiera harmoniczne szeregu Fouriera rzędu

$$H_{\rho_r} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N\}, \rho_r \in H_{\rho_r}.$$

Zbiór harmoniczych funkcji permeancji szczeliny ograniczono do rzędu

$$H_m = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\}, m \in H_m.$$

Tabela 2.6-1 Przykładowe zestawienie numerów harmonicznych $\{\nu, \rho, m\}$ w komórkach macierzy \mathbf{M}_{sr}^{Π} dla $p=2$ i $N=28$

	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m
	0			1			2			3			4			5			6		
0	-30	28	2	-30	27	3	6	-2	-4	6	-3	-3	6	-4	-2	6	-5	-1	6	-6	0
	30	-28	-2				-30	26	4										-18	22	-4
1	26	-28	2	2	-1	-1	2	-2	0	2	-3	1	2	-4	2	2	-5	3	2	-6	4
							-22	26	-4	-22	25	-3	-22	24	-2	-22	23	-1	-22	22	0
2	-26	28	-2	-2	-1	3	-2	-2	4	-26	25	1	-26	24	2	-26	23	3	10	-6	-4
				-26	27	-1	-26	26	0										-26	22	4
	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m
	7			8			9			10			11			12			13		
0	6	-7	1	6	-8	2	6	-9	3	6	-10	4	-18	17	1	-18	16	2	-18	15	3
	-18	21	-3	-18	20	-2	-18	19	-1	-18	18	0									
1	-22	21	1	-22	20	2	-22	19	3	14	-10	-4	14	-11	-3	14	-12	-2	14	-13	-1
										-22	18	4									
2	10	-7	-3	10	-8	-2	10	-9	-1	10	-10	0	10	-11	1	10	-12	2	10	-13	3
										-14	18	-4	-14	17	-3	-14	16	-2	-14	15	-1
	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m
	14			15			16			17			18			19			20		
0	-18	14	4	18	-15	-3	18	-16	-2	18	-17	-1	-6	10	-4	-6	9	-3	-6	8	-2
	18	-14	-4										18	-18	0	18	-19	1	18	-20	2
1	-10	14	-4	-10	13	-3	-10	12	-2	-10	11	-1	-10	10	0	-10	9	1	-10	8	2
	14	-14	0	14	-15	1	14	-16	2	14	-17	3	14	-18	4						
2	10	-14	4	-14	13	1	-14	12	2	-14	11	3	-14	10	4	22	-19	-3	22	-20	-2
	-14	14	0										22	-18	-4						
	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m	ν	ρ	m
	21			22			23			24			25			26			27		
0	-6	7	-1	-6	6	0	-6	5	1	-6	4	2	-6	3	3	-6	2	4	30	-27	-3
	18	-21	3	18	-22	4										30	-26	-4			
1	-10	7	3	-10	6	4	26	-23	-3	26	-24	-2	26	-25	-1	2	2	-4	2	1	-3
				26	-22	-4										26	-26	0	26	-27	1
2	22	-21	-1	-2	6	-4	-2	5	-3	-2	4	-2	-2	3	-1	-2	2	0			
				22	-22	0	22	-23	1	22	-24	2	22	-25	3	22	-26	4	-2	1	1

Kolorem żółtym zostały zaznaczone numery wierszy i kolumn macierzy odpowiadającym numerom składowych symetrycznych prądów stojana i wirnika. W niektórych komórkach występują po dwa zestawienia $\{\nu, \rho, m\}$ co jest spowodowane przyjętymi ograniczeniami rzędów harmonicznych w zbiorach H_{ν_s} , H_{ρ_r} i H_m .

Głównym czynnikiem decydującym o kształcie macierzy \mathbf{M}_{sr}^{Π} jest nie tylko liczba uwzględnionych harmonicznych przepływu, ale przede wszystkim funkcja permeancji magnetycznej. Warto zwrócić uwagę, że m przyjmuje określone wartości w zależności od rodzaju szczeliny, co zostało zaprezentowane w rozdziale 2.3. W tym

przypadku macierz \mathbf{M}_{sr}^{Π} , wypełniona harmonicznymi przedstawionymi w tabeli 2.6-1, reprezentuje silnik z obustronnie nierównomierną szczeliną.

2.7 Składowa zerowa napięcia stojana

W tym rozdziale wyprowadzono równanie na składową zerową napięcia stojana uwzględniając struktury macierzy indukcyjności i wektory prądów. W celu wyznaczenia częstotliwości charakterystycznych dla danego typu uszkodzenia silnika dokonano podziału na cztery składniki. Następnie, wykorzystując właściwości macierzy i wektorów składowych symetrycznych, zmieniono postać równania na trygonometryczną.

Równania napięciowe stojana dla stanów nieustalonych:

– struktura ogólna

$$\mathbf{U}_s^{\Pi} = \mathbf{R}_s^{\Pi} \mathbf{I}_s^{\Pi} + \mathbf{L}_{\sigma s}^{\Pi} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_s^{\Pi} + \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s^{\Pi} & \mathbf{M}_{sr}^{\Pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s^{\Pi} \\ \mathbf{I}_r^{\Pi} \end{bmatrix} \right) \quad (2.6-1)$$

– struktura macierzowa

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_s^{(0)} \\ \underline{u}_s^{(1)} \\ \underline{u}_s^{(2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_{s0} & \underline{R}_s^* & \underline{R}_s \\ \underline{R}_s & R_{s0} & \underline{R}_s^* \\ \underline{R}_s^* & \underline{R}_s & R_{s0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^{(0)} \\ \underline{i}_s^{(1)} \\ \underline{i}_s^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{\sigma s0} & \underline{L}_{\sigma s}^* & \underline{L}_{\sigma s} \\ \underline{L}_{\sigma s} & L_{\sigma s0} & \underline{L}_{\sigma s}^* \\ \underline{L}_{\sigma s}^* & \underline{L}_{\sigma s} & L_{\sigma s0} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_s^{(0)} \\ \underline{i}_s^{(1)} \\ \underline{i}_s^{(2)} \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{d}{dt} \left(3 \sum_{v,m,\mu,k} M_{v,m}^s e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} \mathbf{Q}_s \begin{bmatrix} i_s^{(0)} \\ \underline{i}_s^{(1)} \\ \underline{i}_s^{(2)} \end{bmatrix} \right) + \\ &+ \frac{d}{dt} \left(\sqrt{3 \cdot N} \sum_{v,m,\mu,k} M_{v,m}^{sr} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \mathbf{Q}_{sr} \begin{bmatrix} i_r^{(0)} \\ \underline{i}_r^{(1)} \\ \underline{i}_r^{(2)} \\ \vdots \\ \underline{i}_r^{(N-1)} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2.6-2)$$

W celu przeprowadzenia szczegółowej analizy wyrażenia na składową zerową napięcia dokonano podziału na składniki:

$$u_s^{(0)} = u_{R_s}^{(0)} + u_{L_{\sigma s}}^{(0)} + u_{M_s}^{(0)} + u_{M_{sr}}^{(0)} \quad (2.6-3)$$

gdzie:

$$u_{R_s}^{(0)} = \begin{bmatrix} R_{s0} & \underline{R}_s^* & \underline{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^{(0)} \\ i_s^{(1)} \\ i_s^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2.6-4)$$

$$u_{L_{\sigma s}}^{(0)} = \begin{bmatrix} L_{\sigma s0} & \underline{L}_{\sigma s}^* & \underline{L}_{\sigma s} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_s^{(0)} \\ i_s^{(1)} \\ i_s^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2.6-5)$$

$$u_{M_s}^{(0)} = \frac{d}{dt} \left(3 \sum_{v,m,\mu,k} M_{v,m}^s e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} \mathbf{Q}_s^{(0,0\div 2)} \begin{bmatrix} i_s^{(0)} \\ i_s^{(1)} \\ i_s^{(2)} \end{bmatrix} \right) \quad (2.6-6)$$

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \frac{d}{dt} \left(\sqrt{3 \cdot N} \sum_{v,m,\mu,k} M_{v,m}^{sr} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0\div N-1)} \begin{bmatrix} i_r^{(0)} \\ i_r^{(1)} \\ i_r^{(2)} \\ \vdots \\ i_r^{(N-1)} \end{bmatrix} \right) \quad (2.6-7)$$

Zgodnie z rozdziałem 2.6:

$$\mathbf{Q}_s^{(0,0\div 2)} = \begin{bmatrix} 1_{m_s^{(0,0)} = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(0)} \in H_m} & 1_{m_s^{(0,1)} = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \in H_m} & 1_{m_s^{(0,2)} = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(2)} \in H_m} \end{bmatrix} \quad (2.6-8)$$

$$\mathbf{Q}_{sr}^{(0,0\div N-1)} = \begin{bmatrix} 1_{m_{sr}^{(0,0)} = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(0)} \in H_m} & 1_{m_{sr}^{(0,1)} = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(1)} \in H_m} & \cdots & 1_{m_{sr}^{(0,N-1)} = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(N-1)} \in H_m} \end{bmatrix} \quad (2.6-9)$$

Górne indeksy macierzy \mathbf{Q}_{sr} i \mathbf{Q}_s wskazują na współrzędne komórki w macierzy, a notacja np. $(0, 0 \div N-1)$ oznacza: wiersz o numerze 0 i kolumny od numeru 0 do $N-1$.

Wyrażenia (2.6-4) - (2.6-7) odpowiadają spadkom napięć na poszczególnych elementach obwodu składowej zerowej prądu. Do analizy składowej zerowej napięcia dla silnika połączonego w gwiazdę bez przewodu neutralnego należy przyjąć:

$$i_s^{(0)} = 0 \quad (2.6-10)$$

(1) Składowa zerowa napięcia stojana indukowana przez strumień własny stojana

$$u_{M_s}^{(0)} = 3 \frac{d}{dt} \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^s \left[e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} \underline{i}_s^{(1)} \quad e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} \underline{i}_s^{(2)} \right] \mathbf{Q}_s^{(0,1 \div 2)^T} \quad (2.6-11)$$

Zapisując wektor prądu stojana w postaci wykładniczej

$$\underline{i}_s^{(1)} = \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| e^{j\alpha_s^{(1)}} \quad (2.6-12)$$

oraz korzystając z właściwości wektorów składowych symetrycznych

$$\underline{i}_s^{(2)} = \underline{i}_s^{(1)*} \quad (2.6-13)$$

$$\left| \underline{i}_s^{(2)} \right| = \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \quad (2.6-14)$$

$$\underline{i}_s^{(2)} = \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| e^{-j\alpha_s^{(1)}} \quad (2.6-15)$$

równanie (2.6-11) przyjmuje postać

$$u_{M_s}^{(0)} = 3 \frac{d}{dt} \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^s \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \left[e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} e^{j\alpha_s^{(1)}} \quad e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} e^{-j\alpha_s^{(1)}} \right] \mathbf{Q}_s^{(0,1 \div 2)^T} \quad (2.6-16)$$

Wykorzystując to, że wyrazy macierzy \mathbf{M}_s^{Π} są sprzężone, a konkretnie wykorzystując równość

$$\mathbf{M}_s^{\Pi}(0,2) = \mathbf{M}_s^{\Pi}(0,1)^* \quad (2.6-17)$$

można przekształcić równanie (2.6-16) do postaci

$$u_{M_s}^{(0)} = 6 \frac{d}{dt} \left(\sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^s \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \cdot \operatorname{Re} \left\{ e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} e^{j\alpha_s^{(1)}} \right\} \cdot \mathbf{Q}_s^{(0,1)} \right) \quad (2.6-18)$$

a następnie, korzystając z tożsamości Eulera, przejść do formy trygonometrycznej

$$u_{M_s}^{(0)} = 6 \frac{d}{dt} \left(\sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^s \cos \left(-\mu\alpha - k\varphi + \alpha_s^{(1)} \right) \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \cdot \mathbf{Q}_s^{(0,1)} \right) \quad (2.6-19)$$

(2) Składowa zerowa napięcia stojana indukowana przez strumień wirnika

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left(\sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \begin{bmatrix} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \underline{i}_r^{(0)} & e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \underline{i}_r^{(1)} \\ e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \underline{i}_r^{(2)} & \dots & e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \underline{i}_r^{(N-1)} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0 \div N-1)^T} \right) \quad (2.6-20)$$

Powyższe równanie należy rozpatrzeć dla dwóch przypadków wektora prądu wirnika. Jeżeli liczba prętów klatki wirnika jest liczbą nieparzystą, wówczas wektor prądów wirnika po transformacji do składowych symetrycznych zawiera $(N-1)$ prądów zespolonych i składową zerową, która jest liczbą rzeczywistą. W przypadku parzystej liczby prętów wirnika, wektor prądów składowych symetrycznych posiada $(N-2)$ prądy zespolone oraz dwie składowe symetryczne o numerach (0) i $\left(\frac{N-2}{2}\right)$, które mają zerową część urojoną.

Przy parzystej liczbie prętów wirnika

$$\mathbf{M}_{sr}^{\Pi}(0, N-b) = \mathbf{M}_{sr}^{\Pi}(0, b)^*_{b=\left\{1,2,\dots,\frac{N-2}{2}\right\}} \quad (2.6-21)$$

$$\underline{i}_r^{(N-b)} = \underline{i}_r^{(b)*}_{b=\left\{1,2,\dots,\frac{N-2}{2}\right\}} \quad (2.6-22)$$

Przekształcając równanie (2.6-20) otrzymuje się

$$u_{M_{SR}}^{(0)} = \sqrt{3N} \frac{d}{dt} \left(\operatorname{Re} \left\{ \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left(\begin{bmatrix} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{(0)} & e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{\left(\frac{N}{2}\right)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} \\ \mathbf{Q}_{sr}^{\left(0,\frac{N}{2}\right)} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{(1)} & \dots & e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{\left(\frac{N-2}{2}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,1)} \\ \mathbf{Q}_{sr}^{(0,2)} \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{sr}^{\left(0,\frac{N-2}{2}\right)} \end{bmatrix} \right) \right\} \right) \quad (2.6-23)$$

Po przekształceniach

$$u_{M_{SR}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left(\operatorname{Re} \left\{ \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left(\begin{bmatrix} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{(0)} & e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{\left(\frac{N}{2}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} \\ \mathbf{Q}_{sr}^{\left(0,\frac{N}{2}\right)} \end{bmatrix} + 2 \sum_{b=1}^{\frac{N-2}{2}} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{(b)} \cdot \mathbf{Q}_{sr}^{(0,b)} \right) \right\} \right) \quad (2.6-24)$$

Zapisując składowe symetryczne prądu wirnika w zależności od kąta obrotu wektora

$$\dot{i}_r^{(b)} = \left| \dot{i}_r^{(b)} \right| e^{j\alpha_r^{(b)}} \quad (2.6-25)$$

otrzymano postać równania

$$u_{M_{SR}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left(\operatorname{Re} \left\{ \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left(\begin{bmatrix} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{(0)} & e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \dot{i}_r^{\left(\frac{N}{2}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} \\ \mathbf{Q}_{sr}^{\left(0,\frac{N}{2}\right)} \end{bmatrix} + 2 \sum_{b=1}^{\frac{N-2}{2}} e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} \left| \dot{i}_r^{(b)} \right| e^{j\alpha_r^{(b)}} \cdot \mathbf{Q}_{sr}^{(0,b)} \right) \right\} \right) \quad (2.6-26)$$

gdzie b – numer składowej symetrycznej prądu wirnika.

Wykorzystując tożsamość Eulera można przejść do postaci trygonometrycznej

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left[\cos(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi) i_r^{(0)} \right. \right. \\ \left. \left. \cos(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi) i_r^{(\frac{N}{2})} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} \\ \mathbf{Q}_{sr}^{(0,\frac{N}{2})} \end{array} \right] \right. \\ \left. + 2 \sum_{b=1}^{\frac{N-2}{2}} \cos(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi + \alpha_r^{(b)}) |i_r^{(b)}| \cdot \mathbf{Q}_{sr}^{(0,b)} \right\} \quad (2.6-27)$$

Przy nieparzystej liczbie prętów wirnika należy uwzględnić:

$$i_r^{(N-b)} = i_r^{(b)*}, b = \left\{ 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2} \right\} \quad (2.6-28)$$

$$\mathbf{M}_{sr}^{\Pi}(0, N-b) = \mathbf{M}_{sr}^{\Pi}(0, b)^*, b = \left\{ 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2} \right\} \quad (2.6-29)$$

po czym

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left(\operatorname{Re} \left\{ \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left(e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} i_r^{(0)} \cdot \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + 2 \left[e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} i_r^{(1)} \quad \dots \quad e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} i_r^{(\frac{N-1}{2})} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,1)} \\ \mathbf{Q}_{sr}^{(0,2)} \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{sr}^{(0,\frac{N-1}{2})} \end{array} \right] \right\} \right) \quad (2.6-30)$$

Po wykonaniu analogicznych przekształceń, jak poprzednio otrzymano

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left(\sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left\{ \cos(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi) i_r^{(0)} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \sum_{b=1}^{\frac{N-1}{2}} \cos(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi + \alpha_r^{(b)}) |i_r^{(b)}| \cdot \mathbf{Q}_{sr}^{(0,b)} \right\} \right) \quad (2.6-31)$$

(3), (4) Składowa zerowa napięcia stojana pochodząca od niesymetrii rezystancyjnej i niesymetrii indukcyjności rozproszenia uzwojeń stojana

$$u_{R_s}^{(0)} = \underline{R}_s^* \underline{i}_s^{(1)} + \underline{R}_s \underline{i}_s^{(2)} \quad (2.6-32)$$

$$u_{L_{\sigma s}}^{(0)} = \frac{d}{dt} \left(\underline{L}_{\sigma s}^* \frac{d}{dt} \underline{i}_s^{(1)} + \underline{L}_{\sigma s} \frac{d}{dt} \underline{i}_s^{(2)} \right) \quad (2.6-33)$$

Powyższe równania można zapisać uwzględniając zależności: (2.6-12), (2.6-13), (2.6-14) i (2.6-15)

$$u_{R_s}^{(0)} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{R}_s^* \underline{i}_s^{(1)} \right\} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \underline{R}_s^* \right\} \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \cos \left(\alpha_s^{(1)} \right) \quad (2.6-34)$$

$$u_{L_{\sigma s}}^{(0)} = \frac{d}{dt} \left(2 \operatorname{Re} \left\{ \underline{L}_{\sigma s}^* \underline{i}_s^{(1)} \right\} \right) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \underline{L}_{\sigma s}^* \right\} \frac{d}{dt} \left(\left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \cos \left(\alpha_s^{(1)} \right) \right) \quad (2.6-35)$$

Przedstawione składniki składowej zerowej napięcia stojana w stanie nieustalonym: (2.6-19), (2.6-27) lub (2.6-31), (2.6-34) i (2.6-35) stanowią podstawę do wyznaczenia częstotliwości charakteryzujących poszczególne rodzaje uszkodzeń w stanie ustalonym.

2.8 Analiza spektralna składowej zerowej napięcia stojana w stanie ustalonym

Badanie spektrum składowej zerowej napięcia stojana przyjęto jako metodę diagnozowania uszkodzeń silnika indukcyjnego. W tym celu należy określić częstotliwości charakteryzujące uszkodzenia, a następnie porównywać wielkość prążków spektralnych. Kluczowe w całej metodzie jest przyporządkowanie częstotliwości harmonicznego sygnału do danego typu uszkodzenia.

W stanie ustalonym, przy zasilaniu maszyny monoharmonicznym napięciem sinusoidalnym o pulsacji

$$\omega_s = 2\pi f_s \quad (2.7-1)$$

gdzie f_s - częstotliwość napięcia zasilania, wprowadzono następujące zależności:

- pochodne długości wektorów prądu

$$\frac{\partial |i_s^{(1)}|}{\partial t} = 0, \frac{d |i_r^{(b)}|}{dt} = 0, \frac{\partial I_M}{\partial t} = 0 \quad (2.7-2)$$

- pochodne indukcyjności

$$\frac{\partial M_{v,m}^{sr}}{\partial t} = \frac{\partial M_{v,m}^{sr}}{\partial I_M} \frac{\partial I_M}{\partial t} = 0 \quad (2.7-3)$$

- kąt obrotu wektora prądu magnesującego

$$\alpha = \omega_s t + \alpha_{s0} \quad (2.7-4)$$

- kąt obrotu składowej zgodnej wektora prądów stojana

$$\alpha_{s+}^{(1)} = \omega_s t + \alpha_{s0+}^{(1)} \quad (2.7-5)$$

W ogólnym przypadku obustronnie nierównomiernej szczeliny powietrznej wektor składowych symetrycznych prądu wirnika zawiera w stanie ustalonym składniki o pulsacjach [39]

$$\omega^{(R)} = \eta \omega_s + i_1 \omega \quad (2.7-6)$$

gdzie:

$$i_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.7-7)$$

$$\eta = \pm 1 \quad (2.7-8)$$

W modelu matematycznym magnesowanie rdzenia zależy od prądu magnesującego, który jest sumą wektora prądu stojana i p -tej składowej symetrycznej prądu wirnika. Przyjęto, że pozostałe składowe symetryczne prądów klatki nie biorą udziału w procesie magnesowania. Podobnie, jak składowa symetryczna o numerze p zależą one od wszystkich prądów oczkowych klatki. Niosą zatem tę samą informację, a mają znacznie mniejszy moduł. Z tego względu pominięto ich wpływ w wyprowadzonym wzorze na składową zerową napięcia, w którym dodatkowo uwzględniono zależności (2.7-9) - (2.7-11).

- kąt obrotu p -tej składowej symetrycznej wektora prądów wirnika

$$\alpha_r^{(p)} = (\omega_s - p\omega)t + \alpha_{r0}^{(p)} \quad (2.7-9)$$

- kąt obrotu wirnika

$$\varphi = \omega t + \varphi_0 \quad (2.7-10)$$

- prędkość kątowna wirnika

$$\omega = \frac{\omega_s (1-s)}{p} \quad (2.7-11)$$

Po uwzględnieniu zależności (2.7-2) - (2.7-11), wyrażenie opisujące składową zerową napięcia upraszcza się do postaci takiej, w której występują składniki pozwalające wyznaczyć wzory na charakterystyczne częstotliwości poszczególnych członów składowej zerowej napięcia stojana.

(1) Składowa zerowa napięcia stojana indukowana przez strumień własny stojana

$$u_{M_s}^{(0)} = 6 \frac{d}{dt} \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^s \cos \left[-\mu(\omega_s t + \alpha_{s0}) - k(\omega t + \varphi_0) + \omega_s t + \alpha_{s0+}^{(1)} \right] \left| \dot{i}_s^{(1)} \right| \cdot \mathbf{Q}_s^{(0,1)} \quad (2.7-12)$$

$$\omega^{(M_s)} = \overbrace{-\mu\omega_s - k\omega}^{\mathbf{M}_s^{\Pi(0,1)}} + \omega_s = (1-\mu)\omega_s - k\omega \quad (2.7-13)$$

$$f^{(M_s)} = \frac{|(1-\mu)\omega_s - k\omega|}{2\pi} \quad (2.7-14)$$

W sytuacji niesymetrii prądowej w stanie ustalonym, spowodowanej niesymetrią napięć zasilania lub niesymetrią uzwojeń stojana, w prądzie stojana pojawia się składowa przeciwbieżna $\dot{i}_{s-}^{(1)}$ o pulsacji $-\omega_s$

$$\begin{aligned} \dot{i}_s^{(1)} &= \dot{i}_{s+}^{(1)} + \dot{i}_{s-}^{(1)} = \left| \dot{i}_{s+}^{(1)} \right| e^{j\omega_s t + \alpha_{s0+}^{(1)}} + \left| \dot{i}_{s-}^{(1)} \right| e^{-j\omega_s t - \alpha_{s0-}^{(1)}} \\ \dot{i}_s^{(2)} &= \dot{i}_{s+}^{(1)*} + \dot{i}_{s-}^{(1)*} = \left| \dot{i}_{s+}^{(1)} \right| e^{-j\omega_s t - \alpha_{s0+}^{(1)}} + \left| \dot{i}_{s-}^{(1)} \right| e^{j\omega_s t + \alpha_{s0-}^{(1)}} \end{aligned} \quad (2.7-15)$$

dlatego wyrażenie (2.7-12) będzie zawierało dodatkowe człony o pulsacji:

$$\omega^{(M_s)} = \underbrace{-\mu\omega_s - k\omega}_{\mathbf{M}_s^{\Pi(0,1)}} - \omega_s = -(1+\mu)\omega_s - k\omega \quad (2.7-16)$$

$$f^{(M_s)} = \frac{|-(1+\mu)\omega_s - k\omega|}{2\pi} \quad (2.7-17)$$

Zestawienia liczb $\{\mu, k\}$ występujące we wzorach (2.7-14) i (2.7-17) są z góry narzucone przez funkcję permeancji. Struktura takiej funkcji zależy od uwzględnionych czynników wpływających na przewodność magnetyczną szczeliny: nasycenie rdzenia magnetycznego i ekscentryczność wirnika. Liczba kombinacji par zależy również od liczby dopuszczonych wyrazów w szeregach funkcji modulujących permeancję główną.

W komórce macierzy \mathbf{M}_s^{Π} o współrzędnych $[0,1]$ harmoniczna o numerze m może przyjmować wartości zdeterminowane przez warunek logiczny $\mathbf{Q}_s^{(0,1)}$, który dopuszcza tylko wartości wynikające z poniższego wzoru

$$m_s^{(0,1)} = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \quad (2.7-18)$$

$$v_s^{(0)} \in H_v, \rho_s^{(1)} \in H_{\rho_s}, m_s^{(0,1)} \in H_m \quad (2.7-19)$$

natomiast kombinację $\{\mu, l, k\}$ określa wzór

$$m = \mu p + k + l \quad (2.7-20)$$

$$m \in H_m, \mu \in H_{\mu}, k \in H_k, l \in H_l \quad (2.7-21)$$

(2) Składowa zerowa napięcia stojana indukowana przez strumień wirnika

$$u_{M_{sr}}^{(0,p)} = 2\sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \cos \left[-\mu(\omega_s t + \alpha_{s0}) + (v + m - k)(\omega t + \varphi_0) + (\omega_s - p\omega)t + \alpha_{r0}^{(p)} \right] \left| i_r^{(p)} \right| \mathbf{Q}_{sr}^{(0,p)} \quad (2.7-22)$$

$$\begin{aligned}\omega_{(0,p)}^{(M_{sr})} &= \overbrace{-\mu\omega_s + (\nu + m - k)\omega}^{\mathbf{M}_{sr}^{\Pi}(0,p)} + \overbrace{\omega_s - p\omega}^{i_r^{(p)}} \\ &= (1 - \mu)\omega_s + (\nu + m - k - p)\omega\end{aligned}\quad (2.7-23)$$

$$f_{(0,p)}^{(M_{sr})} = \frac{(1 - \mu)\omega_s + (\nu + m - k - p)\omega}{2\pi} \quad (2.7-24)$$

W sytuacji niesymetrii klatki wirnika w stanie ustalonym, podobnie jak w (2.7-16) dochodzą człony o pulsacji

$$\begin{aligned}\omega_{(0,p)}^{(M_{sr})} &= \overbrace{-\mu\omega_s + (\nu + m - k)\omega}^{\mathbf{M}_{sr}^{\Pi}(0,p)} - \overbrace{(\omega_s - p\omega)}^{i_{r-}^{(p)}} \\ &= -(1 + \mu)\omega_s + (\nu + m - k + p)\omega\end{aligned}\quad (2.7-25)$$

$$f_{(0,p)}^{(M_{sr})} = \frac{-(1 + \mu)\omega_s + (\nu + m - k + p)\omega}{2\pi} \quad (2.7-26)$$

wynikające z pojawienia się składowej przeciwbieżnej w prądzie wirnika

$$\begin{aligned}\underline{i}_r^{(p)} &= \underline{i}_{r+}^{(p)} + \underline{i}_{r-}^{(p)} = \left| \underline{i}_{r+}^{(p)} \right| e^{j(\omega_s - p\omega)t + \alpha_{r0+}^{(p)}} + \left| \underline{i}_{r-}^{(p)} \right| e^{-j(\omega_s - p\omega)t - \alpha_{r0-}^{(p)}} \\ \underline{i}_r^{(p)*} &= \underline{i}_{r+}^{(p)*} + \underline{i}_{r-}^{(p)*} = \left| \underline{i}_{r+}^{(p)} \right| e^{-j(\omega_s - p\omega)t - \alpha_{r0+}^{(p)}} + \left| \underline{i}_{r-}^{(p)} \right| e^{j(\omega_s - p\omega)t + \alpha_{r0-}^{(p)}}\end{aligned}\quad (2.7-27)$$

W przypadku charakterystycznych częstotliwości wyznaczonych ze wzorów (2.7-24) i (2.7-26) sytuacja wygląda podobnie jak w podpunkcie (1), z tą różnicą, że częstotliwości wynikają z iloczynu indukcyjności w 0-wym wierszu i p -tej kolumnie macierzy \mathbf{M}_{sr}^{Π} z p -tą składową symetryczną prądu wirnika.

(3) Składowa zerowa napięcia stojana pochodząca od niesymetrii rezystancyjnej uzwojeń

$$u_{R_s}^{(0)} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \underline{R}_s^* \right\} \left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \cos \left(\omega_s t + \alpha_{s0+}^{(1)} \right) \quad (2.7-28)$$

$$\omega^{(R_s)} = \omega_s \quad (2.7-29)$$

$$f^{(R_s)} = \frac{\omega_s}{2\pi} \quad (2.7-30)$$

(4) Składowa zerowa napięcia stojana pochodząca od niesymetrii indukcyjności rozproszenia uzwojeń

$$u_{L_{\sigma s}}^{(0)} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \underline{L}_{\sigma s}^* \right\} \frac{d}{dt} \left(\left| \underline{i}_s^{(1)} \right| \cos \left(\omega_s t + \alpha_{s0+}^{(1)} \right) \right) \quad (2.7-31)$$

$$\omega^{(L_{\sigma s})} = \omega_s \quad (2.7-32)$$

$$f^{(L_{\sigma s})} = \frac{\omega_s}{2\pi} \quad (2.7-33)$$

Charakterystyczne częstotliwości otrzymane z podpunktów (3) i (4), występujące w składowej zerowej napięcia, w przypadku niesymetrii uzwojeń stojana są równe częstotliwości podstawowej harmonicznej napięcia zasilania.

2.9 Charakterystyczne częstotliwości w wyrażeniu na składową zerową napięcia wskazujące na uszkodzenia

Częstotliwości wynikające ze wzorów wyprowadzonych w rozdziale 2.8 są w ogólnym przypadku kombinacją liniową częstotliwości napięcia zasilania i częstotliwości obrotowej wirnika. W celu przyporządkowania częstotliwości charakterystycznych do danego typu uszkodzenia należy rozpatrzeć każdy rodzaj niesymetrii osobno, stosując przy tym wcześniejsze założenia modelowe wynikające z charakteru uszkodzenia jak np. nierównomierna szczelina powietrzna czy uszkodzona klatka wirnika. Taki sposób działania pozwoli na wygenerowanie wzorcowych częstotliwości wskazujących bezpośrednio na dany typ uszkodzenia.

Tabela 2.9-1 Zestawienie założeń dotyczących modelu silnika z uwzględnieniem nasycenia rdzenia magnetycznego w zależności od przypadku niesymetrii (model szczeliny powietrznej z uwzględnieniem efektów nasycenia rdzenia magnetycznego)

	Zbiory rzędów harmoniczych l, k, μ, m				Pulsacja pierwszej składowej symetrycznej prądu stojana	Pulsacja p -tej składowej symetrycznej prądu wirnika
	H_l	H_k	H_μ	H_m		
Symetria	0	0	$\{0, \pm 2\}$	$m = \mu p$	ω_s	$\omega_s - p\omega$
Ekscentryczność dynamiczna	0	$\{0, \pm 1, \dots, \pm k_{max}\}$	$\{0, \pm 2\}$	$m = \mu p + k$	ω_s	$\omega_s - p\omega$
Ekscentryczność statyczna	$\{0, \pm 1, \dots, \pm l_{max}\}$	0	$\{0, \pm 2\}$	$m = \mu p + l$	ω_s	$\omega_s - p\omega$
Ekscentryczność mieszana	$\{0, \pm 1, \dots, \pm l_{max}\}$	$\{0, \pm 1, \dots, \pm k_{max}\}$	$\{0, \pm 2\}$	$m = \mu p + l + k$	ω_s	$\omega_s - p\omega$
Uszkodzona klatka	0	0	$\{0, \pm 2\}$	$m = \mu p$	-	$-\omega_s + p\omega$
Niesymetria napięć zasilania / Niesymetria wewnętrzna stojana	0	0	$\{0, \pm 2\}$	$m = \mu p$	$-\omega_s$	-

Tabela 2.9-2 Częstotliwości charakterystyczne $f^{(M_s)}$

	l	k	μ	m	Wzór $f^{(M_s)}$
Symetria	$l=0$	$k=0$	$\{0, \pm 2\}$	$\begin{cases} m = \mu p \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \end{cases}$	$\frac{ (1 - \mu)\omega_s - k\omega }{2\pi}$
Ekscentryczność dynamiczna	$l=0$	$k \neq 0$		$\begin{cases} m = \mu p + k \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \end{cases}$	
Ekscentryczność statyczna	$l \neq 0$	$k=0$		$\begin{cases} m = \mu p + l \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \end{cases}$	
Ekscentryczność mieszana	$l \neq 0$	$k \neq 0$		$\begin{cases} m = \mu p + l + k \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \end{cases}$	
Niesymetria - napięć zasilania / Niesymetria wewnętrzna stojana	$l=0$	$k=0$		$\begin{cases} m = \mu p \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_s^{(1)} \end{cases}$	$\frac{ -(1 + \mu)\omega_s - k\omega }{2\pi}$

Tabela 2.9-3 Częstotliwości charakterystyczne $f_{(0,p)}^{(M_{sr})}$

	l	k	μ	m	Wzór $f_{(0,p)}^{(M_{sr})}$
Symetria	$l=0$	$k=0$	$\{0, \pm 2\}$	$\begin{cases} m = \mu p \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(p)} \end{cases}$	$\frac{(1-\mu)\omega_s + (v+m-k-p)\omega}{2\pi}$
Ekscentryczność dynamiczna	$l=0$	$k \neq 0$		$\begin{cases} m = \mu p + k \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(p)} \end{cases}$	
Ekscentryczność statyczna	$l \neq 0$	$k=0$		$\begin{cases} m = \mu p + l \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(p)} \end{cases}$	
Ekscentryczność mieszana	$l \neq 0$	$k \neq 0$		$\begin{cases} m = \mu p + l + k \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(p)} \end{cases}$	
Niesymetria klatki wirnika	$l=0$	$k=0$		$\begin{cases} m = \mu p \\ m = -v_s^{(0)} - \rho_r^{(p)} \end{cases}$	$\frac{-(1+\mu)\omega_s + (v+m-k+p)\omega}{2\pi}$

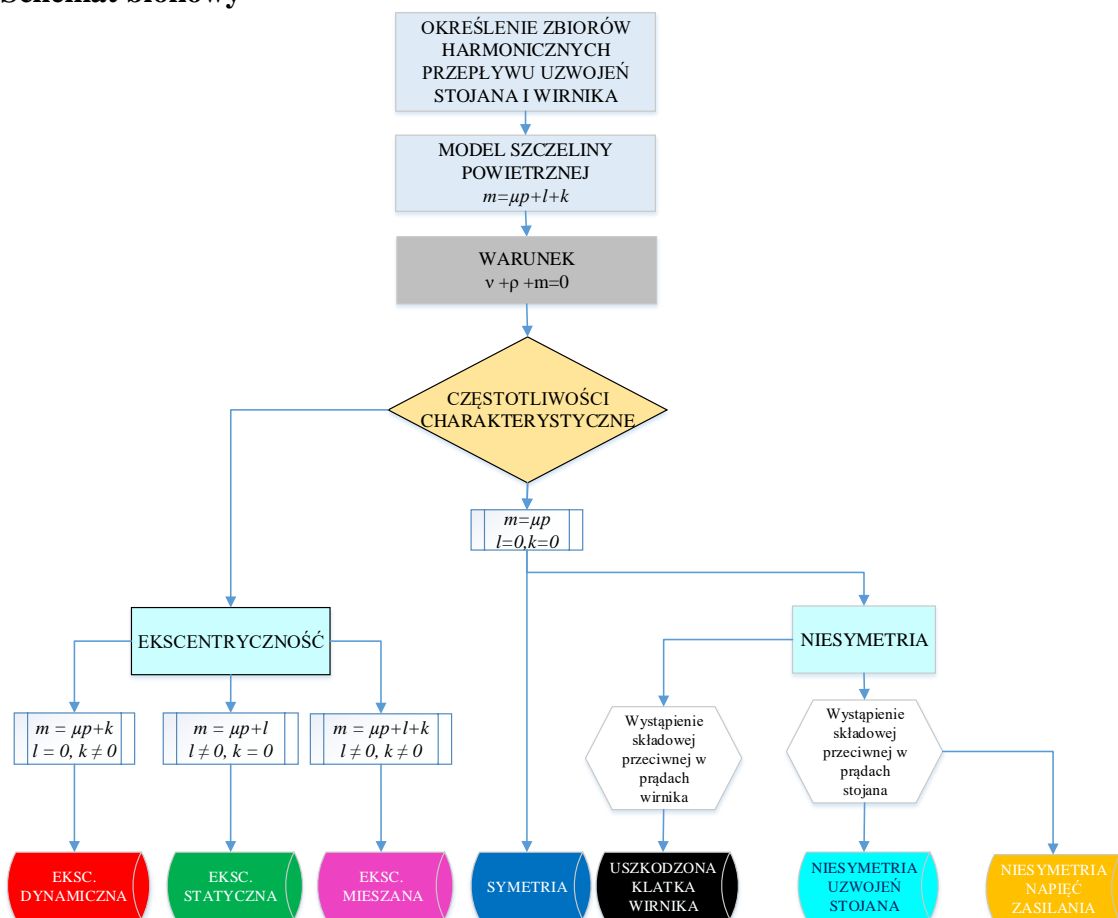
Na podstawie założeń z tabeli 2.9-1 i wzorów z rozdziału 2.7 przedstawiono w tabelach: 2.9-2 i 2.9-3 zestawienia w celu wyselekcjonowania częstotliwości charakterystycznych, które występują w widmie składowej zerowej napięcia stojana w zależności od stanu maszyny. Pomimo tego, że wzory na poszczególne częstotliwości są takie same (z wyjątkiem niesymetrii klatki wirnika) to obliczone częstotliwości będą się różniły z tego względu, że $\{\mu, k, l\}$ przyjmują inne wartości w zależności od rodzaju niesymetrii. Taki stan rzeczy skłania do zalgorytmizowania procesu poszukiwania częstotliwości charakteryzujących uszkodzenia.

Algorytm poszukiwania częstotliwości charakterystycznych

1. Określenie zbiorów harmonicznego przepływu uzwojeń stojana i klatki wirnika.
2. Określenie zbiorów harmonicznego przybliżających model szczeliny powietrznej: m_{max} , l_{max} , k_{max} zgodnie z (2.3-24).
3. Wygenerowanie kombinacji harmonicznego $\{v, \rho, m\}$ w oparciu o równanie (2.3-37).
4. Wybranie kombinacji harmonicznego $\{v, \rho, m\}$ występujących w zerowym wierszu i pierwszej/ p -tej kolumnie macierzy indukcyjności $\mathbf{M}_s^{\Pi} / \mathbf{M}_{sr}^{\Pi}$.

5. Wyselekcjonowanie kombinacji harmoniczych $\{v, \rho, m\}$ na podstawie tabeli 2.9-2 / 2.9-3 w zależności od rodzaju niesymetrii.
6. Obliczenie częstotliwości charakterystycznych na podstawie wzoru $f^{(M_s)} / f_{(0,p)}^{(M_{sr})}$ z możliwością wyselekcjonowania tych powstałych na skutek efektów nasycenia ($\mu = \pm 2$).

Schemat blokowy



Rys. 2.9-1 Schemat blokowy programu generowania częstotliwości charakterystycznych

Przykład 2.9-1 Częstotliwości charakterystyczne składowej zerowej napięcia stojana

$u_{M_{sr}}^{(0)}$ generowane przez p -tą składową symetryczną prądu wirnika.

Założenia:

- przepływ magnetyczny uzwojenia stojana, o liczbie par biegunów $p = 2$ przybliżono szeregiem Fouriera zawierającym harmoniczne

$$\nu_s = \{\pm p, \pm 3p, \pm 5p, \pm 7p, \pm 9p, \pm 11p, \pm 13p, \pm 15p\}$$

- przepływ klatki wirnika o liczbie prętów $N=28$, przybliżono szeregiem Fouriera zawierającym harmoniczne

$$\rho_r = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N\}$$

- w funkcji permeancji szczeliny powietrznej uwzględniono rzędy harmoniczných

$$m = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 8\}$$

gdzie:

$$l = \{0, \pm 1, \dots, \pm 4\}$$

$$k = \{0, \pm 1, \dots, \pm 4\}$$

$$\mu = \{0, \pm 2\}$$

Na podstawie wzoru (2.7-24) dla $p=2$

$$f_{(0,2)}^{(M_{SR})} = \frac{(1-\mu)\omega_s + (\nu + m - k - 2)\omega}{2\pi} \quad (2.8-1)$$

oraz własności macierzy \mathbf{M}_{sr}^{Π}

$$\begin{cases} \nu_s + \rho_r + m = 0 \\ \left(\frac{\nu_s}{p}\right) \bmod 3 = 0 \\ -\rho_r \bmod N = 2 \end{cases} \quad (2.8-2)$$

wygenerowano wzory na częstotliwości charakterystyczne, przy:

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi}, \quad (2.8-3)$$

$$f_r = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (2.8-4)$$

i zmieszczono je w poniższych tabelach, odpowiednio dla każdego przypadku.

Tabela 2.9-4 Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla symetrii

SYMETRIA						
ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
30	-30	0	0	0	0	$ f_s + 28f_r $
-30	26	4	2	0	0	$ -f_s - 28f_r $
6	-2	-4	-2	0	0	$3f_0$

Tabela 2.9-5 Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla ekscentryczności dynamicznej

EKSCESTRYCZNOŚĆ DYNAMICZNA						
ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
-30	26	4	0	0	4	$ f_s - 32f_r $
6	-2	-4	0	0	-4	$ f_s + 4f_r $
-18	26	-8	-2	0	-4	$ 3f_s - 24f_r $
-6	-2	8	2	0	4	$ -f_s - 4f_r $
30	-30	0	2	0	-4	$ -f_s + 32f_r $
30	-30	0	-2	0	4	$ 3f_s + 24f_r $

Tabela 2.9-6 Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla ekscentryczności statycznej

EKSCESTRYCZNOŚĆ STATYCZNA						
ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
-30	26	4	0	4	0	$ f_s - 28f_r $
6	-2	-4	0	-4	0	f_s
-18	26	-8	-2	-4	0	$ 3f_s - 28f_r $
-6	-2	8	2	4	0	$ -f_0 $
30	-30	0	2	-4	0	$ -f_s + 28f_r $
30	-30	0	-2	4	0	$ 3f_s + 28f_r $

Tabela 2.9-7 Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla ekscentryczności mieszanej

EKSCESTRYCZNOŚĆ MIESZANA						
ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
-30	26	4	0	3	1	$ f_s - 29f_r $
-30	26	4	0	2	2	$ f_s - 30f_r $
-30	26	4	0	1	3	$ f_s - 31f_r $
-18	26	-8	0	-4	-4	$ f_s - 24f_r $
-6	-2	8	0	4	4	$ f_s - 4f_r $

ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
6	-2	-4	0	-1	-3	$ f_s+3f_r $
6	-2	-4	0	-2	-2	$ f_s+2f_r $
6	-2	-4	0	-3	-1	$ f_s+f_r $
30	-30	0	0	4	-4	$ f_s+32f_r $
30	-30	0	0	3	-3	$ f_s+31f_r $
30	-30	0	0	2	-2	$ f_s+30f_r $
30	-30	0	0	1	-1	$ f_s+29f_r $
30	-30	0	0	-1	1	$ f_s+27f_r $
30	-30	0	0	-2	2	$ f_s+26f_r $
30	-30	0	0	-3	3	$ f_s+25f_r $
30	-30	0	0	-4	4	$ f_s+24f_r $
-30	26	4	2	4	-4	$ -f_s-24f_r $
-30	26	4	2	3	-3	$ -f_s-25f_r $
-30	26	4	2	2	-2	$ -f_s-26f_r $
-30	26	4	2	1	-1	$ -f_s-27f_r $
-30	26	4	2	-1	1	$ -f_s-29f_r $
-30	26	4	2	-2	2	$ -f_s-30f_r $
-30	26	4	2	-3	3	$ -f_s-31f_r $
-30	26	4	2	-4	4	$ -f_s-32f_r $
-30	26	4	-2	4	4	$ 3f_s-32f_r $
-18	26	-8	-2	-1	-3	$ 3f_s-25f_r $
-18	26	-8	-2	-2	-2	$ 3f_s-26f_r $
-18	26	-8	-2	-3	-1	$ 3f_s-27f_r $
-6	-2	8	2	3	1	$ -f_s-f_r $
-6	-2	8	2	2	2	$ -f_s-2f_r $
-6	-2	8	2	1	3	$ -f_s-3f_r $
6	-2	-4	2	-4	-4	$ -f_s+4f_r $
6	-2	-4	-2	4	-4	$ 3f_s+4f_r $
6	-2	-4	-2	3	-3	$ 3f_s+3f_r $
6	-2	-4	-2	2	-2	$ 3f_s+2f_r $
6	-2	-4	-2	1	-1	$ 3f_s+f_r $
6	-2	-4	-2	-1	1	$ 3f_s-f_r $
6	-2	-4	-2	-2	2	$ 3f_s-2f_r $
6	-2	-4	-2	-3	3	$ 3f_s-3f_r $
30	-30	0	2	-1	-3	$ -f_s+31f_r $
30	-30	0	2	-2	-2	$ -f_s+30f_r $
30	-30	0	2	-3	-1	$ -f_s+29f_r $
30	-30	0	-2	3	1	$ 3f_s+27f_r $
30	-30	0	-2	2	2	$ 3f_s+26f_r $
30	-30	0	-2	1	3	$ 3f_s+25f_r $

W przypadku uszkodzenia klatki wirnika wykorzystano wzór

$$f_{(0,2)}^{(M_{sr})} = \frac{-(1+\mu)\omega_s + (\nu+m-k+2)\omega}{2\pi} \quad (2.8-5)$$

na podstawie którego wygenerowano tabelę 2.9-8.

Tabela 2.9-8 Zestawienie numerów harmoniczných i wzorów dla uszkodzonej klatki wirnika

USZKODZONA KLATKA WIRNIKA						
ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
30	-30	0	0	0	0	$ -f_s + 32f_r $
-30	26	4	2	0	0	$ -3f_s - 24f_r $
6	-2	-4	-2	0	0	$ f_s + 4f_r $

Wygenerowane częstotliwości zostały zidentyfikowane na podstawie tabeli 2.9-3 i przyporządkowane w tabelach od 2.9-4 do 2.9-8 do danego stanu maszyny. Kolorem szarym zostały wyróżnione częstotliwości charakterystyczne, które powstały w wyniku uwzględnienia efektów nasycenia rdzenia magnetycznego. Niektóre z tych częstotliwości pokrywają się z częstotliwościami dla modelu liniowego. Taki przykład dla ekscentryczności dynamicznej został wyróżniony w tabeli 2.9-9, gdzie częstotliwości wskazujące na ten sam defekt są takie same, ale powstały w wyniku różnych mechanizmów.

Tabela 2.9-9 Porównanie numerów harmoniczných dla tej samej częstotliwości, powstałych wskutek różnych mechanizmów

ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
6	-2	-4	0	0	-4	$ f_s + 4f_r $
-6	-2	8	2	0	4	$ -f_s - 4f_r $

Uwzględnienie efektów nasycenia powiększa zbiór częstotliwości charakterystycznych przyporządkowanych do danego typu uszkodzenia o nowe, dodatkowe częstotliwości, które nie występują w tradycyjnym modelu liniowym. Można je z łatwością zidentyfikować. Częstotliwości charakterystyczne, które we wzorze mają potrójną wartość częstotliwości napięcia zasilania nie występują w liniowym modelu. Potrójna częstotliwość wynika z uwzględnienia zmian permeancji szczeliny powietrznej, co objawia się w wyrażeniu na indukcyjność przez parametr

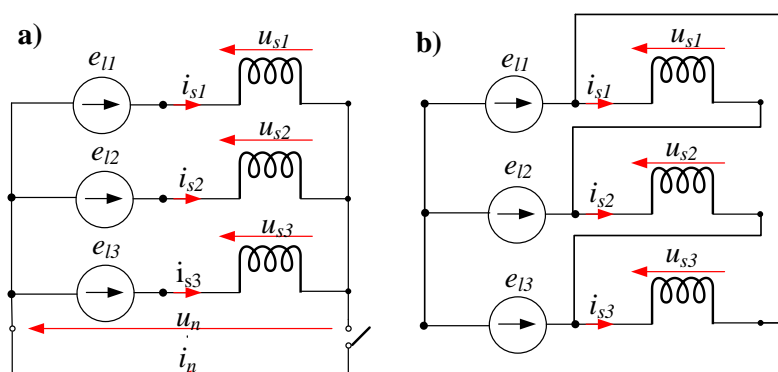
$\mu = \pm 2$. W tym miejscu można rozróżnić dwa przypadki. Jeżeli $\mu = 2$, obliczona częstotliwość charakterystyczna może pokrywać się z częstotliwością obliczoną dla modelu liniowego, tak jak to zostało przedstawione w tabeli 2.9-9. W sytuacji, gdy częstotliwość charakterystyczną wyznaczono dla kombinacji parametru m , gdzie $\mu = -2$, otrzymano częstotliwość niewystępującą w modelu liniowym. Przykładowe takie częstotliwości zostały przedstawione w tabeli 2.9-10.

Tabela 2.9-10 Przykład numerów harmoniczných powstałych wskutek nałożenia się efektów pochodzących od ekscentryczności mieszanej i nasycenia rdzenia magnetycznego

ν	ρ	m	μ	l	k	wzór
6	-2	-4	-2	1	-1	$ 3f_s + f_r $
6	-2	-4	-2	-1	1	$ 3f_s - f_r $

2.10 Sposób skojarzenia uzwojeń stojana i jego następstwa

Uzwojenia stojana trójfazowych silników indukcyjnych można łączyć na dwa sposoby: w gwiazdę lub trójkąt. Przy połączeniu w gwiazdę dochodzi jeszcze możliwość dołączenia przewodu neutralnego, łączącego punkt neutralny źródła zasilania z punktem gwiazdowym uzwojeń stojana.



Rys. 2.10-1 Schemat uzwojeń stojana skojarzonego w: a) gwiazdę - (opcjonalnie z przewodem neutralnym), b) trójkąt

W modelach matematycznych maszyn elektrycznych, uwzględnienie skojarzenia uzwojeń stojana polega na zapisaniu więzów wynikających z prądowego i napięciowego prawa Kirchhoffa. Rodzaj skojarzenia ma znaczący wpływ na składową zerową prądu lub napięcia stojana i niesie ze sobą stosowne właściwości układu.

W tabeli 2.10-1 przedstawiono relację między prądem przewodu neutralnego i napięciem neutralnym, które można zmierzyć w silniku, a odpowiednio składową zerową prądu i składową zerową napięcia stojana, które występują w opisie wektorowym silnika indukcyjnego.

Tabela 2.10-1 Zależności prądowo-napięciowe wynikające z rodzaju skojarzenia uzwojeń stojana

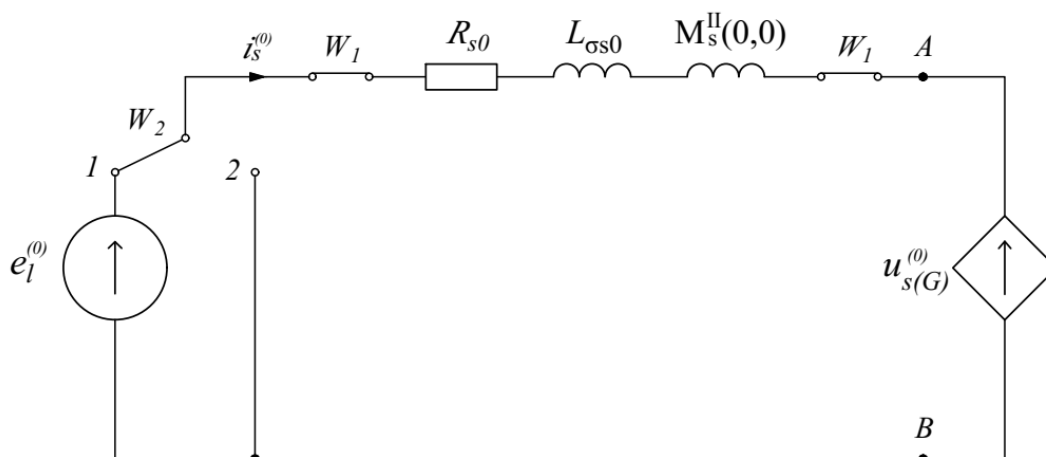
	Skojarzenie uzwojeń stojana		
	Gwiazda	Gwiazda z przewodem neutralnym	Trójkąt
Napięcia fazowe stojana	$u_{s1} = e_{l1} + u_n$ $u_{s2} = e_{l2} + u_n$ $u_{s3} = e_{l3} + u_n$	$u_{s1} = e_{l1}$ $u_{s2} = e_{l2}$ $u_{s3} = e_{l3}$	$u_{s1} = e_{l1} - e_{l2}$ $u_{s2} = e_{l2} - e_{l3}$ $u_{s3} = e_{l3} - e_{l1}$
Równania prądowe	$i_s^{(0)} = 0$	$i_s^{(0)} = \frac{i_n}{\sqrt{3}}$	$i_s^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{s1} + i_{s2} + i_{s3})$
Równania napięciowe	$u_s^{(0)} = \sqrt{3}u_n + e_l^{(0)}$	$u_s^{(0)} = e_l^{(0)}$	$u_{s1} + u_{s2} + u_{s3} = 0$ \Updownarrow $u_s^{(0)} = 0$

gdzie:

$$e_l^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_{l1} + e_{l2} + e_{l3}) \quad (2.9-1)$$

Składowa zerowa $e_l^{(0)}$ występuje w przypadku niesymetrii źródła zasilania. Przy połączeniu uzwojeń stojana w gwiazdę ma wpływ na mierzone napięcie neutralne lub prąd przewodu neutralnego (w zależności od konfiguracji). Skuteczną metodą odseparowania się od niesymetrii zasilania, dla maszyny z uzwojeniami stojana skojarzonymi w gwiazdę, jest pomiar napięcia z wykorzystaniem sztucznego zera. W przypadku układu z przewodem neutralnym separacja wpływu niesymetrii na składową zerową prądu nie jest możliwa.

Na podstawie zależności zapisanych w tabeli 2.10-1 oraz równania (2.6-3) można przedstawić ideowy obwód elektryczny dla składowej zerowej prądu lub napięcia stojana w zależności od konfiguracji uzwojeń.



Rys. 2.10-2 Ideowy schemat obwodu elektrycznego składowej zerowej prądu

Napięcie $u_{s(G)}^{(0)}$ jest zdefiniowane przez wyrażenie (2.6-3) przy założeniu (2.6-10).

W przypadku skojarzenia uzwojeń stojana w:

- gwiazdę - łączniki W_1 są otwarte, prąd $i_s^{(0)}$ nie płynie, napięcie $u_{s(G)}^{(0)}$ indukuje się na zaciskach AB ,
- gwiazdę z przewodem neutralnym - łączniki W_1 są zamknięte, łącznik W_2 jest w pozycji nr 1, płynie prąd $i_s^{(0)}$,
- trójkąt - łączniki W_1 są zamknięte, łącznik W_2 jest w pozycji nr 2, płynie prąd $i_s^{(0)}$.

Warto zwrócić uwagę na przypadki (b) i (c), w których płynie składowa zerowa prądu. Przy skojarzeniu uzwojeń stojana w gwiazdę, składowa zerowa prądu przepływa przez przewód neutralny i tym samym jest z technicznego punktu widzenia łatwo mierzalnym sygnałem. W przypadku połączenia uzwojeń w trójkąt, składowa zerowa prądu zamyka się wewnątrz oczka trójkąta i do jej wyznaczenia należy wykonać pomiar trzech prądów fazowych, co wymaga użycia wysokiej klasy urządzeń pomiarowych. Elementem rozróżniającym te dwa układy, z punktu widzenia obwodu składowej zerowej prądu stojana, jest wpływ niesymetrii napięć zasilania. Jeżeli

uzwojenia są skojarzone w gwiazdę z dołączonym przewodem neutralnym, a silnik zasilany jest z niesymetrycznego źródła napięcia to w obwodzie prądu zerowego pojawi się zewnętrzne wymuszenie w postaci składowej zerowej napięcia zasilania $e_l^{(0)}$. Sytuacja wygląda zupełnie inaczej przy połączeniu uzwojeń w trójkąt, gdzie suma wszystkich napięć fazowych jest zawsze równa 0, a składowa zerowa prądu zamyka się wewnątrz oczka trójkąta. Oznacza to, że niesymetria napięć zasilania nie ma bezpośredniego wpływu na składową zerową prądu. Różnica pomiędzy tymi dwoma przypadkami została zamodelowana za pomocą łącznika W_2 (rys. 2.10-2) separującego zewnętrzne źródło napięcia $e_l^{(0)}$.

2.11 Badania symulacyjne obwodowego modelu silnika

Badania symulacyjne zostały przeprowadzone na uproszczonym modelu silnika indukcyjnego klatkowego przedstawionego w rozdziale 2.6. Wykonano je w środowisku obliczeniowym *MATLAB*.

W modelu uwzględniono harmoniczne o numerach:

- stojana

$$\nu_s = \{\pm p, \pm 3p, \pm 15p\},$$

- wirnika

$$\nu_r = \{\pm p, \pm 15p\},$$

- funkcji permeancji szczeliny

$$m = \{0, \pm 1, \dots, \pm 8\},$$

gdzie:

$$k = \{0, \pm 1, \dots, \pm 4\}, \quad l = \{0, \pm 1, \dots, \pm 4\}, \quad \mu = \{0, \pm 2\}$$

Symulacje podzielono na dwie zasadnicze grupy, używając oznaczeń zapisanych w rozdziale 1.3.

- I. Obliczenia maszyny z liniowym obwodem magnetycznym (tzw. liniowy model matematyczny silnika).
- II. Obliczenia z nieliniowym obwodem magnetycznym (tzw. nieliniowy model matematyczny silnika).

W każdej grupie dokonano badań silnika z uzwojeniami połączonymi:

- A. W gwiazdę.
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym.

Rozpatrzono pracę silnika:

1. Symetrycznego.
2. Z niesymetrią elektryczną obwodu klatki.
3. Z ekscentrycznością dynamiczną wirnika ($\varepsilon_d=0,4$, $\varepsilon_s=0$).
4. Z ekscentrycznością statyczną wirnika ($\varepsilon_d=0$, $\varepsilon_s=0,5$).
5. Z ekscentrycznością mieszaną wirnika ($\varepsilon_d=0,2$, $\varepsilon_s=0,2$).

Obiektem badań był silnik indukcyjny klatkowy Sg112M-4 o danych: $P_N = 4$ kW, $U_N = 400$ V, $I_N = 8.1$ A, $n_N = 1430$ obr/min, $p = 2$ i liczbie żłobków stojana $N_s = 36$ i prętów wirnika $N = 28$. Niesymetria obwodu klatki została zamodelowana przez 10-krotne powiększenie rezystancji jednego z prętów.

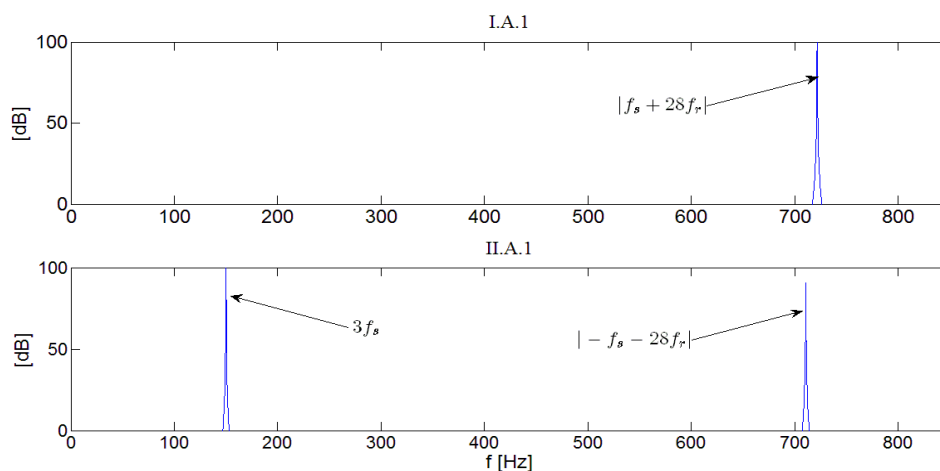
W przypadku grupy (I) dla maszyny z liniowym obwodem magnetycznym, jednostkowa funkcja permeancji modelująca nasycenie rdzenia magnetycznego (2.2-23) przyjmuje postać

$$\Lambda_{sat}^{pu}(x, \alpha_\mu, I_M) = 1 \quad (2.10-1)$$

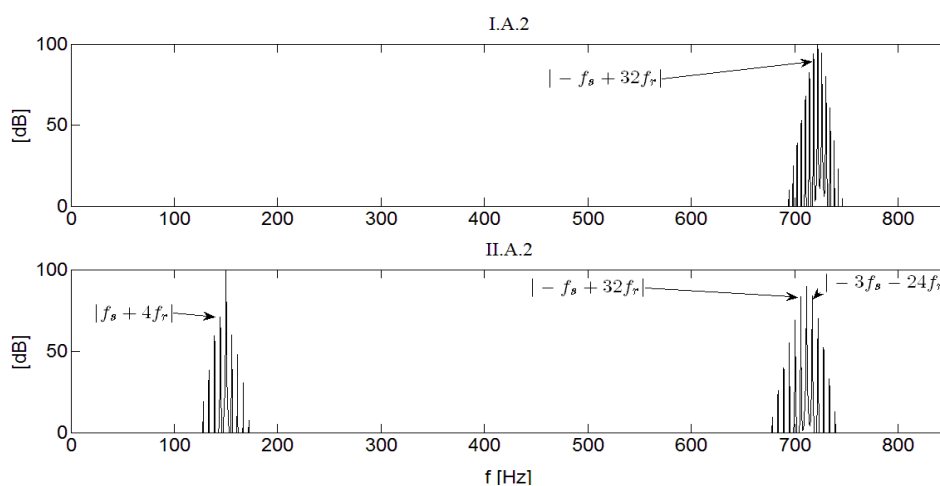
co oznacza, że w wypadkowej funkcji permeancji nie uwzględniono efektów nasycenia rdzenia magnetycznego.

A. Symulacja silnika indukcyjnego klatkowego skojarzonego w gwiazdę

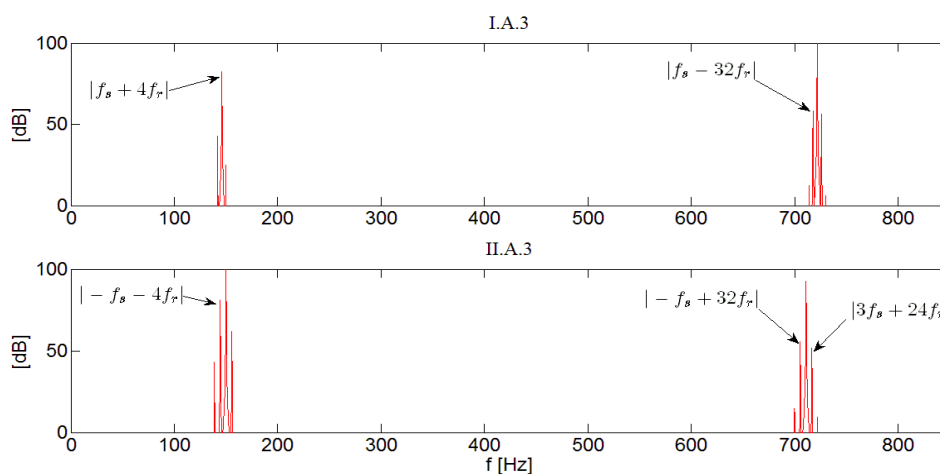
Na rysunkach od 2.11-1 do 2.11-5 przedstawiono wyniki obliczeń komputerowych w postaci spektrum składowej zerowej napięcia stojana w poszczególnych przypadkach niesymetrii. Porównano przy tym wyniki uzyskane na podstawie tzw. modelu liniowego i nieliniowego, który jest bliższy rzeczywistości.



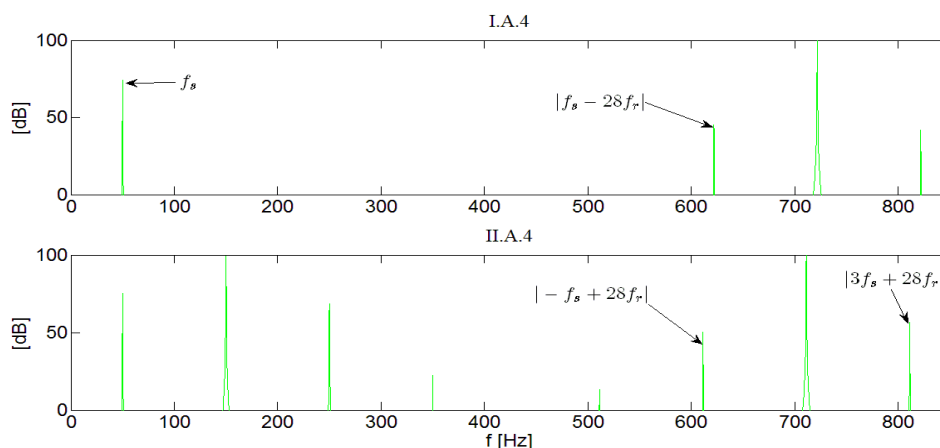
Rys. 2.11-1 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika symetrycznego: I.A.1 - linowy obwód magnetyczny, II.A.1 - nieliniowy obwód magnetyczny



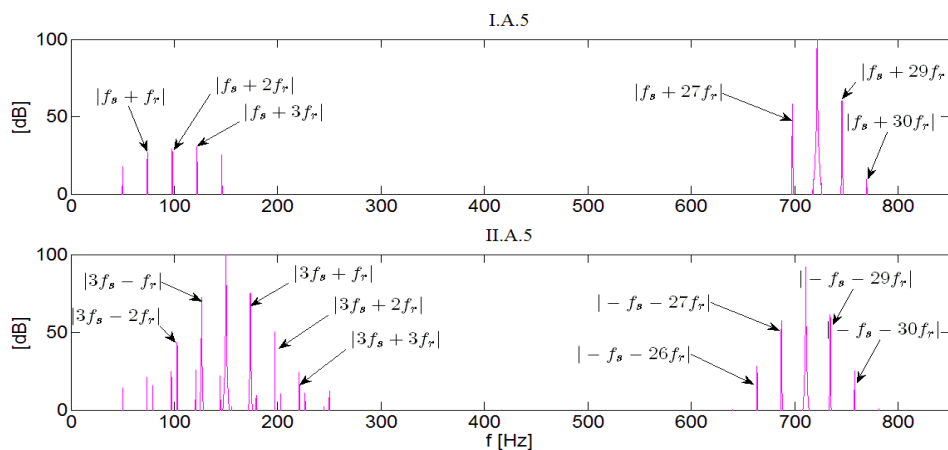
Rys. 2.11-2 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 2.11-3 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 2.11-4 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością statyczną: I.A.2 - liniowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny

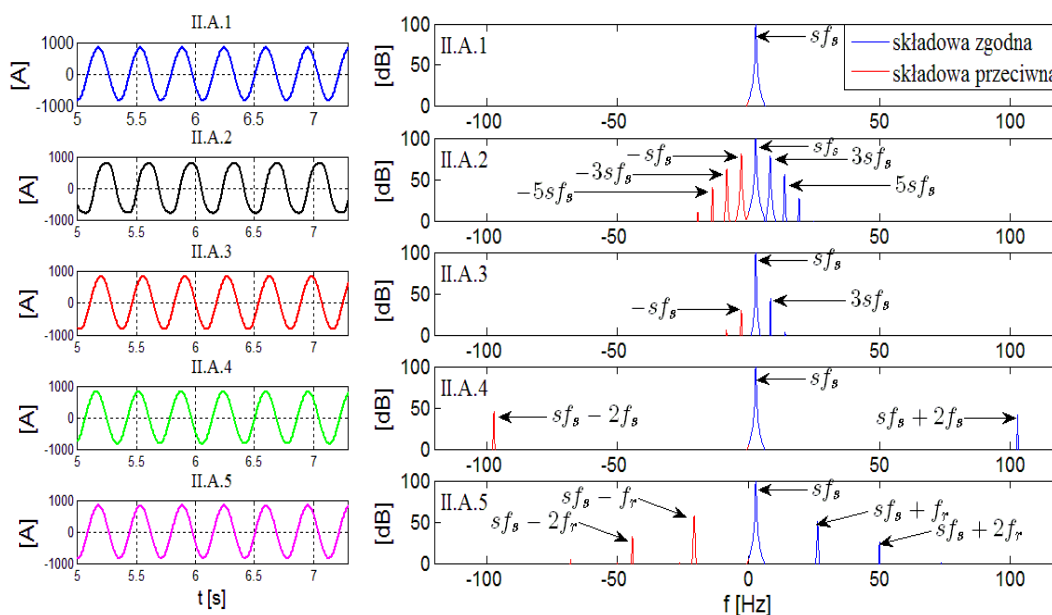


Rys. 2.11-5 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną: I.A.2 - liniowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny

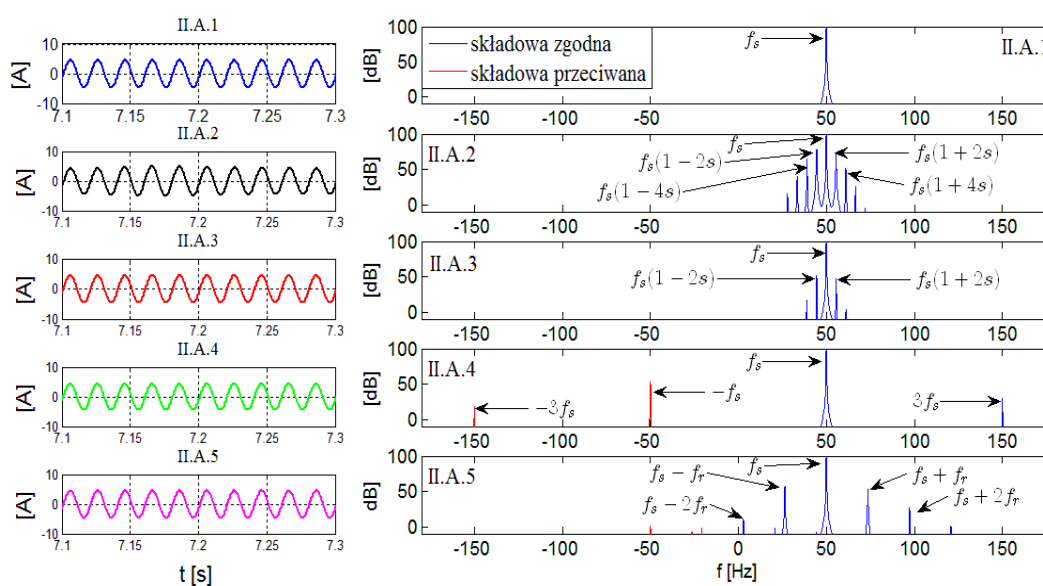
Otrzymane przebiegi składowej zerowej napięcia stojana poddano analizie częstotliwościowej *FFT*, a następnie, na podstawie wzorów zawartych w tabelach od 2.9-4 do 2.9-8 z przykładu 2.4-1, zidentyfikowano i zaznaczono wybrane harmoniczne wskazujące na dany defekt silnika. W przypadku serii symulacji nr (II) - silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym, widma składowej zerowej napięcia zawierają częstotliwości charakterystyczne, które występują w modelu liniowym oraz dodatkowe, powstające wskutek nasycenia. Mechanizm powstawania dodatkowych harmonicznych, dla każdego z przypadku, w stosunku do obrazu widma silnika z liniowym obwodem magnetycznym, polega na sprzęganiu się harmonicznej o częstotliwości $3f_s$ z częstotliwościami charakterystycznymi powiązаныmi z rozpatrywanym stanem maszyny. W widmie składowej zerowej napięcia stojana, harmoniczna $3f_s$ jest harmoniczną dominującą o największej amplitudzie, w związku z czym harmoniczne

powstałe wskutek sprzęgania się niej z harmonicznymi pola powstałymi z powodu niesymetrii maszyny są łatwo identyfikowalne. Sprzęganie się harmonicznymi strumieni stojana i wirnika w szczelinie powietrznej jest uwarunkowane zależnością (2.3-37). Z tego względu w spektrum składowej zerowej napięcia stojana można zaobserwować tylko dopuszczalne kombinacje dodatkowych harmonicznymi.

W widmach prądu stojana i wirnika zaobserwowano i zaznaczono częstotliwości charakterystyczne dla każdego z przypadków.



Rys. 2.11-6 Widma p -tej i N - p -tej składowej symetrycznej prądów wirnika: II.A.1 - symetria, II.A.2 - uszkodzona klatka wirnika, II.A.3 - eksc. dynamiczna, II.A.4 - eksc. statyczna, II.A.5 - eksc. mieszana



Rys. 2.11-7 Widma składowej zgodnej i przeciwnej prądów stojana: II.A.1 - symetria, II.A.2 - uszkodzona klatka wirnika, II.A.3 - eksc. dynamiczna, II.A.4 - eksc. statyczna, II.A.5 - eksc. mieszana

W czterech rozpatrywanych przypadkach uszkodzenia silnika, jedno dotyczy niesymetrii elektrycznej, a trzy pozostałe niesymetrii magnetycznej. Uszkodzona klatka wirnika (niesymetria rezystancyjna obwodu wirnika) prowadzi do niesymetrii prądów wirnika, co z kolei powoduje pojawienie się dodatkowych harmonicznych. Podobna sytuacja występuje w przypadku ekscentryczności. Niesymetria magnetyczna szczeliny powietrznej, spowodowana ekscentrycznością wirnika, jest także przyczyną niesymetrii prądowej stojana i wirnika, a co za tym idzie, generuje dodatkowe harmoniczne.

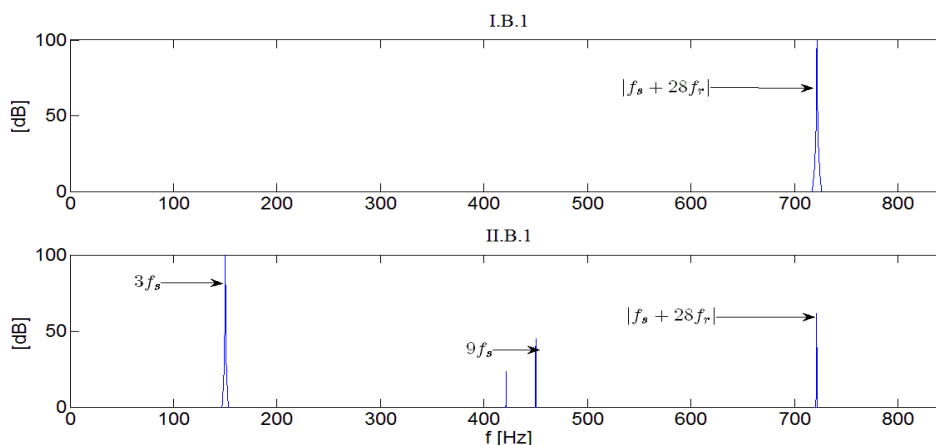
Zestawienie wzorów na częstotliwości charakterystyczne w widmach prądów stojana i wirnika dla danego typu uszkodzenia, zostało przedstawione w tabeli 2.11-1.

Tabela 2.11-1 Częstotliwości harmonicznych prądów stojana i wirnika w zależności od niesymetrii

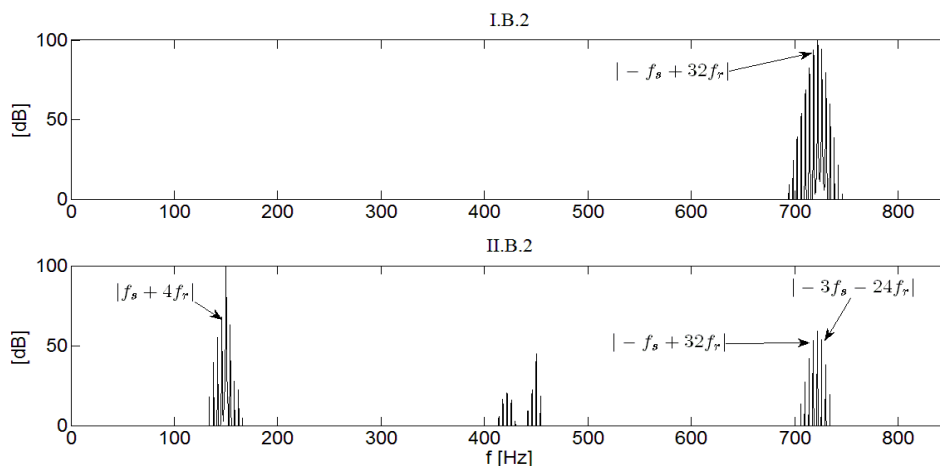
Niesymetria	Prąd stojana $i_1 = 0, \pm 1, \dots, \pm i_{1\max}$	Prąd wirnika $i_1 = 0, \pm 1, \dots, \pm i_{1\max}$
Uszkodzona klatka wirnika	$f_s (1 \pm 2i_1 s)$	$sf_s (1 \pm 2i_1)$
Ekscentryczność dynamiczna	$f_s (1 \pm 2i_1 s)$	$sf_s (1 \pm 2i_1)$
Ekscentryczność statyczna	$f_s (1 \pm 2i_1)$	$f_s (s \pm 2i_1)$
Ekscentryczność mieszana	$f_s (1 \pm i_1 f_r)$	$sf_s (1 \pm i_1 f_r)$

B. Symulacja silnika indukcyjnego klatkowego skojarzonego w gwiazdę z przewodem neutralnym

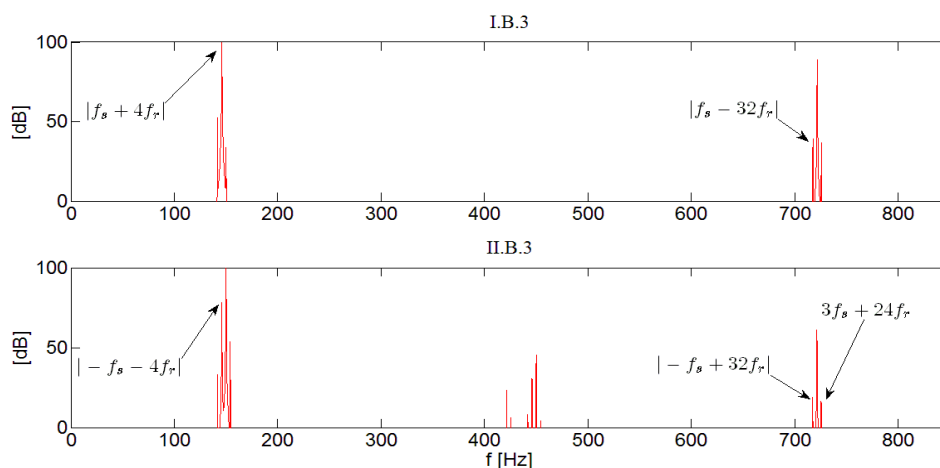
Podobnie jak poprzednio, w tym przypadku również porównano wyniki obliczeń uzyskane na podstawie tzw. modelu liniowego i modelu nieliniowego.



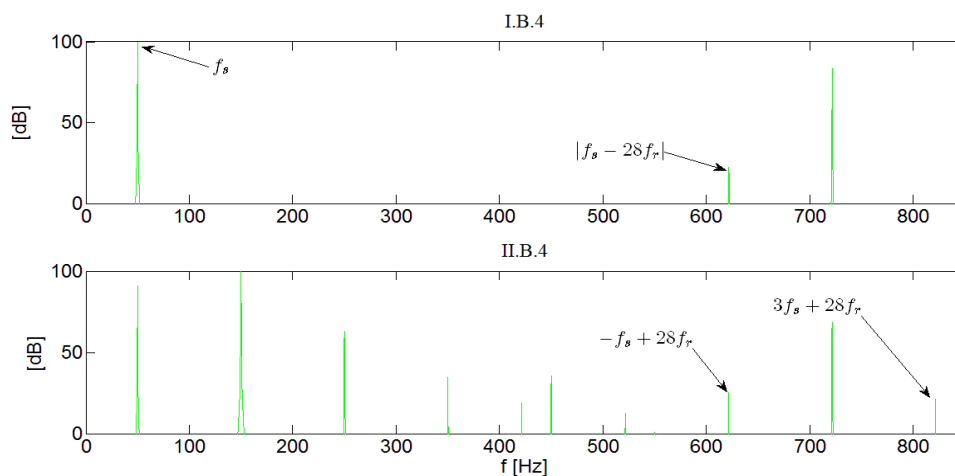
Rys. 2.11-8 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika symetrycznego: I.B.1 - liniowy obwód magnetyczny, II.B.1 - nieliniowy obwód magnetyczny



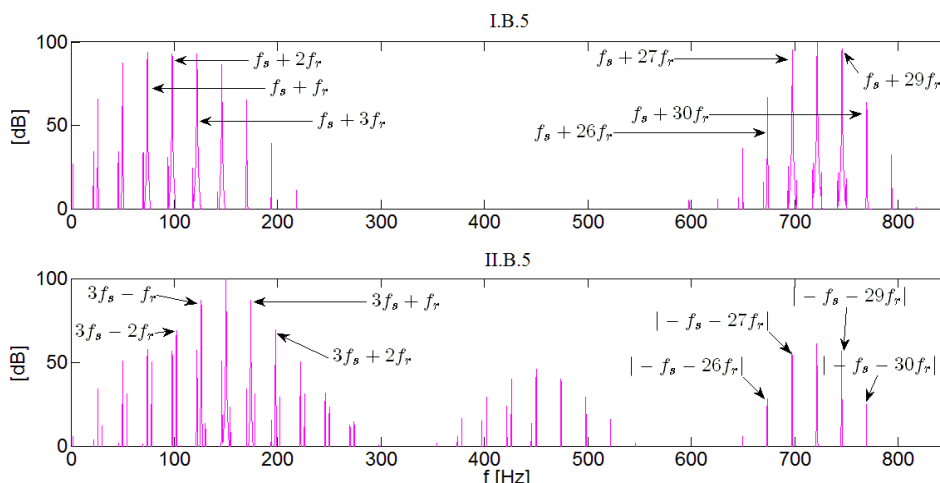
Rys. 2.11-9 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z uszkodzoną kłatką wirnika: I.B.2 - linowy obwód magnetyczny, II.B.2 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 2.11-10 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną: I.B.3 - linowy obwód magnetyczny, II.B.3 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 2.11-11 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością statyczną: I.B.4 - linowy obwód magnetyczny, II.B.4 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 2.11-12 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną: I.B.5 - liniowy obwód magnetyczny, II.B.5 - nieliniowy obwód magnetyczny

W rozpatrywanej serii symulacji, gdzie uzwojenia stojana są skojarzone w gwiazdę z przewodem neutralnym, składowa zerowa prądów stojana posiada bogatsze widmo w porównaniu do widma składowej zerowej napięcia. Zawiera te same częstotliwości charakterystyczne dla każdego z przypadków niesymetrii oraz dodatkowe spowodowane sprzęganiem się składowej zerowej prądu z pozostałymi składowymi symetrycznymi prądów stojana i wirnika.

Z porównania modelu liniowego z nieliniowym wynika, że ten drugi daje bogatsze spektrum harmoniczných składowej zerowej napięcia i składowej zerowej prądu, skąd można wnioskować, że to widmo należy brać jako podstawę do diagnozowania uszkodzeń silników.

Na podstawie przeprowadzonych symulacji oraz z uproszczonej analizy równania składowej zerowej napięcia (2.6-3) można stwierdzić, że do identyfikacji częstotliwości charakterystycznych w widmie składowej zerowej prądu stojana mogą zostać użyte wzory wyprowadzone na częstotliwości charakterystyczne dla składowej zerowej napięcia.

3 **Badania polowo-obwodowe uszkodzeń silników indukcyjnych**

Celem wykonania badań polowych jest uzyskanie wzorcowych przebiegów napięć i prądów ilustrujących uszkodzenia trójfazowego silnika indukcyjnego. Wyjątkowość tych przebiegów w stosunku do uzyskanych na podstawie pomiarów wynika stąd, że za pomocą metody elementów skończonych (*MES*) i sprzęgniętej z nią metody modelowania obwodów elektrycznych można z dużą dokładnością stworzyć model maszyny z ściśle zadaniem uszkodzeniem. W warunkach laboratoryjnych nie jest bowiem możliwe zamodelowanie idealnego przypadku uszkodzenia silnika. Obliczenia polowe pozwalają ponadto zweryfikować dokładność modelu obwodowego, a w szczególności wpływu nieliniowości magnetowodu na sygnały diagnostyczne.

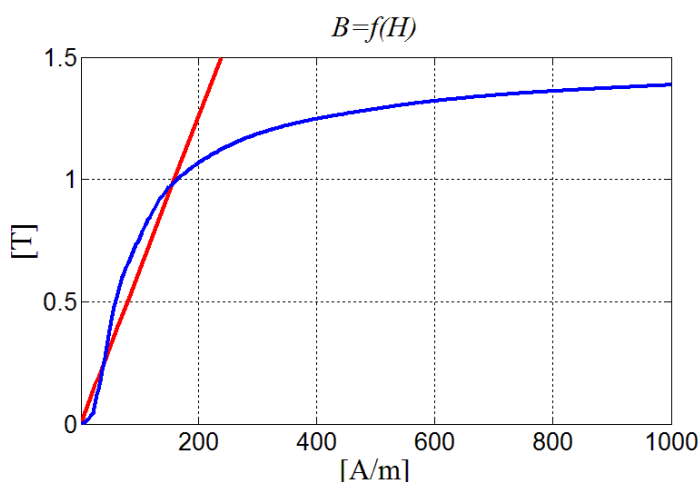
Badania modelu obwodowo-polowego przeprowadzono, podobnie jak poprzednio dla modelu obwodowego, dla dwóch rodzajów magnetowodu: (I) liniowego i (II) nieliniowego wg programu badań przedstawionego w rozdz. 1.3. Do badań zostało wykorzystane środowisko komputerowe *ANSYS-Maxwell*. Jest to program obliczeniowy firmy *ANSOFT*, który wykorzystuje techniki *MES*. Pokazano widma składowej zerowej prądu i napięcia dla każdego z przypadków, a następnie porównano je do obrazu widma silnika symetrycznego.

3.1 Model silnika indukcyjnego klatkowego w środowisku komputerowym Maxwell-Ansys

Do przeprowadzenia symulacji na dwuwymiarowym modelu polowym silnika indukcyjnego w środowisku *Maxwell-ANSYS* służy program *Maxwell 2D* z dodatkiem *Transient Solver*. Dodatek *Transient Solver* jest odpowiedzialny za wykonywanie obliczeń polowych z elementami ruchomymi. Do wprowadzenia geometrii silnika skorzystano ze specjalnego narzędzia dedykowanego do projektowania maszyn elektrycznych wirujących – *RMxpert*.

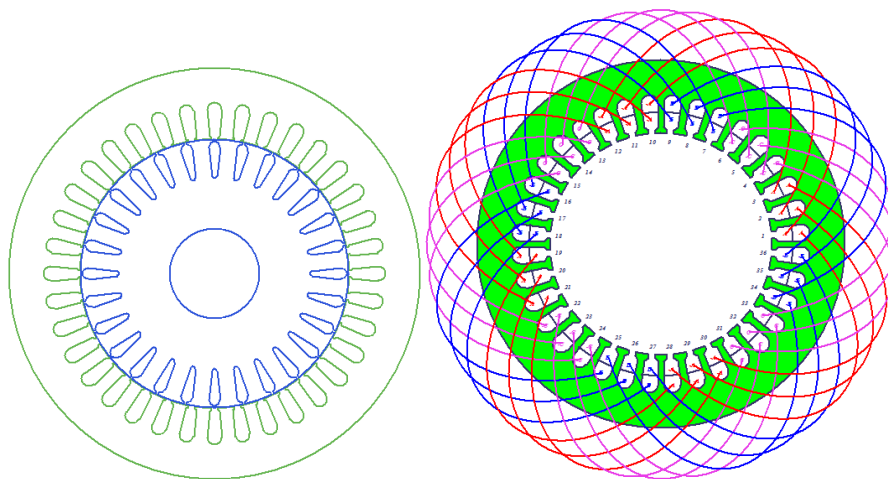
Obiektem badań polowych był silnik Sg112M-4 o danych: $P_N = 4$ kW, $U_N = 400$ V, $I_N = 8.1$ A, $n_N = 1430$ obr/min, $p = 2$ i liczbie żłobków stojana $N_s = 36$ i prętów wirnika $N = 28$. Na podstawie karty uzwojeń silnika oraz rysunków technicznych stojana i wirnika wprowadzono geometrie badanego silnika, uzupełnioną o dane z tabliczki znamionowej.

W celu zbadania wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego na widmo składowej zerowej napięcia i prądu stojana wykonano modele silnika z użyciem dwóch typów materiałów. Dla liniowego obwodu magnetycznego (I) - stal o stałej przewodności magnetycznej, natomiast dla nieliniowego magnetowodu (II) - blachę M19 (charakterystyka przedstawiona kolorem niebieskim na rys. 3.1-1).

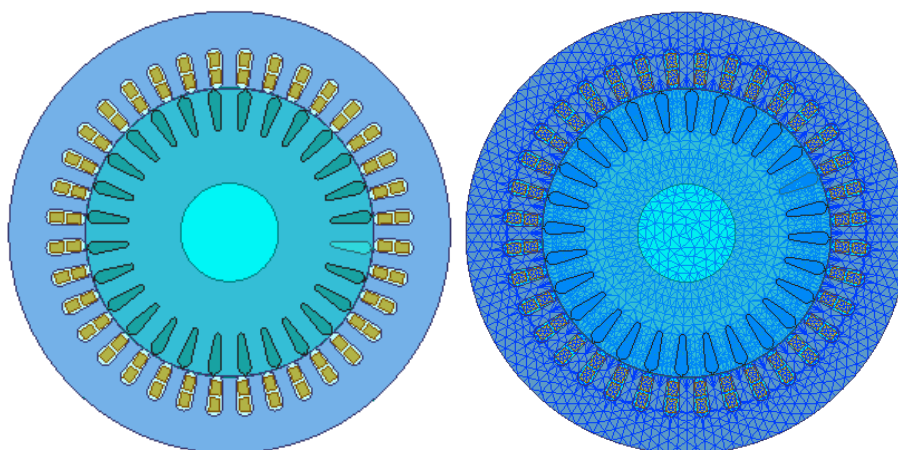


Rys. 3.1-1 Charakterystyki magnesowania: liniowy materiał, blacha M19

W wyniku wprowadzenia danych do programu *RMxpert* otrzymano projekt silnika (rys. 3.1-2), który następnie przetworzono na model *Maxwell 2D* (rys. 3.1-3). Podczas kompilacji projektu, program automatycznie znajduje osie symetrii elektrycznej i magnetycznej, aby podzielić obszar i wykonać symulację na części modelu. Zabieg taki znacznie przyspiesza obliczenia, jednakże w przypadku modelowania uszkodzeń nie mógł być wykorzystany, dlatego modele użyte do badań muszą być modelami pełnymi.

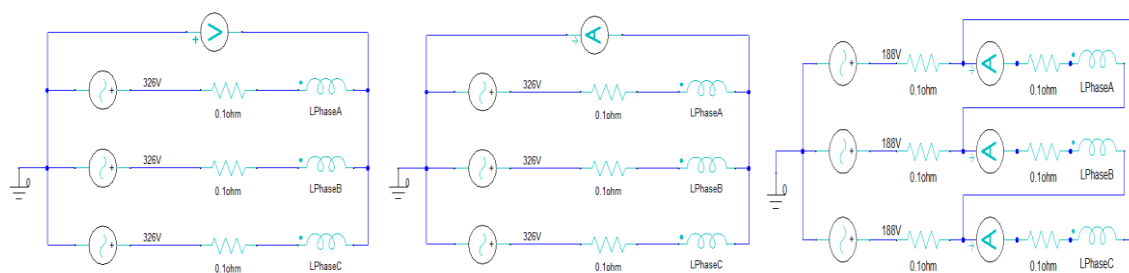


Rys. 3.1-2 Jarzmo stojana i wirnika (od lewej); schemat połączeń cewek



Rys. 3.1-3 Model 2D silnika Sg112M-4 w programie *Maxwell 2D* wraz z obrazem siatki

Program *ANSYS-Maxwell* jest uzupełniony o pakiet *Maxwell Circuit Editor*, który pozwala na modelowanie układów elektrycznych maszyny powiązanych z modelem polowym. Na rys. 3.1-4 zaprezentowano trzy obwody elektryczne stojana wykorzystane do symulacji.



Rys. 3.1-4 Sposób połączenia uzwojeń stojana z układem zasilania i urządzeniami pomiarowymi w programie *Maxwell Circuit Editor* dla połączeń uzwojeń w: (od lewej) gwiazdę, gwiazdę z przewodem neutralnym oraz trójkąt (amperomierze A i woltomierze V służą do rejestracji mierzonych sygnałów)

Następnym etapem budowy modelu polowego silnika służącego do pozyskiwania wzorców diagnostycznych jest odpowiednie zamodelowanie uszkodzeń. W modelu polowym, każdy rodzaj uszkodzenia wymaga ingerencji w symetryczną strukturę, polegającą na zmianie położenia wirnika względem stojana lub zmiany materiału, z którego został pierwotnie wykonany.

Modelowanie wewnętrznych uszkodzeń silnika:

1. Niesymetria klatki wirnika

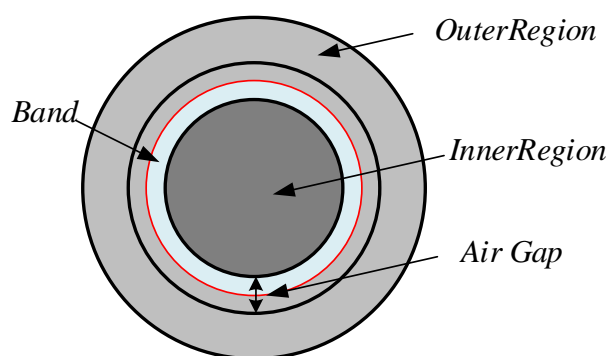
Uszkodzenie elementu klatki modelowano poprzez zwiększenie rezystywności materiału w danym miejscu.

2. Ekscentryczne położenie wirnika.

W związku z podziałem na trzy rodzaje ekscentryczności, które zostały przytoczone i opisane w rozdziale 2.3, dokonano zmian geometrycznych w usytuowaniu stojana i wirnika. Na potrzeby takich zmian w strukturze modelu, należało najpierw zmienić wymiary stref ruchomych i nieruchomych, tak żeby obracający się lub statycznie przesunięty wirnik nie przecinał się z żadną z nich. W modelach silnika wykonanych na podstawie projektu z programu *RMxpert* występują trzy strefy, mające pierwotnie wspólny środek symetrii:

- *OuterRegion* - koło o promieniu równej promieniowi zewnętrznemu stojana,
- *InnerRegion* - koło o promieniu równej promieniowi wirnika,
- *Band* - koło o promieniu sumy długości promienia wirnika i połowie szerokości szczeliny.

Strefy te są to zadeklarowane przestrzenie próżni, w których znajdują się elementy silnika. Strefa *InnerRegion* jako jedyna należy do elementów ruchomych, obracających się wraz z wirnikiem. Dwie pozostałe są strefami stacjonarnymi. Użycie takiej struktury modelu polowego ułatwia generowanie siatki podczas ruchu elementów w opcji *Transient*. Strefa *Band*, w przypadku symetrii modelu, dzieli obszary w połowie długości szerokości szczeliny powietrznej, dlatego bez zmian granic stref nie byłoby możliwe wykonanie symulacji ze współczynnikiem ekscentryczności dynamicznej lub statycznej większym niż 0,5.

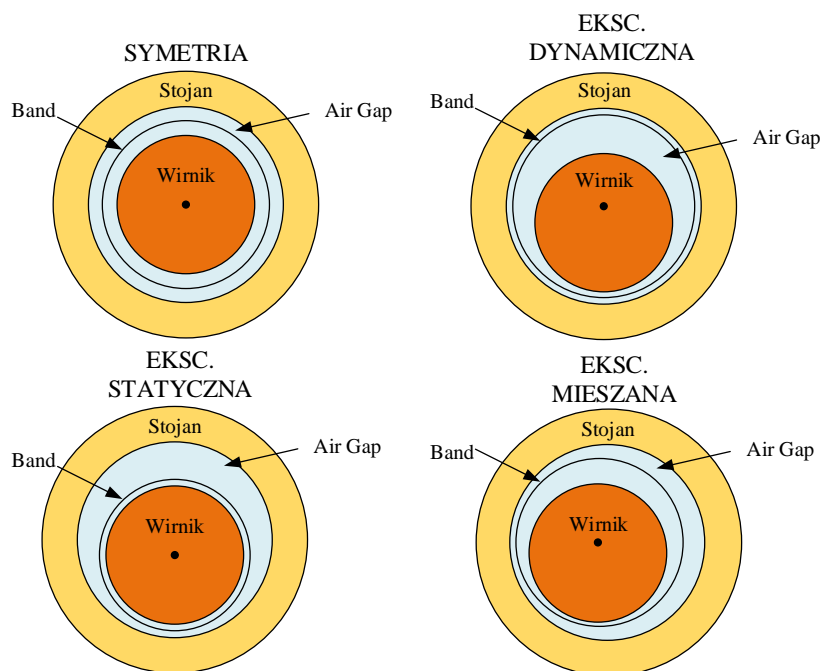


Rys. 3.1-5 Podział obszarów w poprzecznym przekroju modelu silnika w programie Maxwell 2D (przyjęto oryginalne nazewnictwo)

Szczelina powietrzna w badanym silniku wynosi 0,3 mm. Poszczególne typy ekscentryczności zostały zamodelowane z wykorzystaniem oznaczeń zdefiniowanych w rozdziale 2.3:

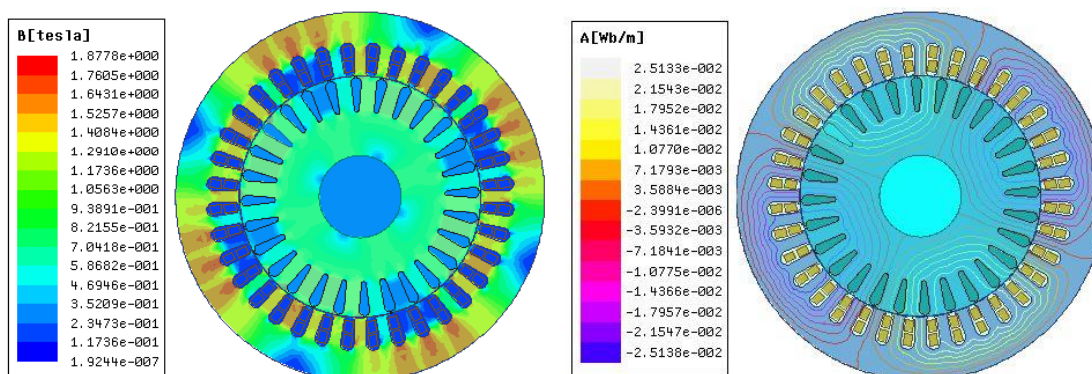
- a) ekscentryczność dynamiczna – przesunięcie osi wirnika o wektor $\langle 0; 0,23 \rangle$ mm, co daje ekscentryczność względną: $\varepsilon_d = 0,77$, $\varepsilon_s = 0$; osie obrotu i symetrii stojana pozostają niezmienione,
- b) ekscentryczność statyczna – przesunięcie osi stojana o wektor $\langle 0; 0,23 \rangle$ mm, co daje ekscentryczność względną: $\varepsilon_d = 0$, $\varepsilon_s = 0,77$; osie obrotu i symetrii wirnika pozostają niezmienione
- c) ekscentryczność mieszana – przesunięcie osi stojana o wektor $\langle 0,06; 0 \rangle$ mm i wirnika o wektor $\langle 0; 0,06 \rangle$, co daje ekscentryczność względną: $\varepsilon_d = 0,2$, $\varepsilon_s = 0,2$; oś obrotu pozostaje niezmieniona

Na rys. 3.1-6 zaprezentowano wcześniej opisane przypadki.

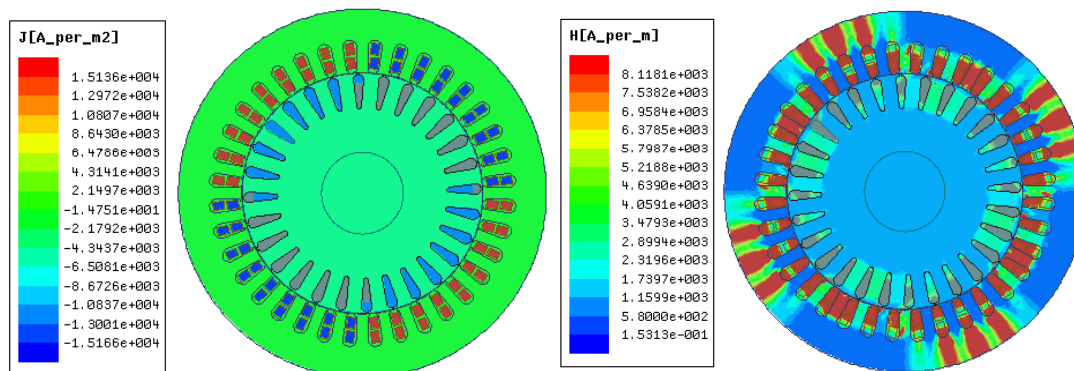


Rys. 3.1-6 Modele usytuowania wirnika w programie *Maxwell 2D* wraz ze zmianami strefy *Band*

Głównym przeznaczeniem programu *Maxwell 2D* jest modelowanie zmiennych pól elektromagnetycznych o niskiej częstotliwości i analizowanie sprzężonych z nimi sygnałów takich jak prądy, napięcia, moment itp. [24]. Program *Maxwell 2D* posiada również możliwość graficznego zapisywania obrazów pól obliczanych podczas symulacji, a następnie tworzenia z nich animacji. Oto przykładowe obrazy badanego silnika dla tej samej chwili.



Rys. 3.1-7 Przykładowe obrazy rozkładu (od lewej): indukcji pola magnetycznego, linii strumienia elektromagnetycznego



Rys. 3.1-8 Przykładowe obrazy rozkładu (od lewej): gęstości prądu, natężenia pola magnetycznego

Na rysunkach 3.1-7 i 3.1-8 widać wyraźne zarysowanie biegunów magnetycznych. Poprzez gradacje kolorów wyróżniono strefy dla poszczególnych wielkości o różnym natężeniu. Dzięki takiemu narzędziu użytkownik może obliczyć indukcyjności i rezystancje uzwojeń, a następnie przenieść te parametry do modelu obwodowego.

3.2 Badania porównawcze uszkodzeń silnika z liniowym i nieliniowym obwodem magnetycznym

Polowo-obwodowy model silnika wraz ze sposobami modelowania uszkodzeń, na podstawie którego przeprowadzono badania został zaprezentowany w poprzednim rozdziale. Symulacje wykonano dla trzech sposobów skojarzenia uzwojeń stojana

- A. W gwiazdę.
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym.
- C. W trójkąt.

Zdecydowano się na symulacje o czasie trwania 10 s z krokiem 0,1 ms. Takie parametry dają późniejszą możliwość otrzymania widm do 5 kHz o wystarczającej rozdzielczości, potrzebnej do identyfikacji harmoniczných. Ruch obrotowy wirnika i obszaru wewnętrznego ustawiono na prędkość $n = 1450$ obr/min.

Silnik został zasilony napięciem sinusoidalnym o częstotliwości $f_s = 50$ Hz

$$\begin{bmatrix} e_{l1} \\ e_{l2} \\ e_{l3} \end{bmatrix} = \sqrt{2}U_{sk} \begin{bmatrix} \cos(\omega_s t) \\ \cos\left(\omega_s t - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\omega_s t - \frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (3.2-1)$$

gdzie, $U_{sk} = 230$ V przy połączeniu uzwojeń w gwiazdę oraz $U_{sk} = \frac{230}{\sqrt{3}}$ V przy połączeniu w trójkąt. Przyjęto oznaczenia poszczególnych przypadków zgodnie z zaprezentowanym programem badań w rozdziale 1.3 i przytoczono je ponownie.

Analizowane przypadki podzielono na dwie główne grupy

- I. Obliczenia maszyny z liniowym obwodem magnetycznym.
- II. Obliczenia z obwodem nieliniowym.

Rozpatrzono pracę silnika

1. Symetrycznego.
2. Z niesymetrią elektryczną obwodu klatki.
3. Z ekscentrycznością statyczną wirnika.
4. Z ekscentrycznością dynamiczną wirnika.
5. Z ekscentrycznością mieszaną wirnika.

W przypadku skojarzenia uzwojeń w gwiazdę, szczególnej analizie poddano składową zerową napięcia stojana, natomiast przy połączeniu w gwiazdę z przewodem neutralnym lub w trójkąt, składową zerową prądu. Widma składowej zerowej napięcia lub prądu, dla każdego typu połączenia uzwojeń stojana, zostały pogrupowane w zależności od stanu maszyny i przedstawione razem dla liniowego (I) i nieliniowego (II) obwodu magnetycznego. Pogrubionymi liniami zaznaczono harmoniczne o częstotliwościach charakterystycznych, wynikających ze wzorów (2.7-24) i (2.7-26). Wzięto pod uwagę wybrane harmoniczne, których amplituda jest większa niż 30 dB w odniesieniu do poziomu szumu.

Rysunki pogrupowano ze względu na sposób skojarzenia stojana.

- A. W gwiazdę. Rozdział 3.2.1, rysunki od 3.2-1 do 3.2-5.
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym. Rozdział 3.2.2, rysunki od 3.2-11 do 3.2-15.
- C. W trójkąt. Rozdział 3.2.3, rysunki od 3.2-21 do 3.2-25.

Dla każdego zestawienia widm, oprócz przypadku z uszkodzeniem klatki wirnika, można wyróżnić harmoniczne, które występują w analizowanym sygnale silnika z nieliniowym rdzeniem magnetycznym, a nie występują w liniowym. Wzory na te częstotliwości mają podobną postać, bowiem są to kombinacje liniowe potrójnej wartości częstotliwości zasilania z częstotliwością obrotową wynikającą z rozpatrywanego stanu maszyny. Zestawienia tych harmonicznych odpowiednio przedstawiono w zależności od połączenia uzwojeń stojana.

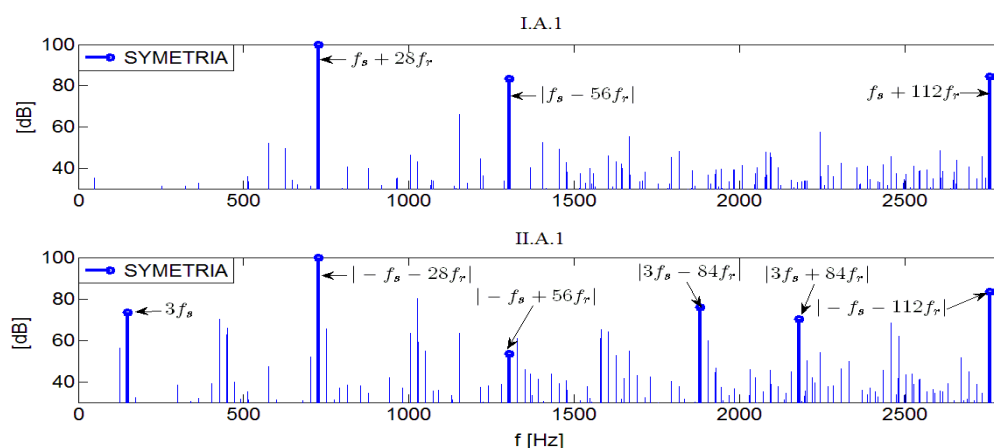
- A. W gwiazdę. Rozdział 3.2.1, rys. 3.2-6.
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym. Rozdział 3.2.2, rys. 3.2-16.
- C. W trójkąt. Rozdział 3.2.3, rys. 3.2-26.

Kolejnym etapem analizy widmowej było porównanie amplitud harmonicznych charakteryzujących dany typ uszkodzenia z amplitudami o tej samej częstotliwości, występujących w widmie dla silnika symetrycznego. Amplitudy przedstawionych harmonicznych zostały zmierzone w odniesieniu do poziomu szumu analizowanego sygnału i dotyczą silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym.

- A. W gwiazdę. Rozdział 3.2.1, rysunki od 2.1-1 do 3.2-10.
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym. Rozdział 3.2.2, rysunki od 3.2-17 do 3.2-20.
- C. W trójkąt. Rozdział 3.2.3, rysunki od 3.2-27 - 3.2-30.

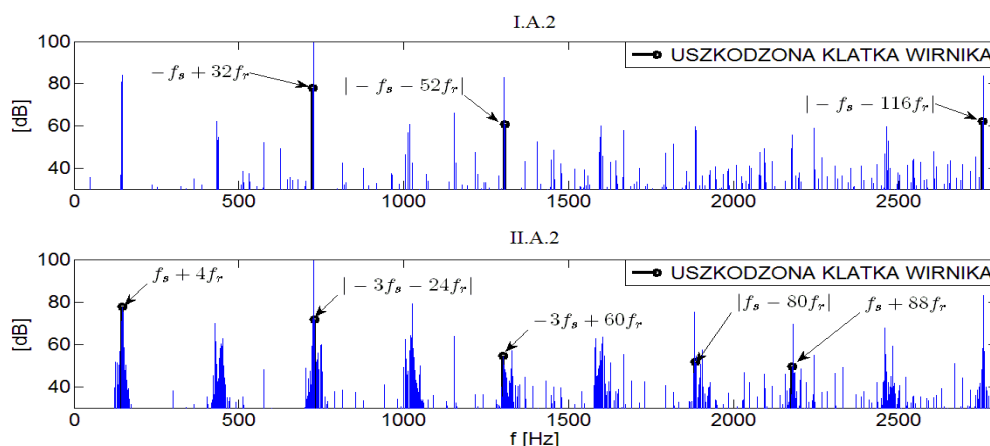
3.2.1 Wyniki analizy widmowej składowej zerowej napięcia silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę

Na poniższych rysunkach widma składowej zerowej napięcia stojana zaznaczono częstotliwości wyróżnione w tabeli 2.9-3 dla poszczególnych stanów maszyny pracujących w warunkach symetrycznych i niesymetrycznych.



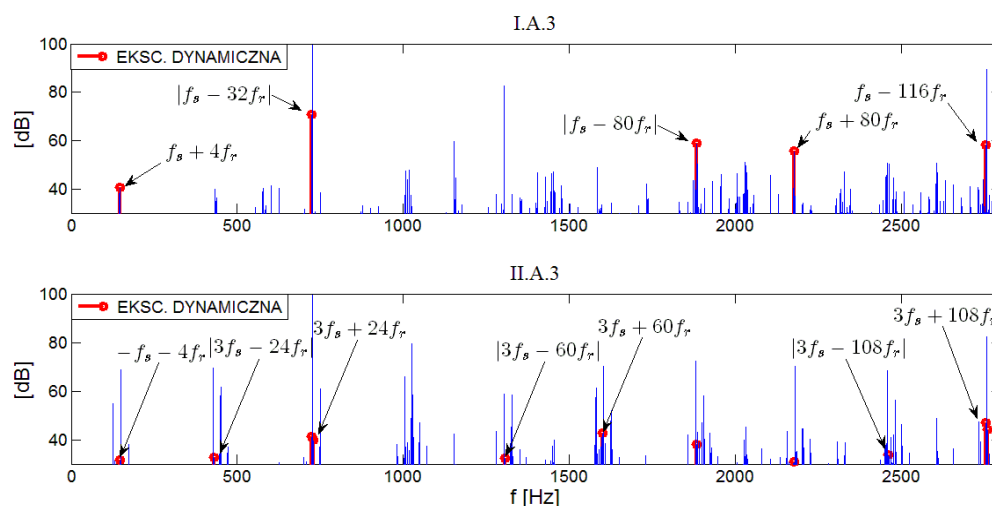
Rys. 3.2-1 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika symetrycznego z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.1 - linowy obwód magnetyczny, II.A.1 - nieliniowy obwód magnetyczny

Pogrubioną niebieską linią na rys. 3.2-1 wyróżniono harmoniczne charakterystyczne dla pracy symetrycznej wynikające ze wzoru (2.7-24), przy założeniach wziętych z tabeli 2.9-1 dla symetrii. Zgodnie z przyjętymi wcześniej oznaczeniami, na rys. 3.2-1 I.A.1 przedstawiono widmo dla modelu liniowego, a na rys. 3.2-1 II.A.1 dla modelu z nieliniowym magnetowodem. Widmo II.A.1 zawiera więcej harmonicznych w porównaniu z widmem I.A.1 przy takim samym zakresie badanych częstotliwości.



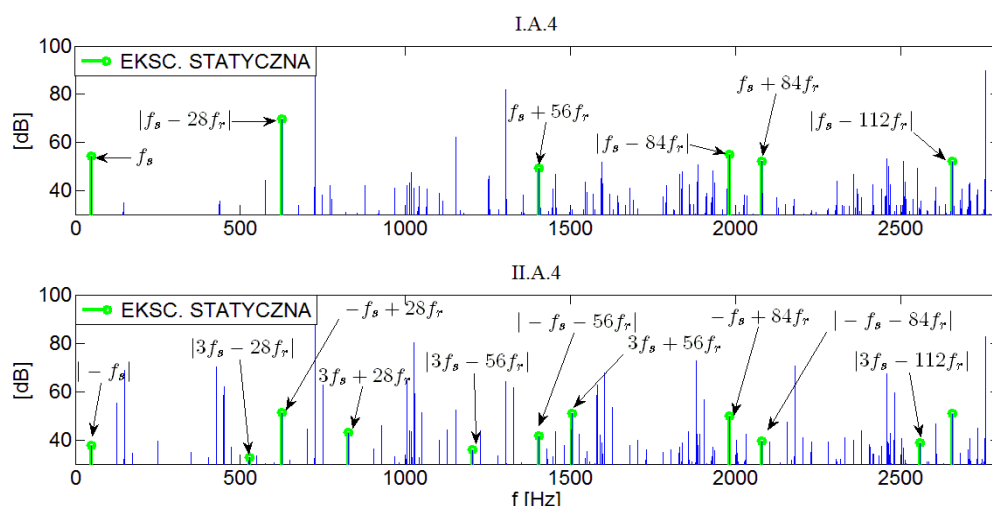
Rys. 3.2-2 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny

Pogrubioną czarną linią wyróżniono na rys. 3.2-2 harmoniczne charakterystyczne dla niesymetrii klatki wirnika wynikające ze wzoru (2.7-26), przy założeniach wziętych z tabeli 2.9-1 dla uszkodzonej klatki. Zgodnie z przyjętymi wcześniej oznaczeniami, na rys. 3.2-2 I.A.2 przedstawiono widmo dla modelu liniowego, a na rys. 3.2-2 II.A.2 dla modelu z nieliniowym magnetowodem. Widmo II.A.2 zawiera więcej harmonicznym w porównaniu z widmem I.A.2 przy takim samym zakresie badanych częstotliwości.



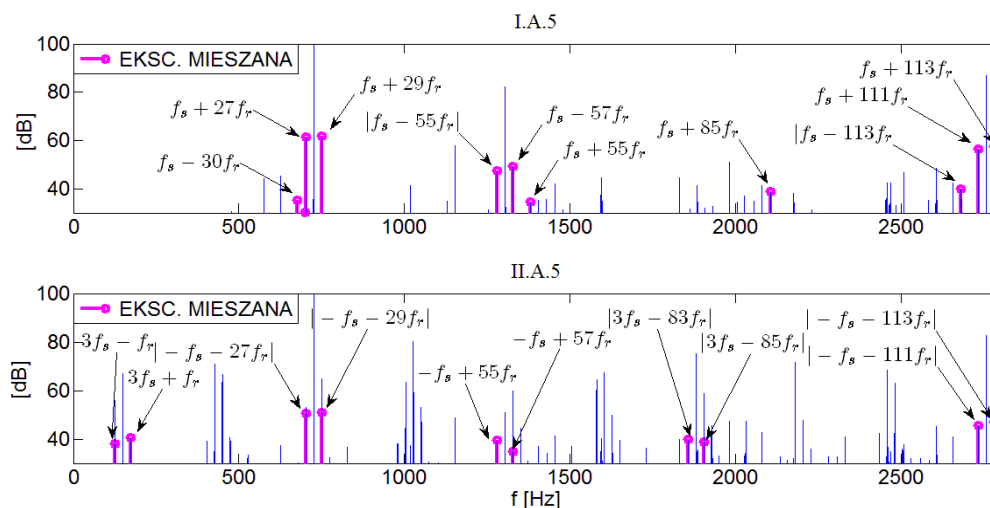
Rys. 3.2-3 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.3 - liniowy obwód magnetyczny, II.A.3 - nieliniowy obwód magnetyczny

Pogrubioną czerwoną linią na rys. 3.2-3 wyróżniono harmoniczne charakterystyczne dla ekscentryczności dynamicznej wynikające ze wzoru (2.7-24), przy założeniach wziętych z tabeli 2.9-1 dla tego przypadku. Zgodnie z przyjętymi wcześniej oznaczeniami, na rys. 3.2-3 I.A.3 przedstawiono widmo dla modelu liniowego, a na rys. 3.2-3 II.A.3 dla modelu z nieliniowym magnetowodem. Widmo II.A.3 zawiera więcej harmonicznym w porównaniu z widmem I.A.3 przy takim samym zakresie badanych częstotliwości.



Rys. 3.2-4 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością statyczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.4 - liniowy obwód magnetyczny, II.A.4 - nieliniowy obwód magnetyczny

Pogrubioną zieloną linią na rys. 3.2-4 wyróżniono harmoniczne charakterystyczne dla ekscentryczności statycznej wynikające ze wzoru (2.7-24), przy założeniach wziętych z tabeli 2.9-1 dla tego przypadku. Zgodnie z przyjętymi wcześniej oznaczeniami, na rys. 3.2-4 I.A.4 przedstawiono widmo dla modelu liniowego, a na rys. 3.2-4 II.A.4 dla modelu z nieliniowym magnetowodem. Widmo II.A.4 zawiera więcej harmonicznych w porównaniu z widmem I.A.4 przy takim samym zakresie badanych częstotliwości.

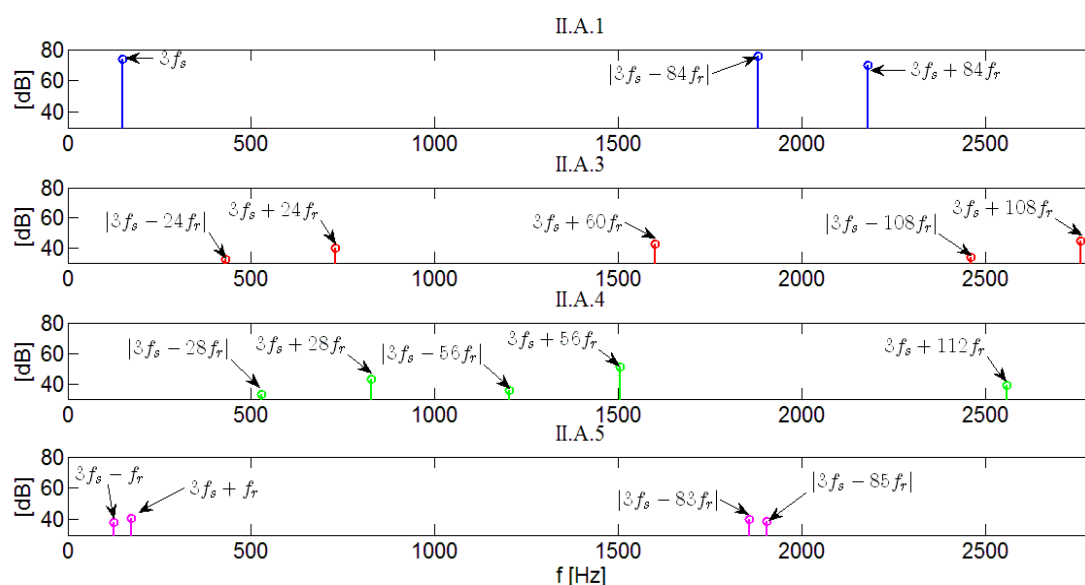


Rys. 3.2-5 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.5 - liniowy obwód magnetyczny, II.A.5 - nieliniowy obwód magnetyczny

Pogrubioną fioletową linią na rys. 3.2-5 wyróżniono harmoniczne charakterystyczne dla ekscentryczności mieszanej wynikające ze wzoru (2.7-24), przy założeniach wziętych

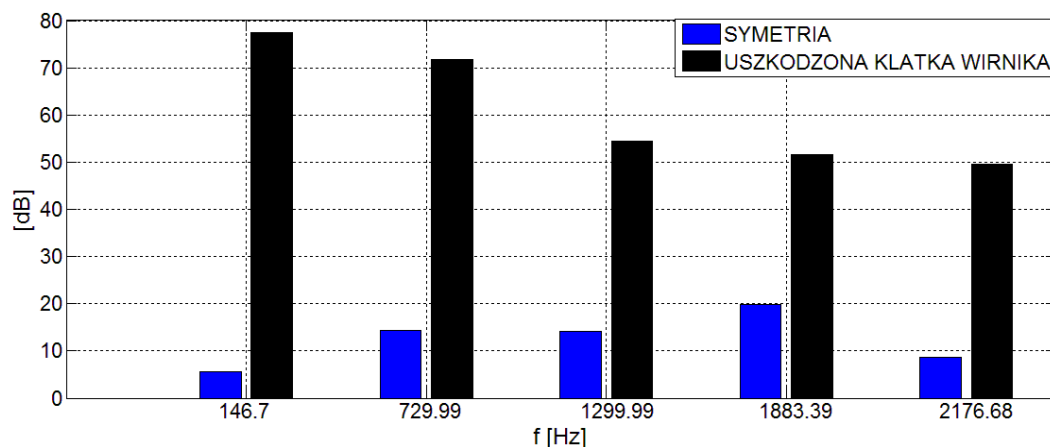
z tabeli 2.9-1 dla tego przypadku. Zgodnie z przyjętymi wcześniej oznaczeniami, na rys. 3.2-5 I.A.5 przedstawiono widmo dla modelu liniowego, a na rys. 3.2-5 II.A.5 dla modelu z nieliniowym magnetowodem. Widmo II.A.5 zawiera więcej harmoniczných w porównaniu z widmem I.A.5 przy takim samym zakresie badanych częstotliwości.

Na podstawie analizy spektralnej wyróżniono na rys. 3.2-6 harmoniczne, które pojawiają się w widmie składowej zerowej napięcia stojana dla poszczególnych przypadków tylko w modelu z nieliniowym rdzeniem magnetycznym.

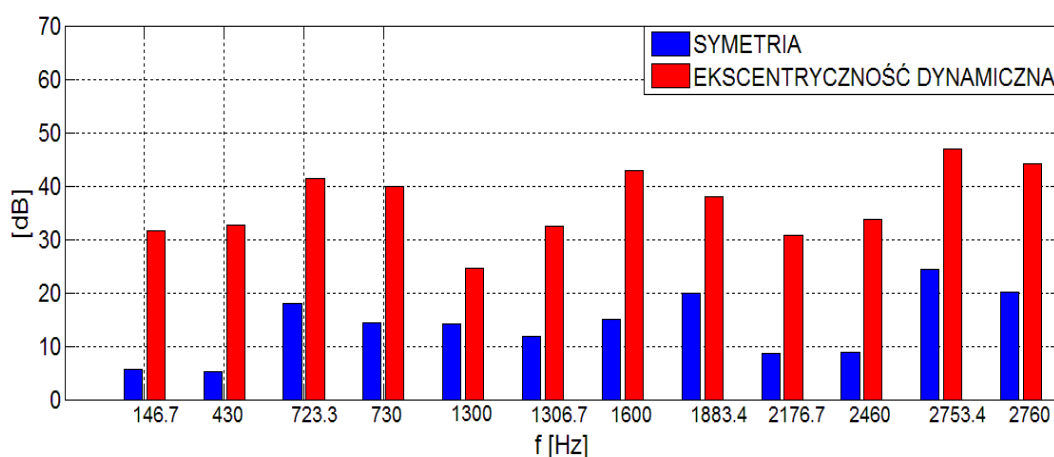


Rys. 3.2-6 Harmoniczne występujące tylko w widmie składowej zerowej napięcia silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym dla przypadków: 1. Symetrii, 3. Ekscentryczności dynamicznej, 4. Ekscentryczności statycznej, 5. Ekscentryczności mieszanej

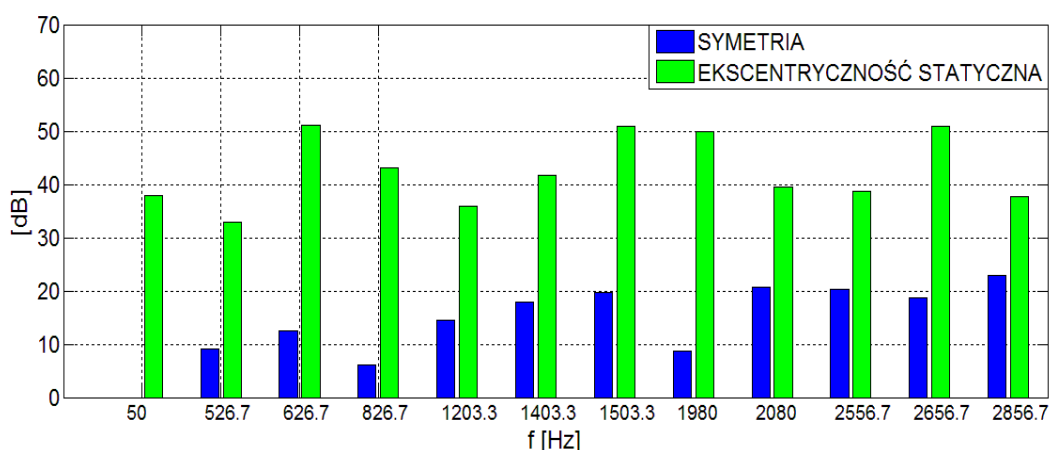
W celu sprawdzenia harmoniczných w widmie składowej zerowej napięcia stojana, przyporządkowanych do danego typu uszkodzenia, dokonano porównania amplitud wyznaczonych harmoniczných z odpowiadającymi im amplitudami harmoniczných z widma dla silnika symetrycznego (kolor niebieski). Należy zwrócić uwagę, że te amplitudy mają wartości poniżej wyznaczonego wcześniej progu 30 dB i zostały celowo naniesione na poniższe rysunki dla zobrazowania różnic (w skali liniowej nie byłyby widoczne). Analizie poddano przypadki dla nieliniowego rdzenia magnetycznego. Na osiach odciętych zaznaczono dokładne wartości częstotliwości, ponieważ wszystkie symulacje zostały przeprowadzone dla tej samej stałej prędkości obrotowej wirnika.



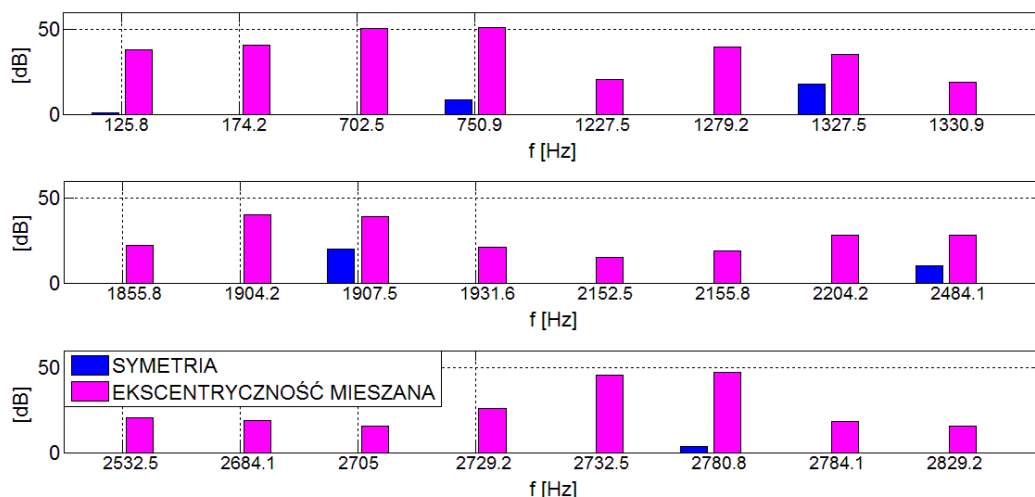
Rys. 3.2-7 Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla uszkodzenia klatki wirnika, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z uszkodzoną klatką wirnika (II.A.2)



Rys. 3.2-8 Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z ekscentrycznością dynamiczną $\varepsilon_d = 0,77$ (II.A.3)



Rys. 3.2-9 Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności statycznej, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z ekscentrycznością statyczną $\varepsilon_s = 0,77$ (II.A.4)



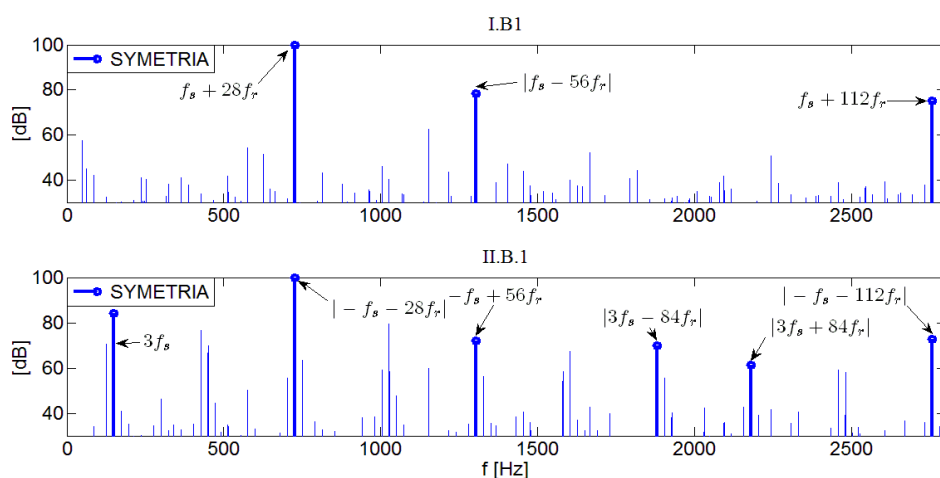
Rys. 3.2-10 Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z ekscentrycznością mieszaną $\varepsilon_d = 0,2$, $\varepsilon_s = 0,2$ (II.A.5)

Przeprowadzone porównania wskazują na wzrost amplitud wyróżnionych harmonicznych w składowej zerowej napięcia stojana, wyznaczonych na podstawie wzorów z rozdziału 2.9 dla każdego z rozpatrywanych uszkodzeń. Dla przypadków: uszkodzenia klatki wirnika, ekscentryczności dynamicznej i statycznej zaobserwowano tylko wzrost amplitud w stosunku do poziomu amplitud harmonicznych widma dla symetrii, natomiast w większości harmoniczne wyróżnionych dla ekscentryczności mieszanej (rys. 3.2-10) występują tylko w sytuacji niesymetrii, co jednoznacznie wskazuje na uszkodzenie. Na szczególną uwagę zasługują harmoniczne $3f_s - f_r$ i $3f_s + f_r$ (tj. odpowiednio 125,8 Hz i 174,2 Hz), które występują w otoczeniu potrójnej częstotliwości napięcia zasilania, co sprawia, że są łatwo identyfikowalne.

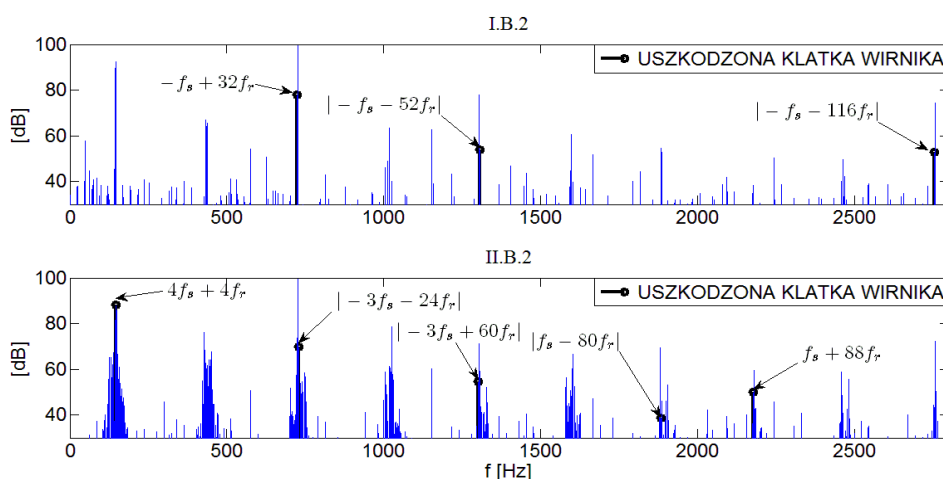
Przeprowadzone badania symulacyjne potwierdzają poprawność formuł wyprowadzonych w rozdziale 2.9 na częstotliwości charakterystyczne oraz potwierdzają wiarygodność obwodowego modelu matematycznego, uwzględniającego nasycenie magnetowodu dla celów diagnostycznych.

3.2.2 Wyniki analizy widmowej składowej zerowej prądu silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym

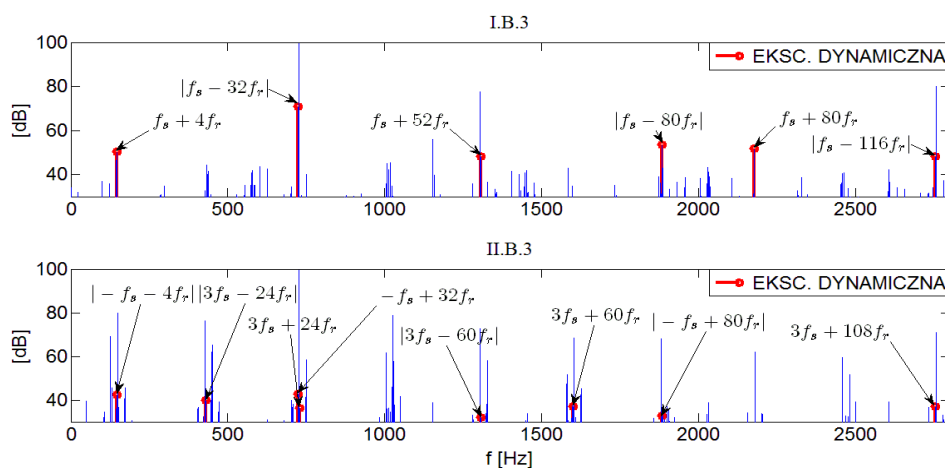
Na poniższych rysunkach przedstawiających widma składowej zerowej prądu stojana zaznaczono te same częstotliwości charakterystyczne dla poszczególnych stanów maszyny z podziałem na liniowy (I) i nieliniowy (II) obwód magnetyczny, co w rozdziale 3.2.1 dla widma składowej zerowej napięcia.



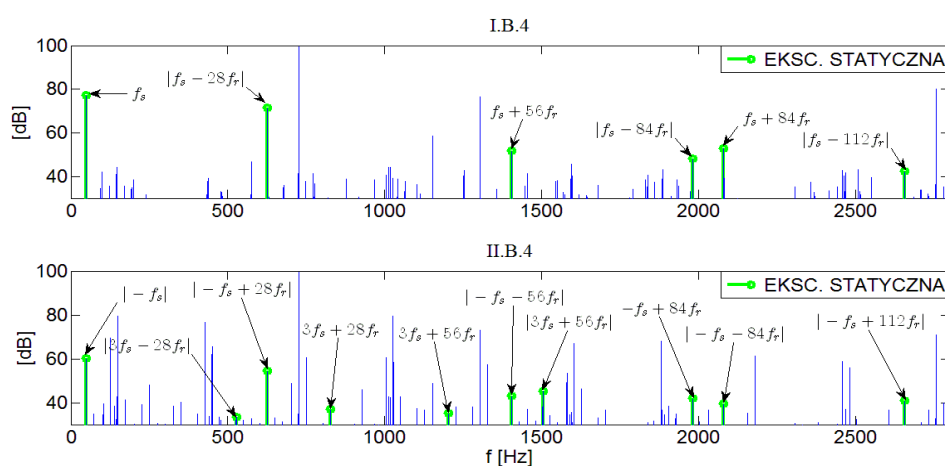
Rys. 3.2-11 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika symetrycznego z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.1 - liniowy obwód magnetyczny, II.B.1 - nieliniowy obwód magnetyczny



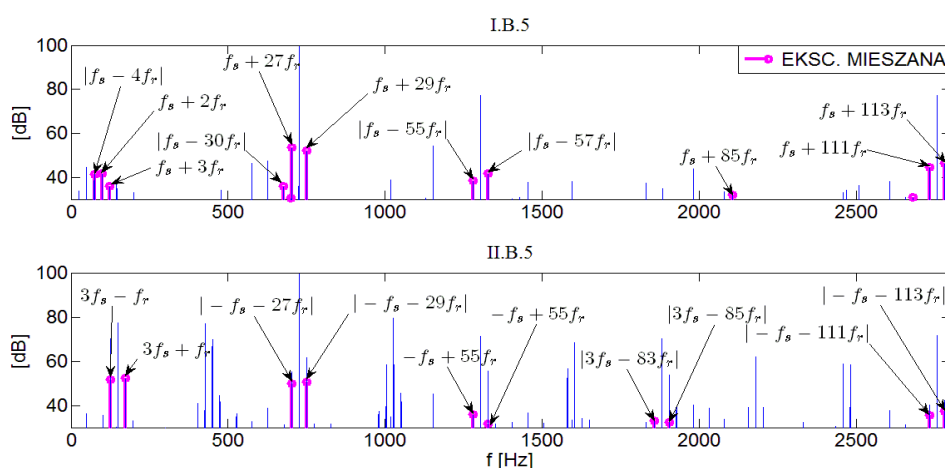
Rys. 3.2-12 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.2 - liniowy obwód magnetyczny, II.B.2 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 3.2-13 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.3 - linowy obwód magnetyczny, II.B.3 - nieliniowy obwód magnetyczny

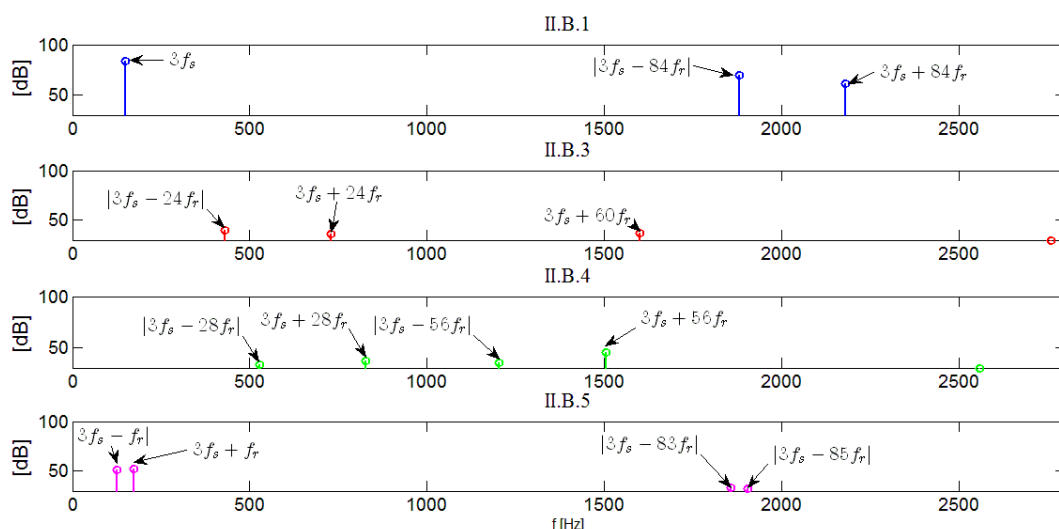


Rys. 3.2-14 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością statyczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.4 - linowy obwód magnetyczny, II.B.4 - nieliniowy obwód magnetyczny



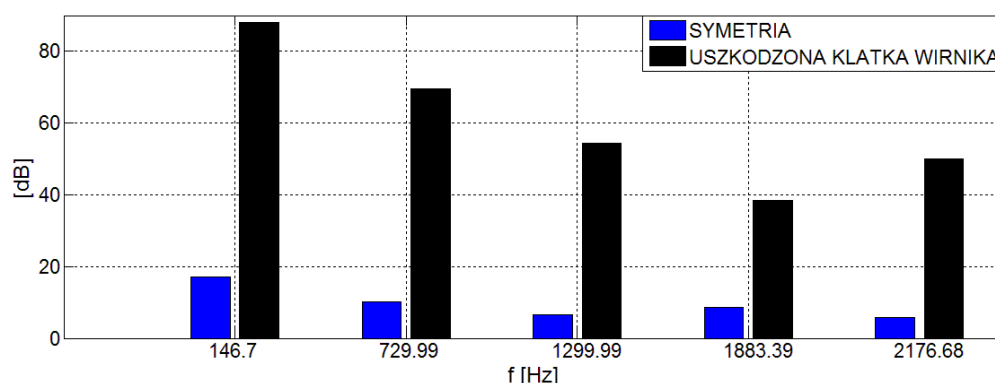
Rys. 3.2-15 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.5 - linowy obwód magnetyczny, II.B.5 - nieliniowy obwód magnetyczny

Na rysunkach od 3.2-11 do 3.2-15 wyróżniono harmoniczne o częstotliwościach charakterystycznych zgodnie z tabelą 2.9-3 dla poszczególnych przypadków. Na podstawie analiz częstotliwości charakterystycznych przedstawiono na rys. 3.2-16 harmoniczne, które pojawiają się w widmie składowej zerowej prądu stojana tylko w modelu z nieliniowym rdzeniem magnetycznym.

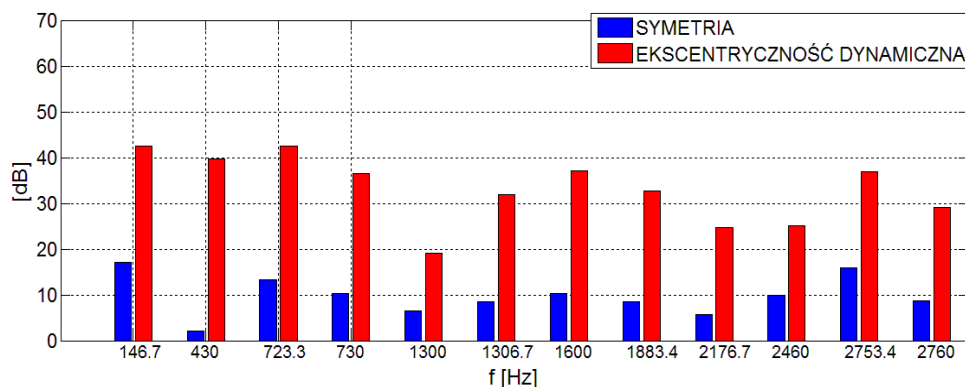


Rys. 3.2-16 Harmoniczne występujące tylko w widmie składowej zerowej prądu stojana silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym dla przypadków: 1. Symetrii, 3. Ekscentryczności dynamicznej, 4. Ekscentryczności statycznej, 5. Ekscentryczności mieszanej

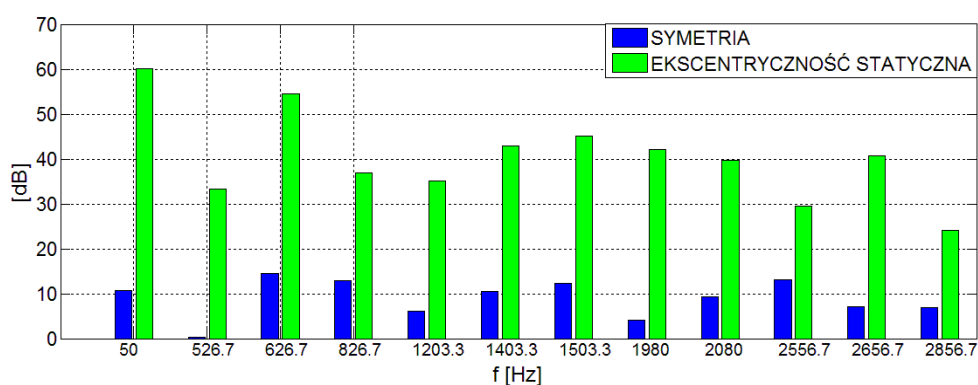
W celu sprawdzenia wrażliwości harmonicznych przyporządkowanych do danego typu uszkodzenia w widmie składowej zerowej prądu stojana, dokonano porównania amplitud wyznaczonych harmonicznych do amplitud ich odpowiedników w przypadku symetrii silnika dla nieliniowego rdzenia magnetycznego.



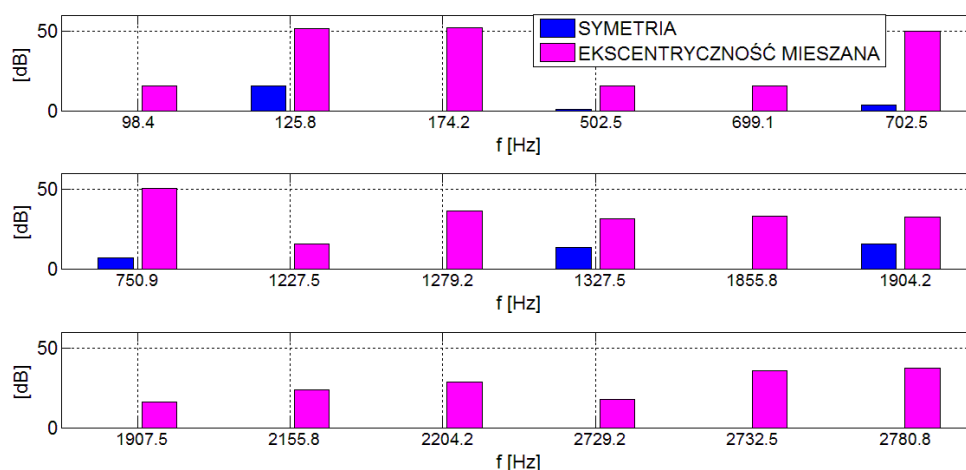
Rys. 3.2-17 Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla uszkodzenia klatki wirnika, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z uszkodzoną klatką wirnika (II.B.2)



Rys. 3.2-18 Porównanie harmoniczných składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z ekscentrycznością dynamiczną $\varepsilon_d = 0,77$ (II.B.3)



Rys. 3.2-19 Porównanie harmoniczných składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności statycznej, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z ekscentrycznością statyczną $\varepsilon_s = 0,77$ (II.B.4)



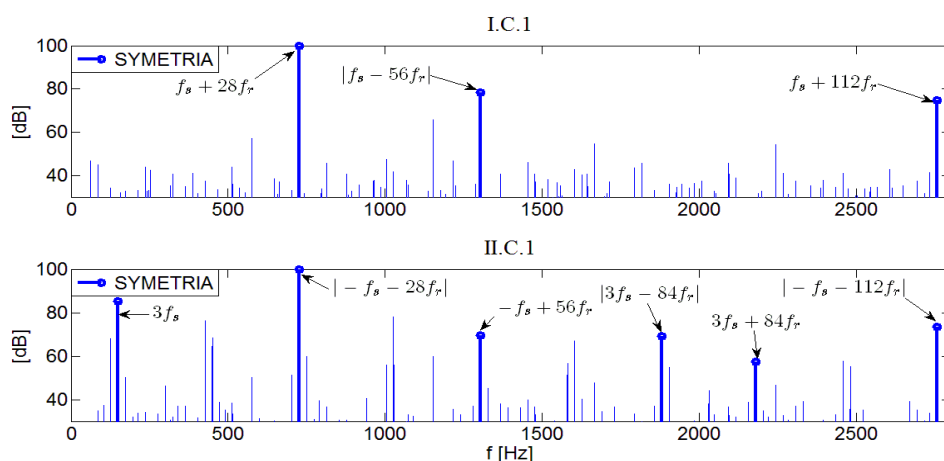
Rys. 3.2-20 Porównanie harmoniczných składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z ekscentrycznością mieszaną $\varepsilon_d = 0,2$, $\varepsilon_s = 0,2$ (II.B.5)

Przeprowadzone badania wskazują na wzrost amplitud harmoniczných w składowej zerowej prądu wyznaczonych na podstawie tabeli 2.9-3 dla każdego

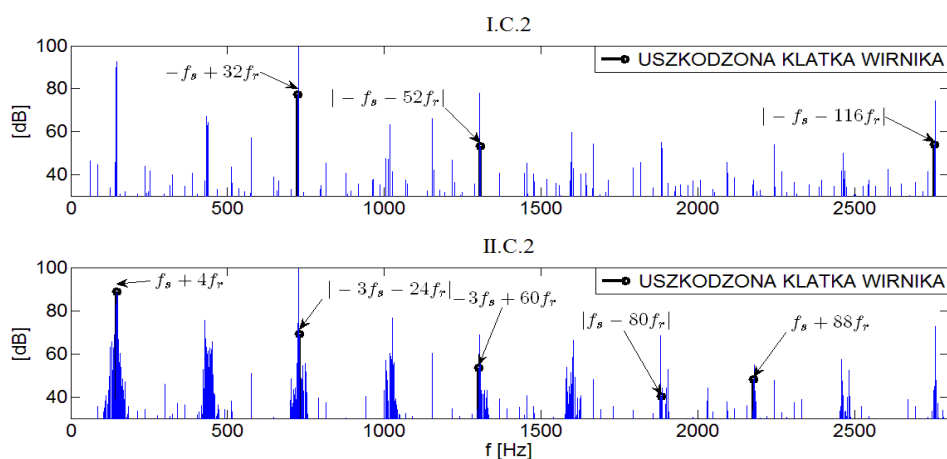
z rozpatrywanych uszkodzeń. Charakter zmian tych amplitud uzasadnia poprawność użycia wzorów wyprowadzonych dla składowej zerowej napięcia do zastosowania dla składowej zerowej prądu.

3.2.3 Wyniki analizy widmowej składowej zerowej prądu silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt

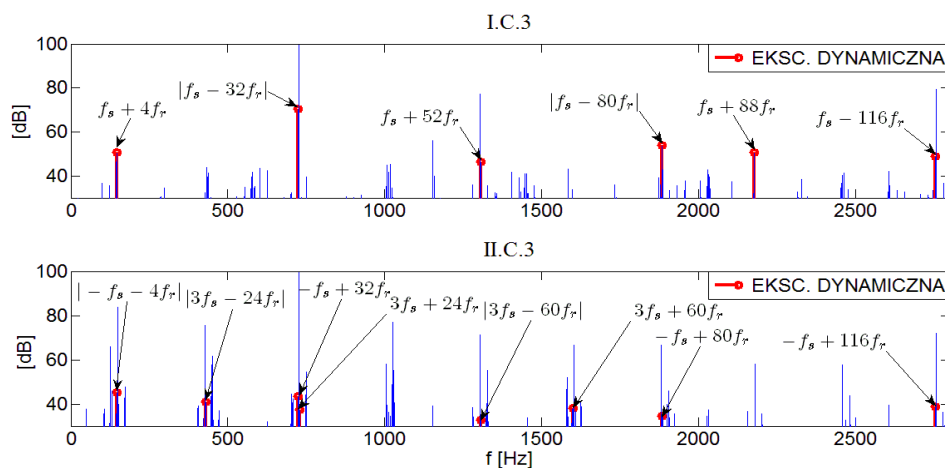
Na rysunkach od rys. 3.2-21 do rys. 3.2-25 przedstawiono widma składowej zerowej prądu stojana silnika połączonego w trójkąt. Zaznaczono na nich te same częstotliwości charakterystyczne dla poszczególnych stanów maszyny z podziałem na liniowy (I) i nieliniowy (II) obwód magnetyczny, co w rozdziałach 3.2.1 i 3.2.2.



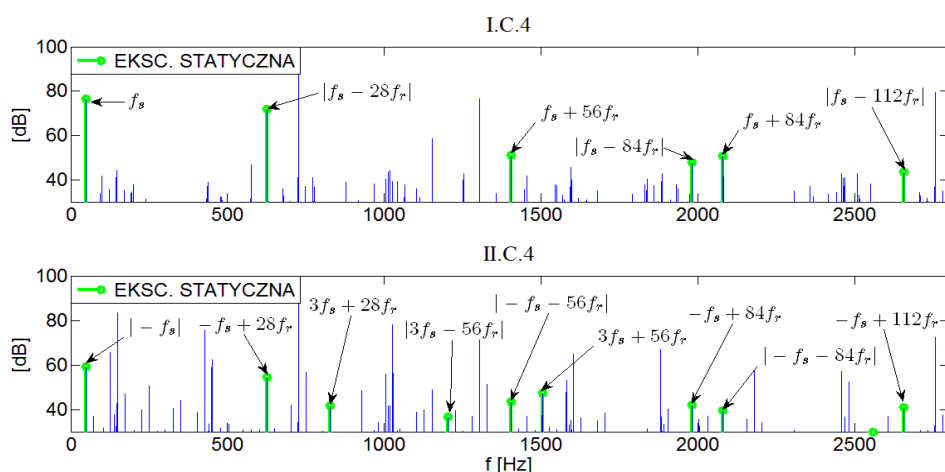
Rys. 3.2-21 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika symetrycznego z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.1 - liniowy obwód magnetyczny, II.C.1 - nieliniowy obwód magnetyczny



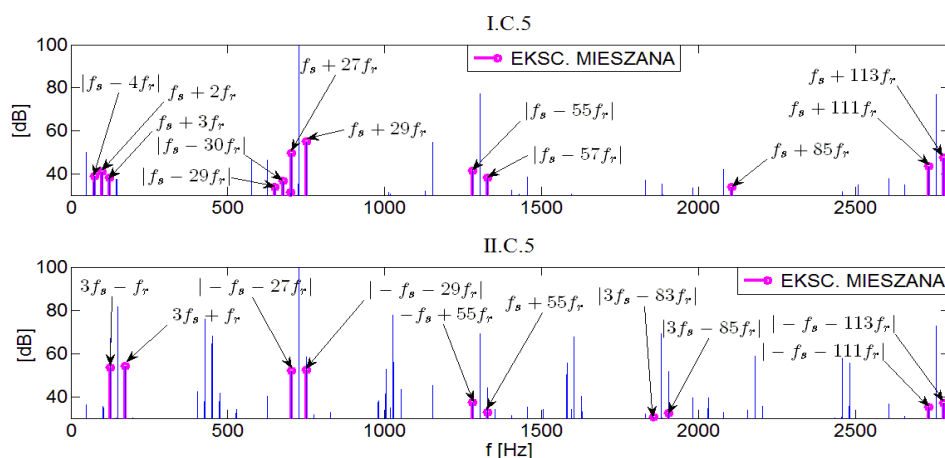
Rys. 3.2-22 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.2 - liniowy obwód magnetyczny, II.C.2 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 3.2-23 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.3 - linowy obwód magnetyczny, II.C.3 - nieliniowy obwód magnetyczny

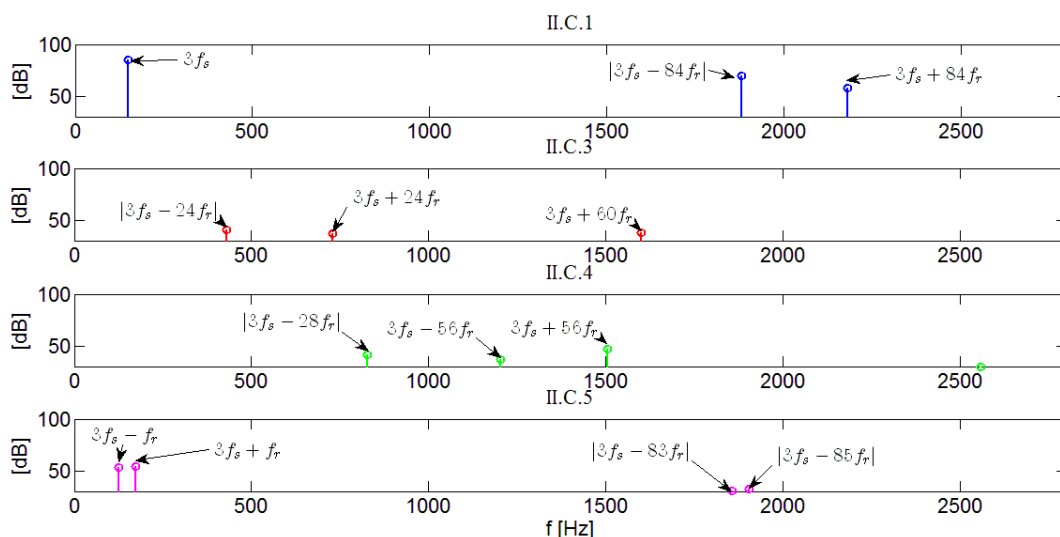


Rys. 3.2-24 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością statyczną, z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.4 - linowy obwód magnetyczny, II.C.4 - nieliniowy obwód magnetyczny



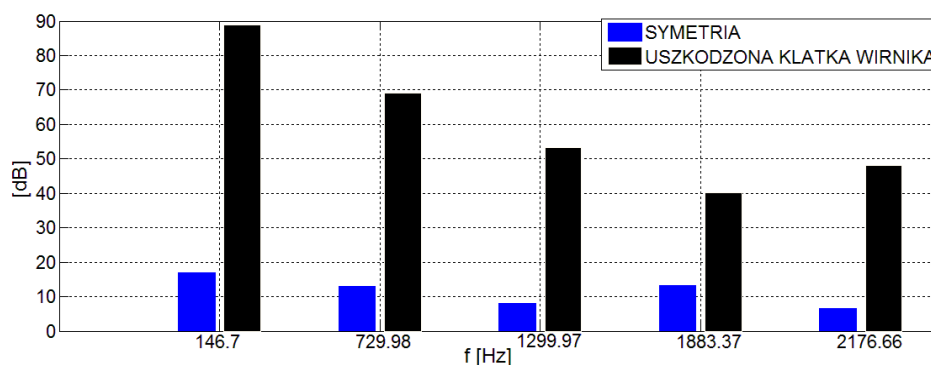
Rys. 3.2-25 Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną, z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.4 - linowy obwód magnetyczny, II.C.4 - nieliniowy obwód magnetyczny

Na rysunkach od 3.2-21 do 3.2-25 zaznaczono harmoniczne o częstotliwościach charakterystycznych zgodnie z tabelą 2.9-3 dla poszczególnych przypadków. Na podstawie analizy częstotliwości charakterystycznych wyróżniono na rys. 3.2-26 harmoniczne, które pojawiają się w widmie składowej zerowej prądu silnika z uzwojeniem stojana skojarzonego w trójkąt tylko w modelu z nieliniowym rdzeniem magnetycznym.

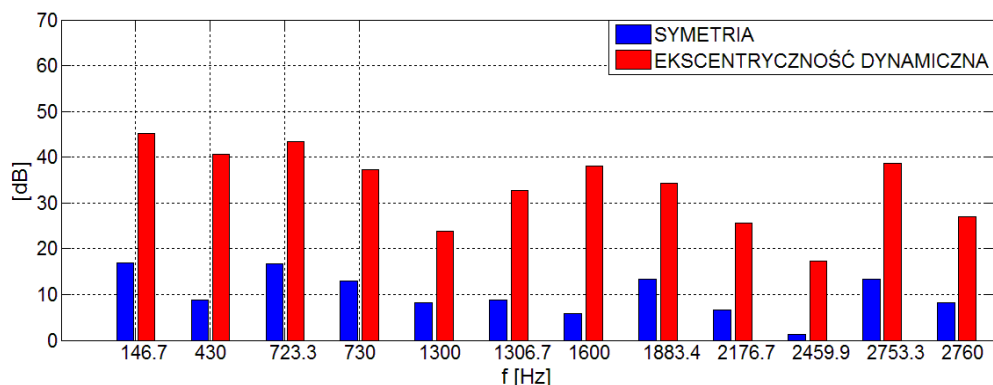


Rys. 3.2-26 Harmoniczne występujące tylko w widmie składowej zerowej prądu stojana silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym dla przypadków: 1. Symetrii, 3. Ekscentryczności dynamicznej, 4. Ekscentryczności statycznej, 5. Ekscentryczności mieszanej

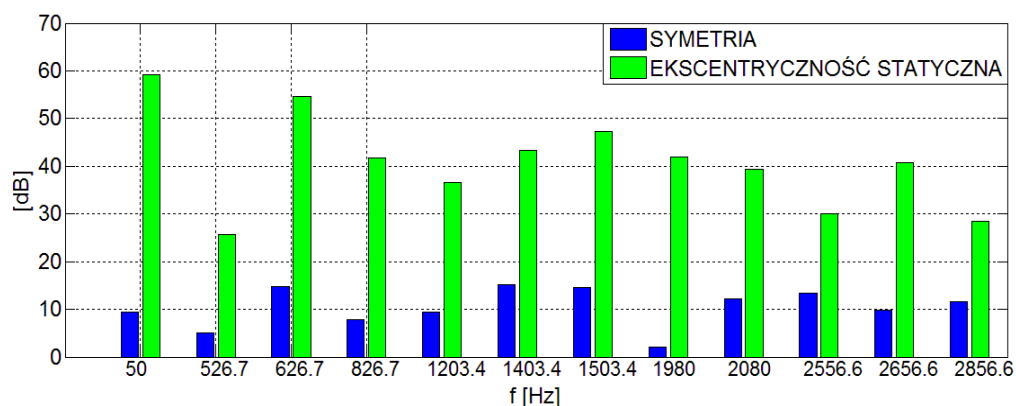
Podobnie jak w dwóch poprzednich rozdziałach, dokonano porównania amplitud wyznaczonych harmonicznych do amplitud ich odpowiedników w przypadku symetrii silnika. Analizie poddano przypadki dla nieliniowego rdzenia magnetycznego. Wyniki przedstawiono na rysunkach od 3.2-27 do 3.2-30.



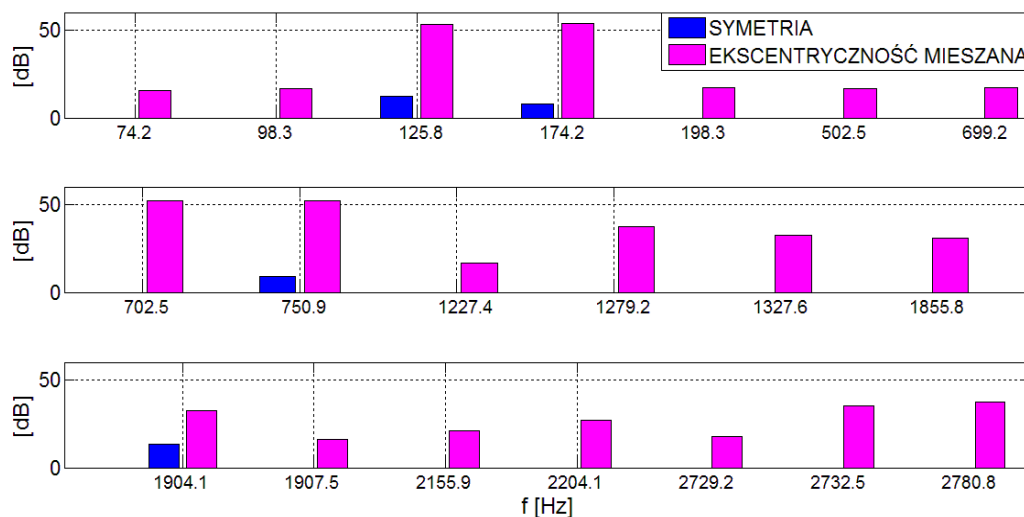
Rys. 3.2-27 Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla uszkodzenia klatki wirnika, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z uszkodzoną klatką wirnika (II.C.2)



Rys. 3.2-28 Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z ekscentrycznością dynamiczną $\varepsilon_d = 0,77$ (II.C.3)



Rys. 3.2-29 Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności statycznej, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z ekscentrycznością statyczną $\varepsilon_s = 0,77$ (II.C.4)



Rys. 3.2-30 Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z ekscentrycznością mieszaną $\varepsilon_d = 0,2$, $\varepsilon_s = 0,2$ (II.C.5)

Przeprowadzone porównania wskazują jednoznacznie na wzrost amplitud wyróżnionych harmoniczných. Ten sam charakter zmian zaobserwowano w dwóch wcześniejszych przypadkach. Fakt ten uzasadnia poprawność użycia wzorów na częstotliwości charakterystyczne, które zostały wyprowadzone dla składowej zerowej napięcia, do analizy widma składowej zerowej prądu silnika skojarzonego w trójkąt.

3.3 Wnioski z przeprowadzonych badań polowych

W zaprezentowanych widmach można zauważyć dominujące harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, które wybijają się na pierwszy plan. Związane są z liczbą prętów wirnika. Efekt taki jest spowodowany użyciem modeli dwuwymiarowych, w których nie uwzględnia się skosu wirnika. Jednak pominięcie tej cechy konstrukcyjnej w przeprowadzonych badaniach nie wpływa jakościowo na wyniki. Analizie są poddawane tylko te harmoniczne, które wskazują na uszkodzenie silnika.

Na przedstawionych rysunkach porównawczych, dla każdego ze sposobu skojarzeń uzwojeń stojana:

- a) w gwiazdę, rysunki od 3.2-7 do 3.2-10,
- b) w gwiazdę z przewodem neutralnym, rysunki od 3.2-17 do 3.2-20,
- c) w trójkąt, rysunki od 3.2-27 do 3.2-30,

wyraźnie widać wzrost amplitud harmoniczných wskazujących na dany typ uszkodzenia silnika w odniesieniu do obrazu widma silnika symetrycznego. W przypadku ekscentryczności mieszanej, w widmach składowej zerowej napięcia i prądu występują harmoniczne, których odpowiedniki w widmach dla silnika symetrycznego posiadają amplitudy równe zeru lub na poziomie szumu. Daje to możliwość jednoznacznego zdiagnozowania tego uszkodzenia. Badania polowe pokazują, że nawet w symetrycznym silniku występują harmoniczne związane z ekscentrycznością wirnika. Z tego względu podczas badania stopnia ekscentryczności należy brać pod uwagę harmoniczne o amplitudach powyżej określonego poziomu.

Dzięki analizie widm pochodzących z badań polowych można zaobserwować pojawienie się dodatkowych harmonicznnych pochodzących od nieliniowego charakteru rdzenia. Na rysunkach: 3.2-7, 3.2-16 i 3.2-26 pogrupowano i zestawiono takie harmoniczne wraz z opisem formuł na ich częstotliwości.

Zaprezentowane wyniki badań potwierdzają poprawność wyprowadzonych wzorów w rozdziale 2.9 na częstotliwości charakterystyczne oraz wykazują wpływ nieliniowości magnetowodu na sygnały diagnostyczne. Widma sygnałów silnika, w których zastosowano nieliniowy model rdzenia magnetycznego zawierają więcej informacji diagnostycznych, wskazujących na dany typ uszkodzenia, w porównaniu z modelem o liniowym magnetowodzie. Ponadto, częstotliwości charakterystyczne obliczone na podstawie wzorów wyprowadzonych na składową zerową napięcia stojana, wskazujące na poszczególne typy uszkodzeń, mogą zostać wykorzystane do analizy składowej zerowej prądu, co zostało wykazane w rozdziałach 3.2.2 i 3.2.3.

Modele polowe dają możliwość precyzyjnego przesunięcia osi symetrii wirnika i stojana. Umożliwia to stworzenie modelu tylko z ekscentrycznością dynamiczną lub statyczną, co w warunkach laboratoryjnych nie jest w takim stopniu wykonalne. Można dodać, że modelowanie polowo-obwodowe uszkodzeń silnika umożliwia uwzględnienie nietypowych cech konstrukcyjnych, które przy modelowaniu obwodowym byłoby nadmiernie skomplikowane. Warto również podkreślić, że silniki podczas symulacji były zasilone idealnym napięciem sinusoidalnym, co wyeliminowało wpływ wyższych harmonicznnych, zatem otrzymane widma można traktować jako wzorcowe.

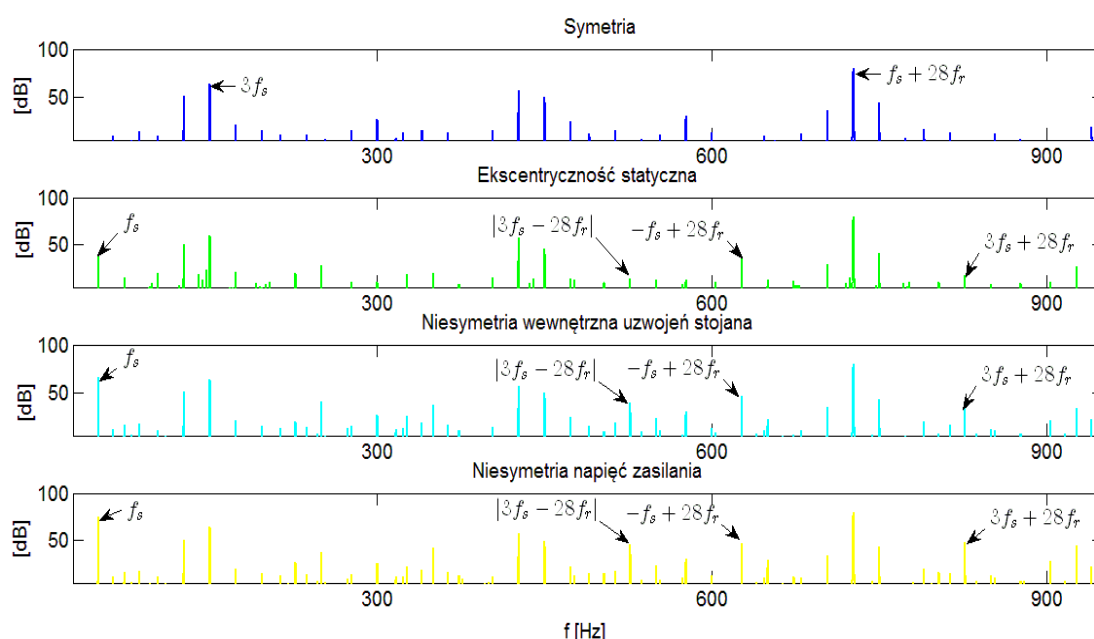
3.4 Nerozróżnialność spektralna niektórych uszkodzeń

Z przeprowadzonych badań polowo-obwodowych przypadków uszkodzeń wywołujących niesymetrię prądów stojana wynika, że różne uszkodzenia mogą wywoływać podobną zmianę spektrum składowej zerowej napięcia i prądu stojana. Są to:

1. Ekscentryczność statyczna wirnika
2. Niesymetria wewnętrzna uzwojeń stojana
3. Niesymetria napięcie zasilania

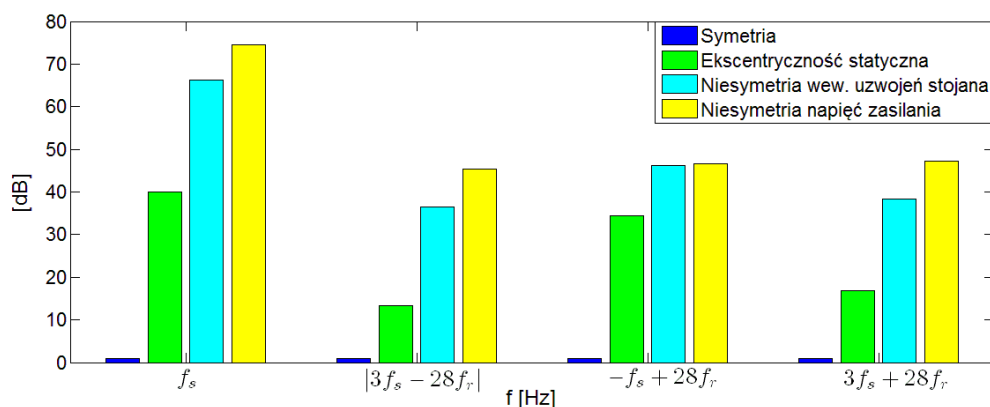
Przypadki te porównano w wyniku symulacji polowo-obwodowych na tle pracy symetrycznej badanego silnika. Przyjęto współczynnik $\varepsilon_s = 0,77$ ekscentryczności statycznej. Niesymetrie wewnętrzną uzwojeń stojana uzyskano wtrącając w fazę U rezystancję dodatkową $R_d = 0,2 \Omega$. Niesymetrie napięć zasilania zamodelowano przez obniżenie amplitudy napięcia e_{11} o 6,9%. Opisane zmiany zrealizowano z poziomu obwodu za pomocą *Maxwell Circuit Editor*.

Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 3.4-1 w postaci analizy widmowej składowej zerowej prądu stojana silnika skojarzonego w gwiazdę z przewodem neutralnym.



Rys. 3.4-1 Widma składowej zerowej prądu stojana dla przypadków: symetrii, ekscentryczności statycznej, niesymetrii wewnętrznej uzwojeń stojana i niesymetrii napięć zasilania

Z przedstawionych widm wyróżniono harmoniczne uznane za charakteryzujące poszczególne uszkodzenia. Ich amplitudy zestawiono na rys. 3.4-2, który pokazuje, że zaznaczone harmoniczne nie występują w przypadku symetrii maszyny. O ile harmoniczną o częstotliwości napięcia zasilania f_s w omawianych przypadkach można wytłumaczyć na podstawie wyprowadzonych wzorów (2.7-17), (2.7-30) i (2.7-33) to w celu wytłumaczenia pozostałych harmonicznych przeprowadzono dodatkową analizę.



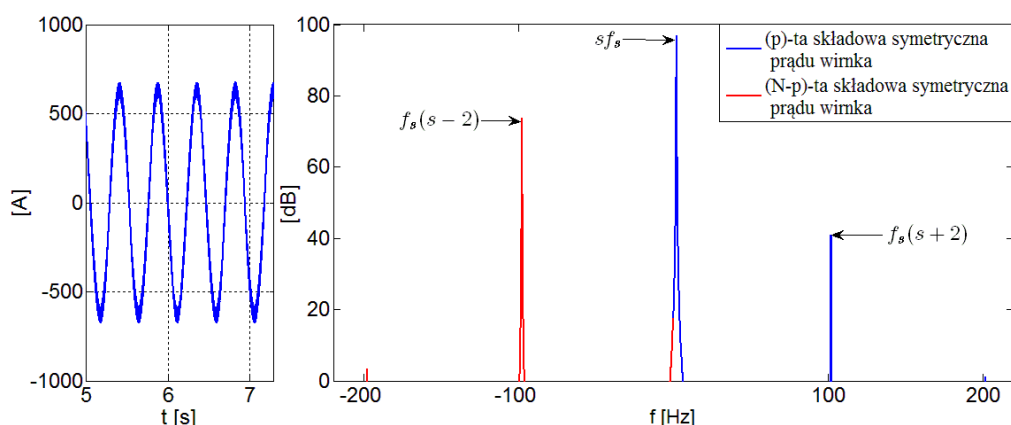
Rys. 3.4-2 Porównanie amplitud wybranych harmoniczných widma składowej zerowej prądu dla przypadków: symetrii, ekscentryczności statycznej, niesymetrii wewnętrznej uzwojeń stojana i niesymetrii napięć zasilania

Analiza

Niesymetria wewnętrzna uzwojeń stojana i niesymetria napięcia zasilania powodują pojawienie się dodatkowych harmoniczných w składowych symetrycznych prądów stojana, które następnie przez sprzężenia magnetyczne przenoszą się do obwodów wirnika. Pulsację tych dodatkowych harmoniczných, pojawiających się w p -tej składowej symetrycznej prądu wirnika można opisać wzorem:

$$\omega_{sta}^{(I_r)} = (\omega_s - p\omega \pm i_1 2\omega_s)_{i_1=1,2,\dots} \quad (3.4-1)$$

Widma (p) -tej i $(N-p)$ -tej składowej symetrycznej prądu wirnika dla niesymetrycznego napięcia zasilania zostało zaprezentowane na rys. 3.4-3.



Rys. 3.4-3 Przykładowe widmo (p) -tej i $(N-p)$ -tej składowej symetrycznej prądu wirnika w przypadku niesymetrycznego napięcia zasilania.

Do wyznaczenia częstotliwości charakterystycznych zastosowano wzór (2.7-23), zastępując wyrażenie na pulsację p -tej składowej symetrycznej prądu wirnika,

wzorem (3.4-1). Dzięki tym przekształceniom otrzymano zależność opisującą pulsację składowej zerowej napięcia i prądu oraz odpowiadającą jej częstotliwość

$$\omega_{(0,p)}^{(M_{sr})} = \overbrace{-\mu\omega_s + (\nu + m - k)\omega}^{\mathbf{M}_{sr}^{\Pi}(0,p)} + \overbrace{(\omega_s - p\omega \pm 2i_1\omega_s)}^{\omega_{sta}^{(I_r)}} = \quad (3.4-2)$$

$$= (1 - \mu \pm 2i_1)\omega_s + (\nu + m - k - p)\omega_{i_1=0,1,2,\dots}$$

$$f_{(0,p)}^{(M_{sr})} = \frac{\omega_{(0,p)}^{(M_{sr})}}{2\pi} \quad (3.4-3)$$

Podczas obliczania częstotliwości charakterystycznych składowej zerowej napięcia i prądu dla przypadku niesymetrii uzwojeń stojana i niesymetrii napięcia zasilania należy pamiętać, że użyte kombinacje numerów harmoniczných $\{\mu, l, k\}$ muszą odpowiadać symetrii magnetycznej szczeliny.

Tabela 3.4-1 Zestawienie numerów harmoniczných i wzorów dla niesymetrii: uzwojeń stojana i napięcia zasilania

ν	ρ	m	μ	l	k	i_1	wzór
-30	26	4	2	0	0	-2	$ -f_s - 28f_r $
-30	26	4	2	0	0	2	$ -5f_s - 28f_r $
30	-30	0	0	0	0	-2	$f_s + 28f_r$
30	-30	0	0	0	0	2	$-3f_s + 28f_r$
6	-2	-4	-2	0	0	-2	$3f_s$
6	-2	-4	-2	0	0	2	$ -f_s $

Przedstawione częstotliwości charakterystyczne w powyższej tabeli pokrywają się z częstotliwościami wyznaczonymi dla ekscentryczności statycznej. Na podstawie analizowanych zbiorów częstotliwości, bez dodatkowych pomiarów stacjonarnych nie jest możliwe jednoznaczne wskazanie przyczyny. W przypadku wystąpienia tych harmoniczných należy najpierw sprawdzić symetrie napięć zasilania oraz rezystancję faz stojana. Dopiero po ich wykluczeniu można uznać ekscentryczność statyczną za przyczynę wystąpienia takich objawów.

Skuteczną metodą odróżnienia niesymetrii wewnętrznej silnika (niesymetrii uzwojeń stojana, ekscentryczności statycznej) od niesymetrii zasilania może być analiza widma składowej zerowej prądu silnika połączonego w trójkąt. Zgodnie z rozważaniami podjętymi w rozdziale 2.10 dotyczącymi sposobu skojarzeń uzwojeń stojana, połączenie

w trójkąt izoluje obwód składowej zerowej prądu od wpływu niesymetrii napięć zasilających.

W celu sprawdzenia skali oddziaływania niesymetrii zasilania zostały przeprowadzone symulacje metodą obwodowo-polową dla silnika z uzwojeniami skojarzonymi w trójkąt i w gwiazdę z przewodem neutralnym. Silniki zasilono napięciem dla obu rodzajów połączeń

$$\begin{bmatrix} e_{l1} \\ e_{l2} \\ e_{l3} \end{bmatrix} = \sqrt{2} U_{sk} \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{\sigma}{100\%}\right) \cdot \cos(\omega_s t) \\ \cos\left(\omega_s t - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\omega_s t - \frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (3.4-4)$$

gdzie:

$$\sigma = 1,8\%,$$

$$U_{sk} = 230 \text{ V} - \text{gwiazda z przewodem neutralnym},$$

$$U_{sk} = \frac{230}{\sqrt{3}} \text{ V} - \text{trójkąt}.$$

Po transformacji do składowych symetrycznych, napięcie zasilania (3.4-4) przyjęło postać

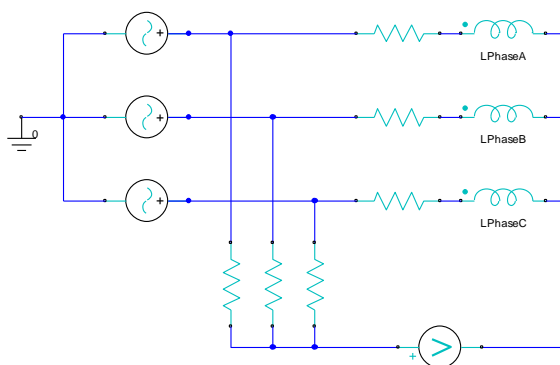
$$\begin{bmatrix} e_l^{(0)} \\ e_l^{(1)} \\ e_l^{(2)} \end{bmatrix} = U_{sk} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ e^{j(\omega_s t)} \\ e^{-j(\omega_s t)} \end{bmatrix} - \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sigma \cdot \cos(\omega_s t)}{100\%} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \quad (3.4-5)$$



Rys. 3.4-4 Porównanie widm składowej zerowej prądu silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt i gwiazdę z przewodem neutralnym dla współczynnika niesymetrii $\sigma = 1.8\%$

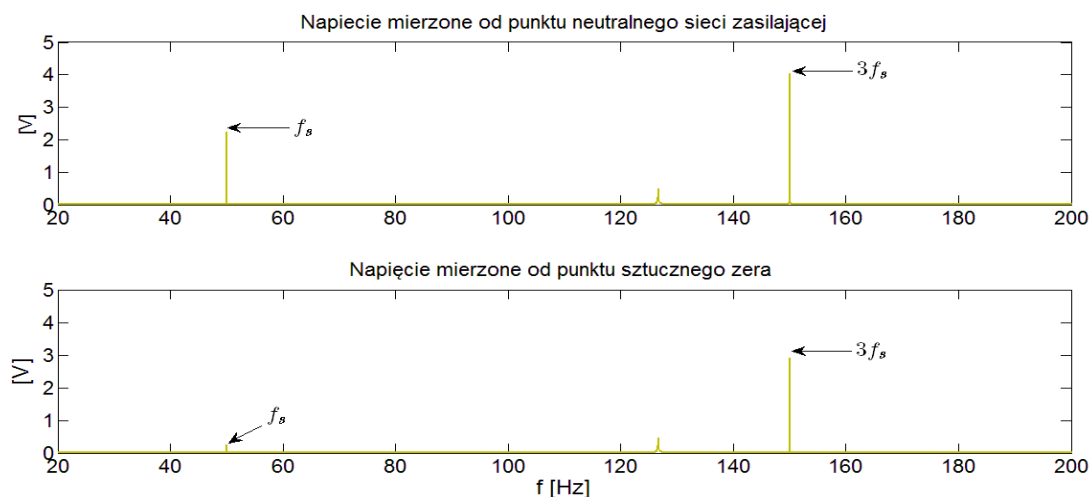
W przypadku niesymetrii napięć zasilania, wymuszeniem dla prądu przewodu neutralnego staje się składowa zerowa napięcia $e_l^{(0)}$. W sytuacji skojarzenia uzwojeń stojana w trójkąt nie ma ona bezpośredniego wpływu na obwód, ponieważ suma wszystkich napięć fazowych jest zawsze równa zero. Harmoniczna o częstotliwości f_s pojawia się, gdyż jest spowodowana składową przeciwną w wektorze prądu stojana. Jednak miara oddziaływania w tym przypadku jest dużo mniejsza niż bezpośrednie oddziaływanie składowej zerowej $e_l^{(0)}$ pochodzącej od zasilania przy połączeniu w gwiazdę z przewodem neutralnym. Dla rozpatrywanego przypadku niesymetrii napięć zasilania $\sigma = 1,8\%$, amplituda tej harmonicznej wynosi 0,118 A przy skojarzeniu uzwojeń w trójkąt, natomiast dla połączenia w gwiazdę z przewodem neutralnym 1,72 A.

Podobny efekt do opisaną wcześniej metody, dla silnika z uzwojeniami skojarzonymi w gwiazdę w przypadku niesymetrii napięć zasilania daje pomiar napięcia neutralnego za pomocą sztucznego zera. Dzięki takiemu rozwiązaniu mierzone napięcie jest odseparowane od niesymetrii napięć zasilania.



Rys. 3.4-5 Schemat układu pomiaru napięcia neutralnego za pomocą tzw. sztucznego zera w programie *Maxwell Circuit Editor*

W celu zbadania różnic dokonano porównania spektrów widm napięcia neutralnego mierzonego od punktu neutralnego sieci, a widmem napięcia mierzonego od sztucznego zera. Podczas symulacji silnik zasilono napięciem takim samym jak w poprzednim przypadku (3.4-5).

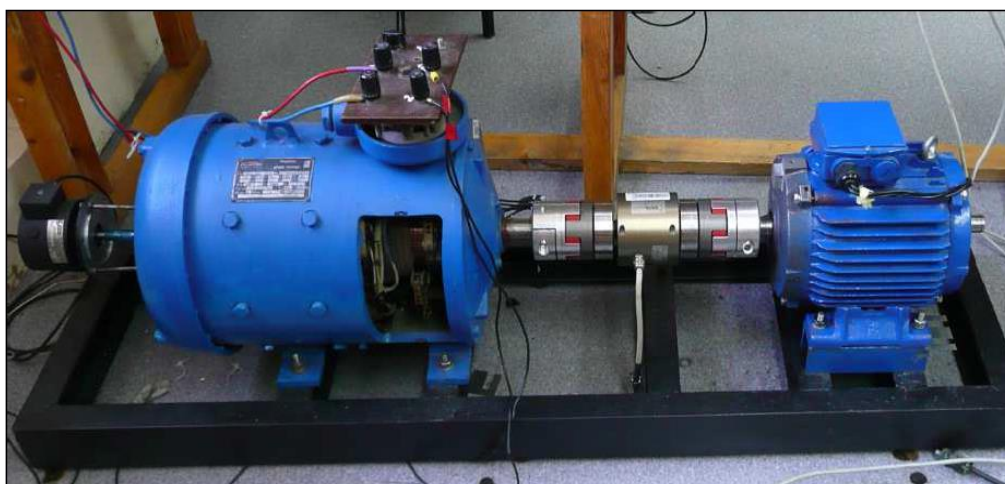


Rys. 3.4-6 Porównanie widma napięcia mierzonego od punktu neutralnego z widmem napięcia mierzonym od sztucznego zera, dla współczynnika niesymetrii $\sigma = 1.8\%$

Na rys. 3.4-6 widać różnice w spektrach napięć. Harmoniczna o częstotliwości f_s , występująca w widmie napięcia mierzonego tradycyjnie posiada amplitudę 2,247 V, natomiast amplituda tej samej harmonicznej w widmie napięcia mierzonego od punktu sztucznego zera wynosi 0,256 V. Układ pomiarowy ze sztucznym zerem eliminuje bezpośredni wpływ niesymetrii napięć zasilania. Dzięki temu można rozróżnić niesymetrie zewnętrzne pochodzące od zasilania, od niesymetrii wewnętrznych maszyny (niesymetrii uzwojeń stojana, ekscentryczności statycznej).

4 Badania laboratoryjne

Badania laboratoryjne zostały przeprowadzone dla modelu, którego podstawę konstrukcyjną stanowił silnik Sg112M-4. Wcześniej dla tej konstrukcji dokonano obliczeń obwodowych i polowo-obwodowych. Badany silnik obciążono prądnicą obcowzbudną PZM5545 o danych znamionowych: $P_N = 4.5 \text{ kW}$, $U_N = 230 \text{ V}$, $I_N = 19.6 \text{ A}$, $n_N = 1450 \text{ obr/min}$, $I_f = 0.86 \text{ A}$ obciążoną rezystancyjnie.



Rys. 3.4-1 Widok stanowiska pomiarowego z układem napędowym do badań diagnostycznych w laboratorium

Pomiary zostały wykonane dla trzech sposobów skojarzenia uzwojeń tego samego stojana.

- A. W gwiazdę (napięcie neutralne).
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym (prąd przewodu neutralnego).
- C. W trójkąt (składową zerową prądu).

Dla każdego połączenia zastosowano wirnik

- 1. Symetryczny.
- 2. Z niesymetrią elektryczną obwodu klatki.
- 3. Z ekscentrycznością wirnika.

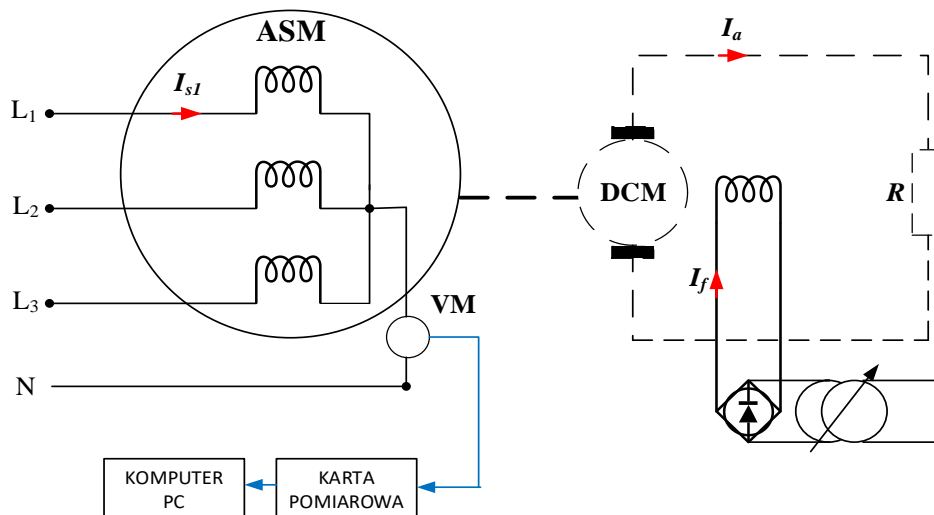
Przy połączeniu uzwojeń w gwiazdę (bez i z przewodem neutralnym) silnik został zasilony napięciem międzyfazowym o wartości skutecznej $U = 400V$, natomiast przy połączeniu w trójkąt napięcie wynosiło $U = 230V$. Oprócz przypadku silnika symetrycznego zastosowano wirniki z wprowadzonymi uszkodzeniami. Wszystkie badania przeprowadzono dla tego samego stojana, wymieniając wirniki dla każdego uszkodzenia.

Do pomiarów silnika z niesymetrią uzwojenia klatkowego użyto wirnika z dwoma przeciętymi prętami. W przypadku badania silnika z ekscentrycznością skorzystano z wirnika osadzonego na mimośrodowych łożyskach, który zamocowano na specjalnie wyżłobionych tarczach łożyskowych, co dało współczynnik ekscentryczności dynamicznej $\varepsilon_d = 0,4$ i statycznej $\varepsilon_s = 0,4$. W efekcie uzyskano silnik z ekscentrycznością mieszaną. Oznacza to, że w widmie mierzonego sygnału pojawiają się nie tylko harmoniczne przyporządkowane do ekscentryczności mieszanej, ale także dynamicznej i statycznej. Z tego względu w analizie widmowej zostały wyróżnione wszystkie trzy rodzaje ekscentryczności.

Do pomiaru przebiegów prądu i napięcia zastosowano przetworniki typu LEM: HY 15-P - pomiar prądu, LV 25-P - pomiar napięcia. Sygnały wejściowe podano na wejścia analogowe karty pomiarowej BNC 6259 firmy *National Instruments*. Czas rejestracji każdego z pomiarów ustawiono na 60 s z częstotliwością próbkowania 10 kS/s. W celu ochrony sygnałów przed zakłóceniami elektromagnetycznymi zastosowano ekranowane przewody sygnałowe łączące przetworniki z kartą pomiarową. Przed każdym pomiarem, łączenie wału silnika z maszyną obciążającą było osiowane tak, aby wyeliminować drgania mechaniczne pochodzące od niewspółosiowości i wadliwego mocowania napędu. We wszystkich przypadkach silnik tak obciążano, aby wartość skuteczna prądu stojana wynosiła 5 A - dla skojarzenia uzwojeń stojana w gwiazdę oraz 8 A - dla skojarzenia uzwojeń stojana w trójkąt. Zarejestrowane przebiegi napięć i prądów poddano analizie częstotliwościowej widma metodą *FFT*. Na podstawie wzorów na częstotliwości charakterystyczne, umieszczonych w tabeli 2.9-3, wyszukano i zaznaczono harmoniczne wskazujące na dany typ uszkodzenia. Następnie zmierzone widma porównano z widmami zmierzonymi na silniku symetrycznym. Każda amplituda została zmierzona od poziomu szumu określonego w otoczeniu występowania danej harmonicznej.

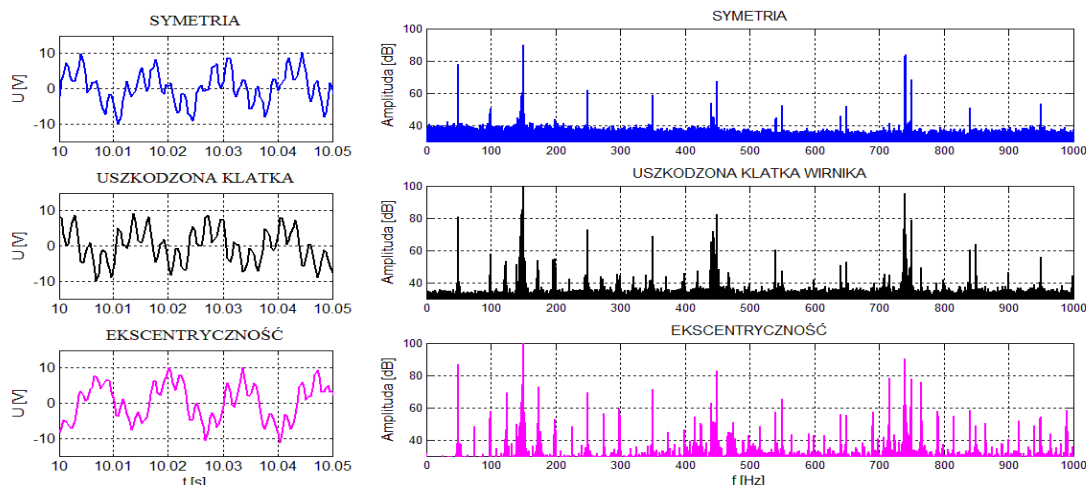
4.1 Pomiar napięcia neutralnego silnika indukcyjnego z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę

Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 4.1-1. Pomiaru napięcia neutralnego dokonano za pomocą przetwornika oznaczonego *VM*, włączonego pomiędzy punkt gwiazdowy uzwojenia stojana a punkt neutralny trójfazowej sieci zasilającej. Można również zastąpić punkt neutralny sieci za pomocą punktu gwiazdowego sztucznego zera.



Rys. 4.1-1 Schemat układu pomiarowego napięcia neutralnego silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w gwiazdę

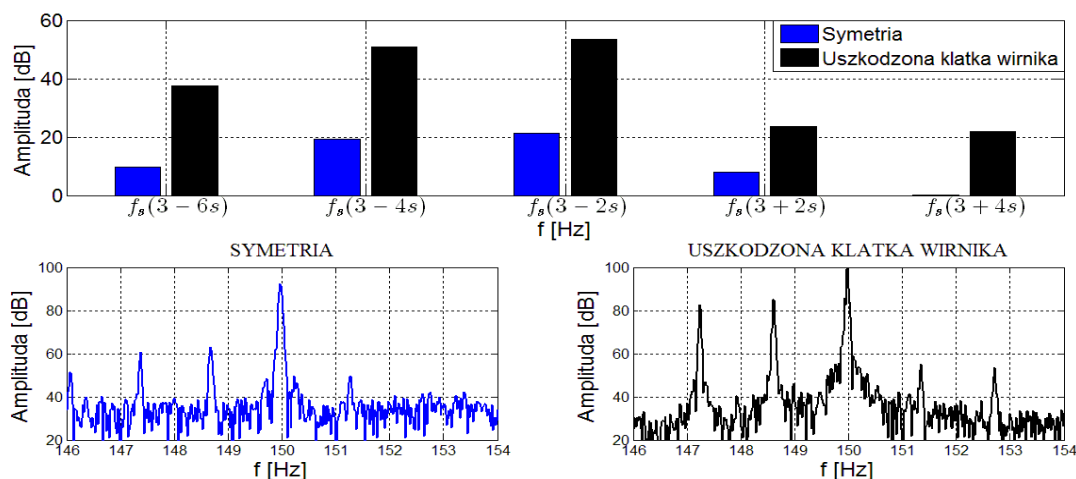
Fragmenty zmierzonych przebiegów czasowych napięcia neutralnego oraz widma tych przebiegów zostały przedstawione na rys. 4.1-2. W zależności od stanu badanego silnika można zaobserwować różnice w prezentowanych widmach.



Rys. 4.1-2 Przebiegi czasowe i widma napięcia neutralnego silnika: symetrycznego, z uszkodzoną klatką, ekscentrycznością wirnika

Uszkodzona klatka wirnika

Na rys. 4.1-3 porównano amplitudy harmoniczných wyróżnionych dla uszkodzenia klatki wirnika na podstawie wzoru (2.7-26) w otoczeniu potrójnej częstotliwości napięcia zasilania. Kolorem niebieskim zaznaczono widmo dla silnika symetrycznego, a kolorem czarnym dla silnika z uszkodzoną klatką wirnika.

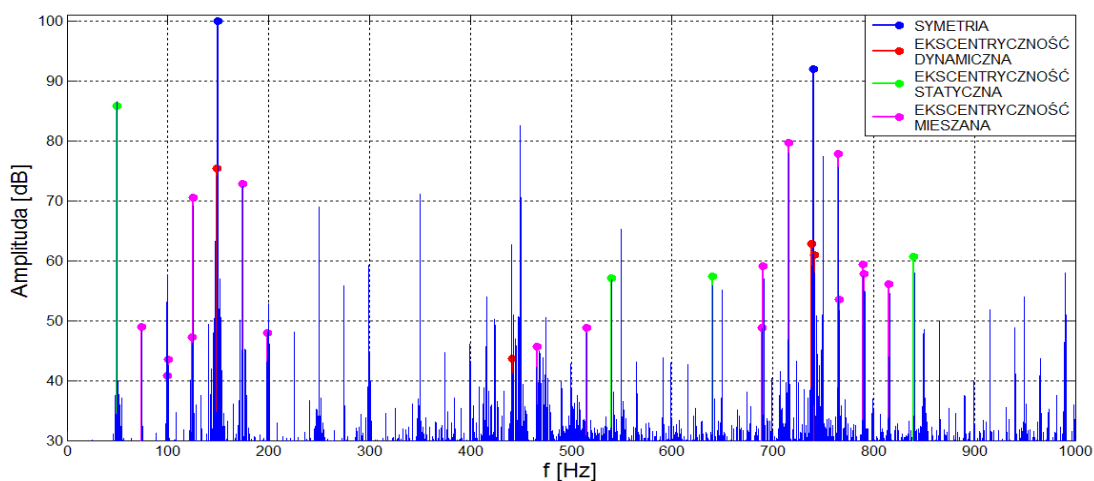


Rys. 4.1-3 Porównanie wybranych harmoniczných widma napięcia neutralnego silnika symetrycznego i z uszkodzoną klatką wirnika

Amplitudy obserwowanych harmoniczných dla niesymetrii klatki wirnika zwiększyły znacznie swój poziom w odniesieniu do swoich odpowiedników w przypadku symetrii. Taki sam efekt został zaobserwowany w badaniach polowych przedstawionych w rozdziale 3.2.1.

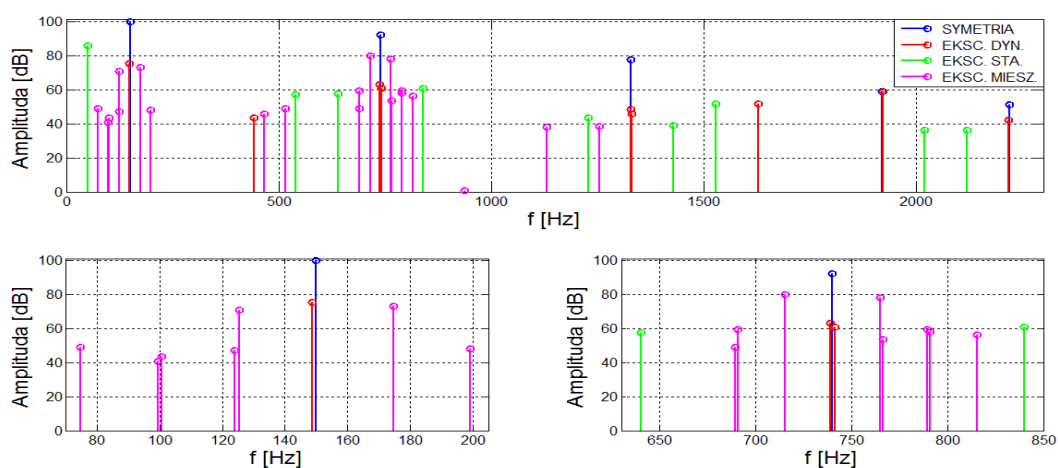
Ekscentryczność wirnika

Na rys. 4.1-4 przedstawiono widmo napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika. Odpowiednimi kolorami zaznaczono harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej wyznaczone na podstawie wzoru i założeń umieszczonych w tabeli 2.9-3.



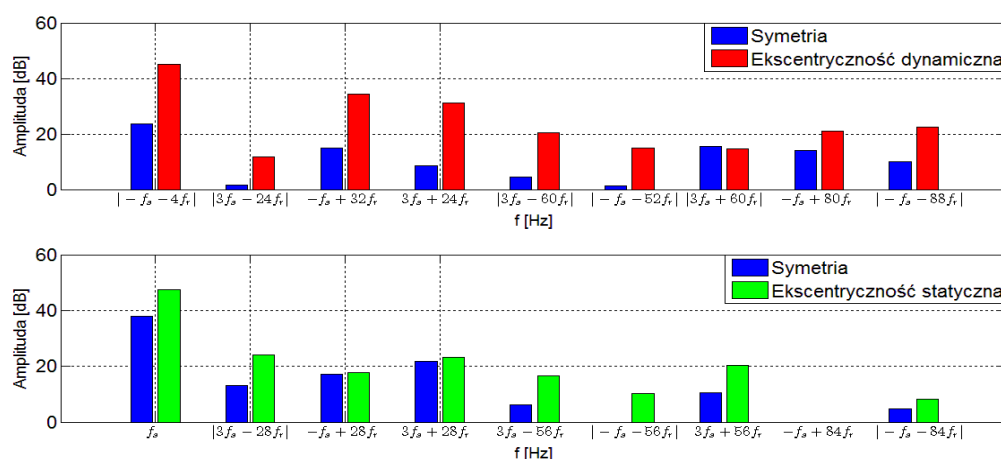
Rys. 4.1-4 Widmo napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej

Analizowane widmo pochodzi z silnika z ekscentrycznością mieszaną wirnika. Oznacza to, że w widmie pojawiają się harmoniczne wyróżnione nie tylko dla ekscentryczności mieszanej, ale także dla dynamicznej i statycznej.

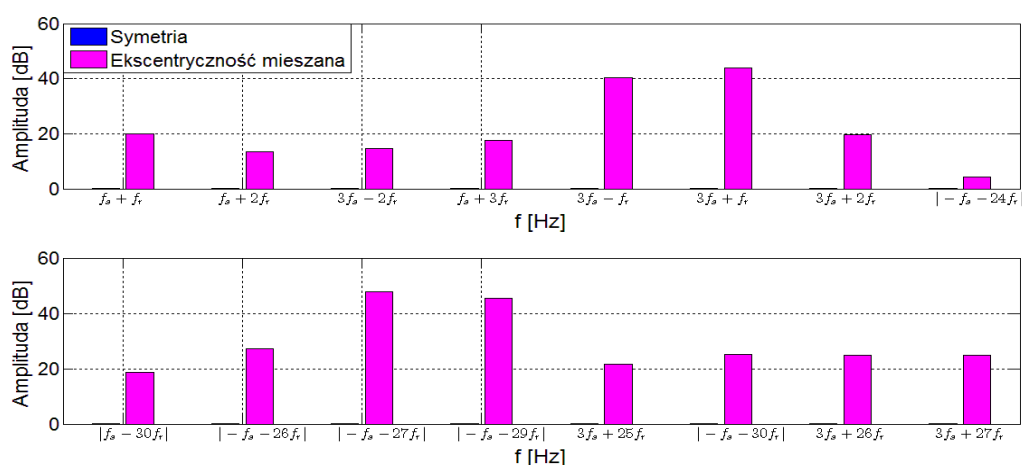


Rys. 4.1-5 Zestawienie wyselekcjonowanych harmonicznych z widma napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej

W celu potwierdzenia skuteczności metody diagnozowania ekscentryczności dokonano porównania amplitud harmoniczných zmierzonych w widmie napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością, z amplitudami odpowiadającymi im w widmie silnika symetrycznego. Harmoniczne poddane analizie zostały wyznaczone dla badanego silnika na podstawie wzoru i założeń z tabeli 2.9-3. Na osiach odciętych zaznaczono formuły na częstotliwość każdej harmoniczných, które są kombinacją liniową częstotliwości napięcia zasilania f_s i częstotliwości obrotowej wirnika f_r . Zgodnie z rozważaniami z rozdziału 2.9, częstotliwości wyznaczone dla modelu silnika z uwzględnieniem efektów nasycenia magnetowodu posiadają w swojej formule $3f_s$ lub $-f_s$.



Rys. 4.1-6 Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej/statycznej widma napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma napięcia neutralnego silnika symetrycznego

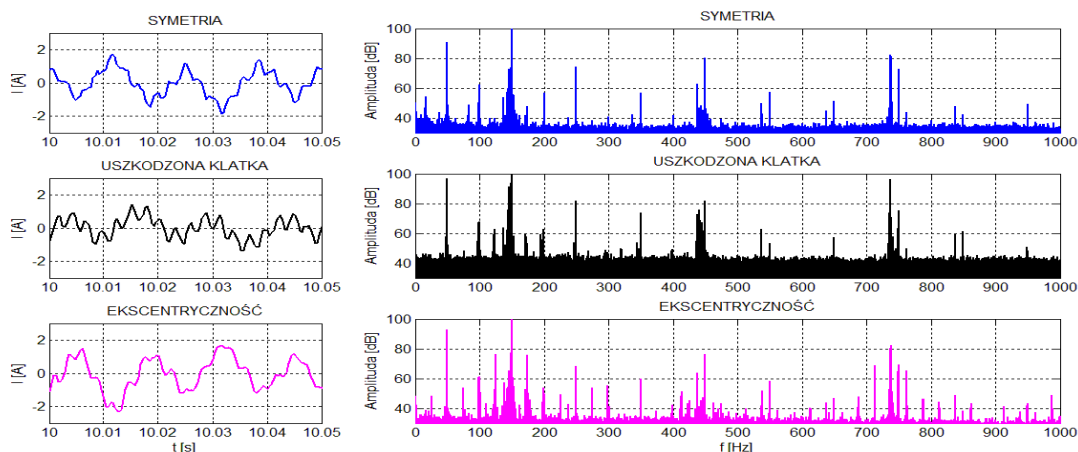


Rys. 4.1-7 Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej widma napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego

4.2 Pomiar prądu neutralnego silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym

116

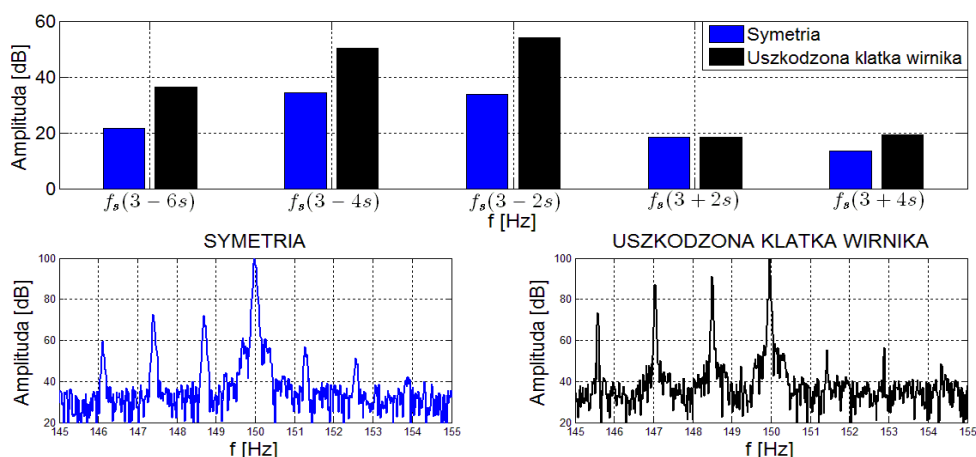
Fragmenty zmierzonych przebiegów czasowych prądu przewodu neutralnego oraz widma tych przebiegów zostały przedstawione na rys. 4.2-2. W zależności od stanu badanego silnika można zaobserwować różnice w prezentowanych widmach. Podobnie jak w przypadku napięcia neutralnego dokonano analizy zawartości harmoniczných.



Rys. 4.2-2 Przebiegi czasowe i widma prądu neutralnego silnika: symetrycznego, z uszkodzoną klatką, z ekscentrycznością wirnika

Uszkodzona klatka wirnika

Na rys. 4.2-3 porównano amplitudy harmoniczných w otoczeniu potrójnej częstotliwości napięcia zasilania, wyróżnionych dla uszkodzenia klatki wirnika na podstawie wzoru (2.7-26), wyprowadzonego dla składowej zerowej napięcia. Kolorem niebieskim zaznaczono widmo dla silnika symetrycznego, a kolorem czarnym dla silnika z uszkodzoną klatką wirnika.

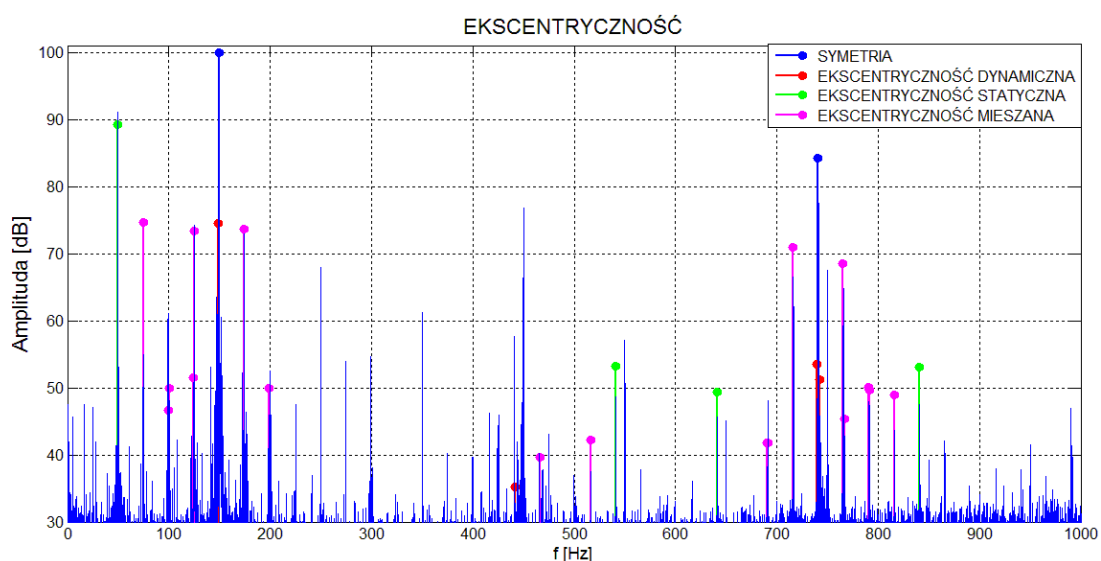


Rys. 4.2-3 Porównanie wybranych harmoniczných widma prądu neutralnego silnika symetrycznego i z uszkodzoną klatką wirnika

Amplitudy obserwowanych harmoniczných dla niesymetrii klatki wirnika zwiększyły swój poziom w odniesieniu do swoich odpowiedników w przypadku symetrii. Taki sam efekt został zaobserwowany w badaniach polowych przedstawionych w rozdziale 3.2.2

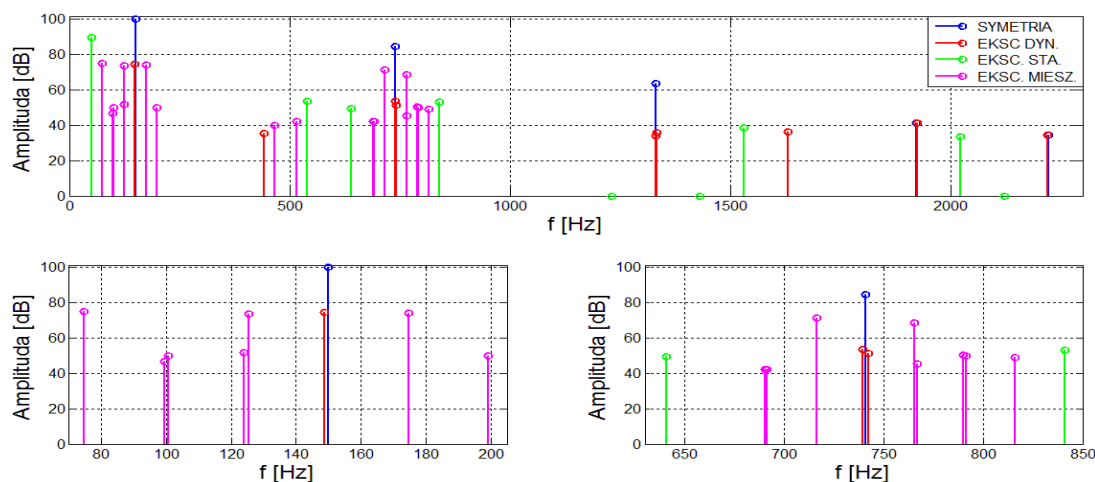
Ekscentryczność wirnika

Na rys. 4.2-4 przedstawiono widmo prądu przewodu neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika. Odpowiednimi kolorami zaznaczono harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej wyznaczone na podstawie wzoru i założeń umieszczonych w tabeli 2.9-3.



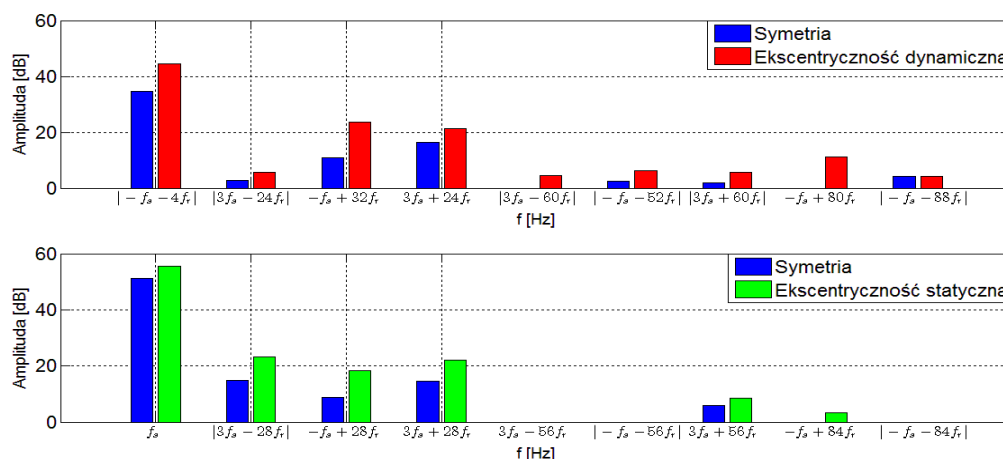
Rys. 4.2-4 Widmo prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej

Na rys. 4.2-5 wyselekcjonowano i zestawiono harmoniczne występujące w zmierzonym widmie. Charakter widma jest niemal identyczny jak w przypadku napięcia neutralnego analizowanego w poprzednim rozdziale z tą różnicą, że w widmie prądu przewodu neutralnego występują dodatkowo harmoniczne, które nie zostały zidentyfikowane za pomocą wzorów na częstotliwości charakterystyczne składowej zerowej napięcia.



Rys. 4.2-5 Zestawienie wyselekcjonowanych harmonicznych z widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej

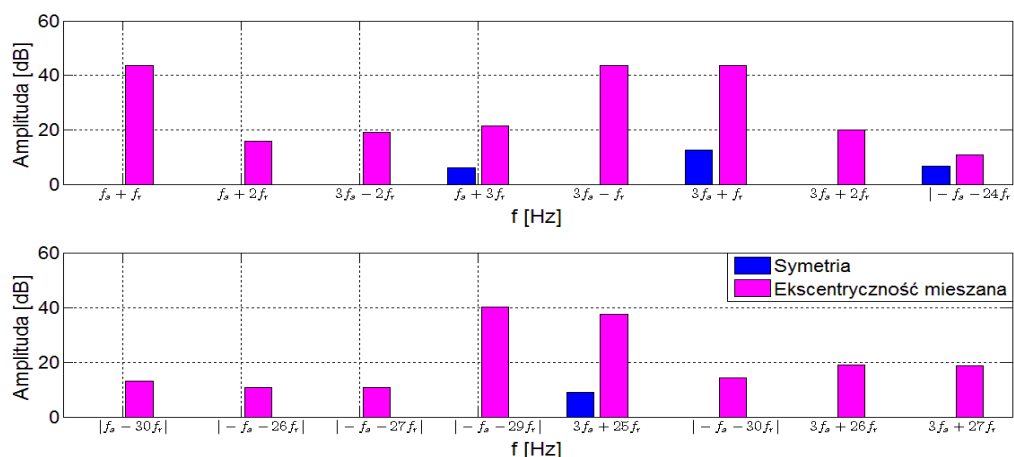
Podobnie jak w poprzednim rozdziale, dokonano porównania amplitud harmonicznych wyróżnionych dla trzech rodzajów ekscentryczności z odpowiadającymi im amplitudami harmonicznych w widmie silnika symetrycznego. Częstotliwości charakterystyczne zostały wyznaczone na podstawie wzoru i założeń umieszczonych w tabeli 2.9-3.



Rys. 4.2-6 Porównanie amplitud harmonicznych charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej/statycznej widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego

Amplitudy harmonicznych charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej i statycznej prezentowane na rys. 4.2-6 zwiększyły swój poziom w stosunku do amplitud tych samych harmonicznych występujących w widmie silnika symetrycznego. Tak jak w przypadku napięcia neutralnego, amplitudy harmonicznych

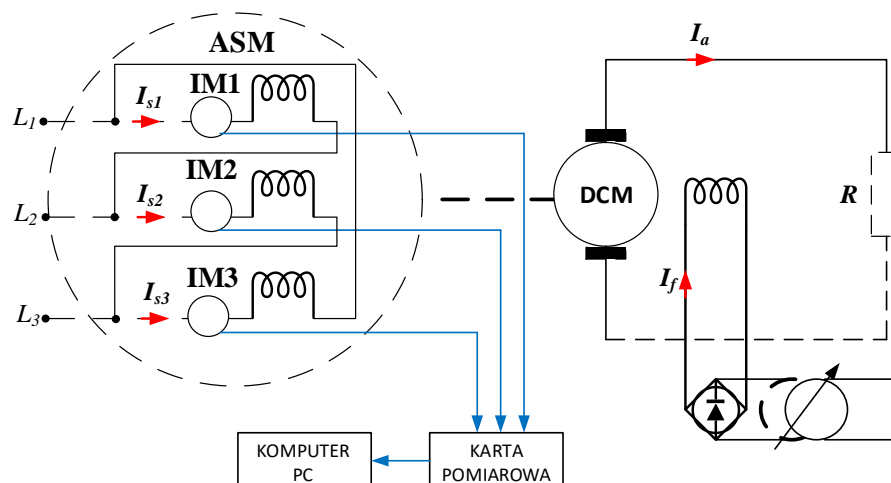
przypisanych ekscentryczności mieszanej, zaprezentowane na rys. 4.2-7, wskazują jednoznacznie na ekscentryczność wirnika.



Rys. 4.2-7 Porównanie amplitud harmonicznych charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego

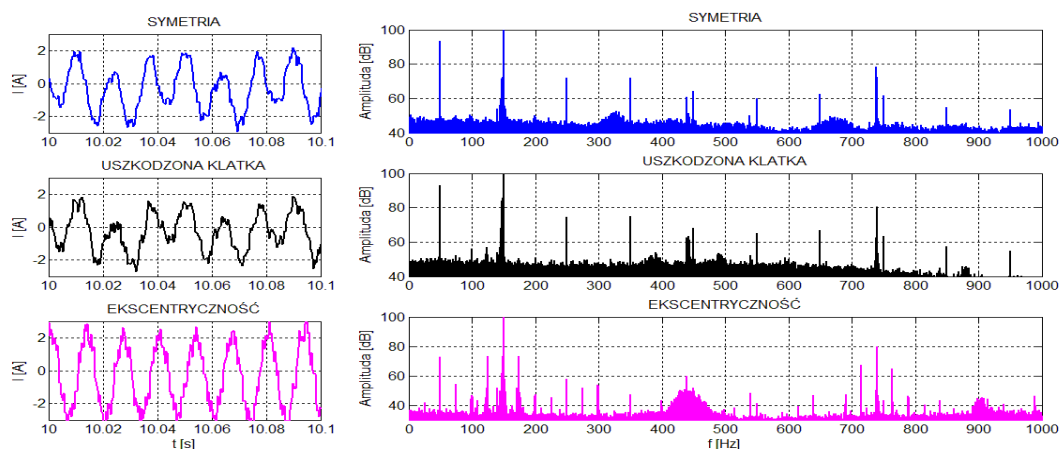
4.3 Pomiar składowej zerowej prądu silnika połączonego w trójkąt

Pomiar składowej zerowej prądu silnika połączonego w trójkąt jest z technicznego punktu widzenia obarczony wysokim błędem pomiarowym w porównaniu z pomiarami silnika połączonego w gwiazdę, gdyż przetworniki pomiarowe muszą pracować identycznie. W tym celu, przed każdym pomiarem dokonano kalibracji przetworników prądowych tak, aby ich wskazania były jak najbardziej zbliżone do siebie. Kalibracje przetworników wykonywano łącząc je ze sobą szeregowo w obwodzie, w którym wymuszano prąd sinusoidalny. Na podstawie zarejestrowanych przebiegów zostały wyznaczone współczynniki korekcyjne, które następnie zastosowano podczas pomiaru składowej zerowej prądu. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 4.3-1.



Rys. 4.3-1 Schemat układu pomiarowego składowej zerowej prądu silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w trójkąt

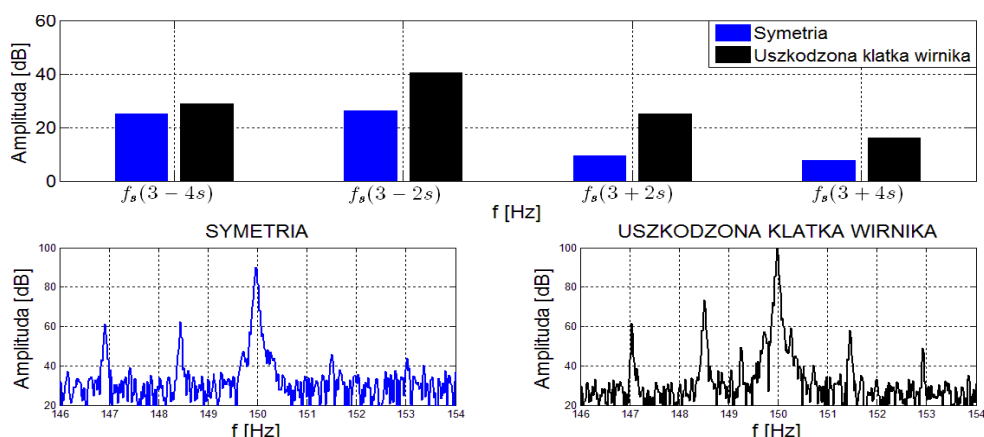
Fragmenty zmierzonych przebiegów czasowych składowej zerowej prądu oraz widma tych przebiegów zostały przedstawione na rys. 4.3-2. W zależności od stanu badanego silnika można zaobserwować różnice w prezentowanych widmach.



Rys. 4.3-2 Przebiegi czasowe i widma składowej zerowej prądu silnika: symetrycznego, z uszkodzoną klatką, z ekscentrycznością wirnika

Uszkodzenie klatki wirnika

Na rys. 4.3-3 porównano amplitudy harmonicznych w otoczeniu potrójnej częstotliwości napięcia zasilania, wyróżnionych dla uszkodzenia klatki wirnika na podstawie wzoru (2.7-26), wyprowadzonego dla składowej zerowej napięcia. Kolorem niebieskim zaznaczono widmo dla silnika symetrycznego, a kolorem czarnym dla silnika z uszkodzoną klatką wirnika.

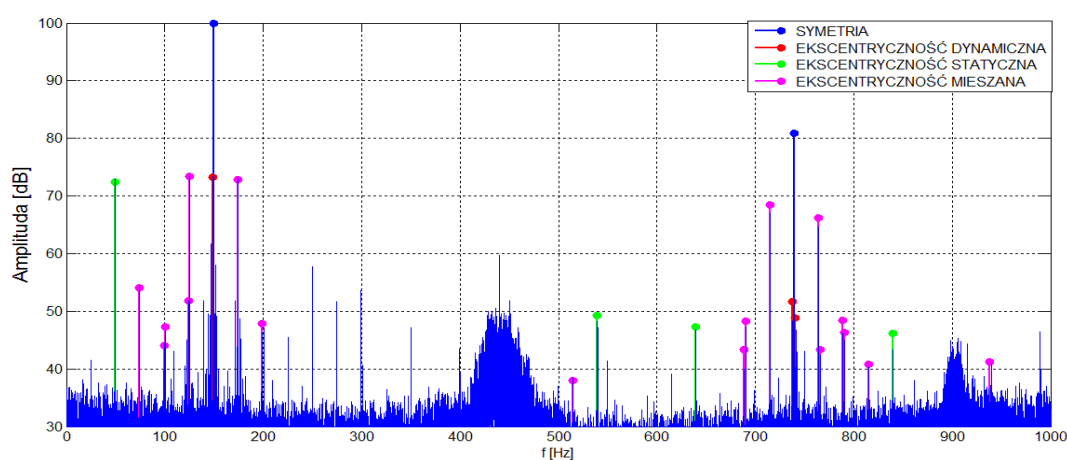


Rys. 4.3-3 Porównanie wybranych harmonicznym widma składowej zerowej prądu silnika symetrycznego i z uszkodzoną klatką wirnika

Amplitudy obserwowanych harmonicznym dla niesymetrii klatki wirnika zwiększyły swój poziom w odniesieniu do swoich odpowiedników w przypadku symetrii. Taki sam efekt został zaobserwowany w badaniach połowych przedstawionych w rozdziale 3.2.3 oraz w analizie zmierzonego napięcia neutralnego i prądu przewodu neutralnego odpowiednio w rozdziałach 4.1 i 4.2.

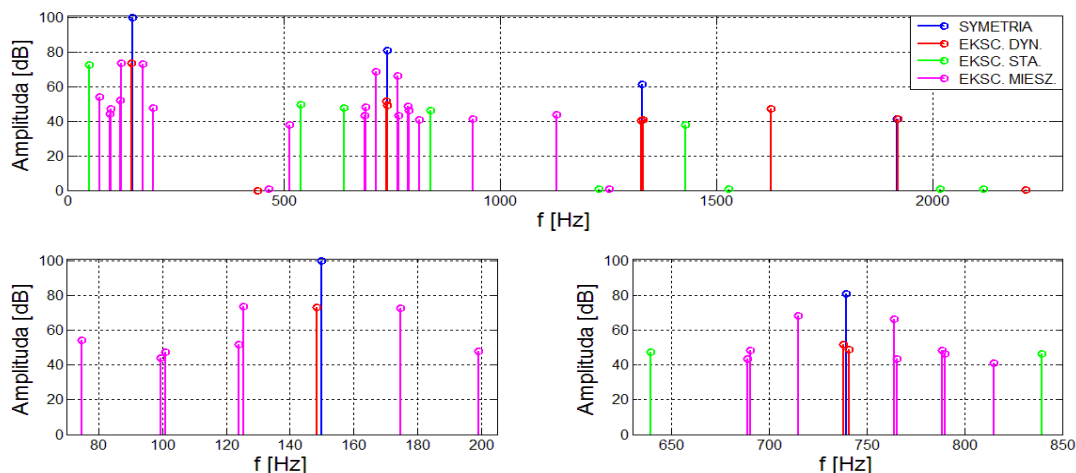
Ekscentryczność wirnika

Na rys. 4.3-4 przedstawiono widmo składowej zerowej prądu silnika połączanego w trójkąt z ekscentrycznością wirnika. Odpowiednimi kolorami zaznaczono harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej, wyznaczone na podstawie wzoru i założeń umieszczonych w tabeli 2.9-3.



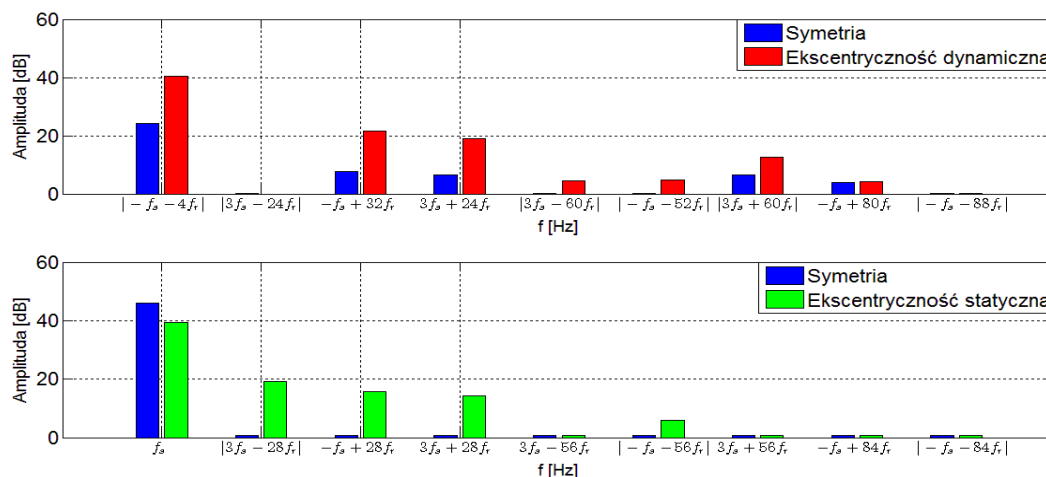
Rys. 4.3-4 Widmo składowej zerowej prądu silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej

Na rys. 4.3-5 wyselekcjonowano i zestawiono harmoniczne występujące w widmie składowej zerowej prądu. Charakter widma jest podobny jak w przypadku widma prądu przewodu neutralnego analizowanego w poprzednim rozdziale.

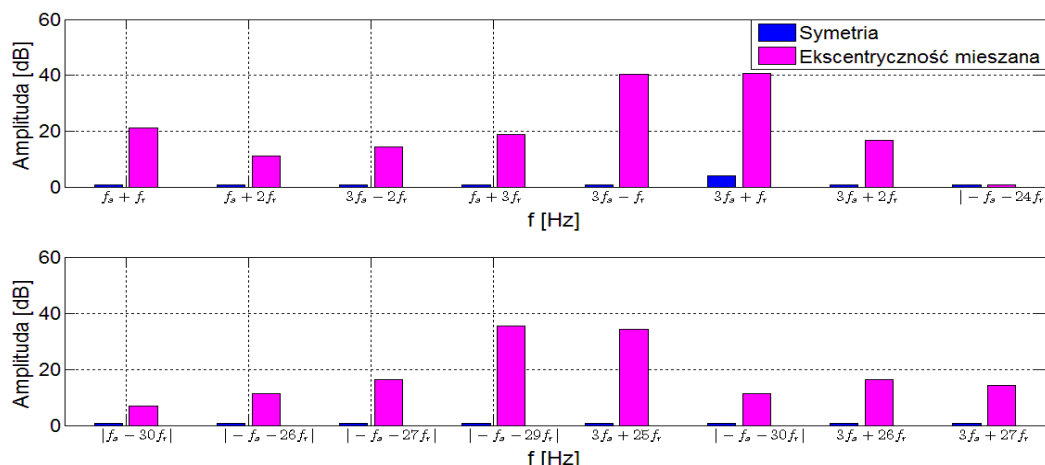


Rys. 4.3-5 Zestawienie wyselekcjonowanych harmonicznych z widma składowej zerowej prądu silnika z ekscentrycznością wirnika, z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej

Podobnie jak w przypadku analizy widma napięcia neutralnego i prądu przewodu neutralnego, dokonano porównania amplitud harmonicznych wyróżnionych dla trzech rodzajów ekscentryczności z odpowiadającymi im amplitudami harmonicznych w widmie silnika symetrycznego. Częstotliwości charakterystyczne zostały wyznaczone na podstawie wzoru i założeń umieszczonych w tabeli 2.9-3.



Rys. 4.3-6 Porównanie amplitud harmonicznych charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej/statycznej widma składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego



Rys. 4.3-7 Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej widma składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego

Amplitudy harmoniczných przyporządkowanych ekscentryczności dynamicznej przedstawione na rys. 4.3-6 zwiększyły swój poziom w porównaniu do swoich odpowiedników w widmie silnika symetrycznego. Podobna sytuacja występuje w przypadku amplitud harmoniczných dla ekscentryczności statycznej za wyjątkiem harmonicznej o częstotliwości f_s , której amplituda w przypadku symetrii jest większa od tej w przypadku ekscentryczności statycznej. Sytuacja ta może być spowodowana błędem pomiarowym wynikającym z metody pomiaru i wyznaczania składowej zerowej prądu silnika połączonego w trójkąt. Z kolei amplitudy harmoniczných zidentyfikowane jako symptomy ekscentryczności mieszanej zaprezentowane na rys. 4.3-7 zachowują ten sam charakter co w przypadku napięcia neutralnego i prądu przewodu neutralnego, jednoznacznie wskazując na ekscentryczność. Amplitudy ich odpowiedników w widmie dla silnika symetrycznego są równe zero lub na poziomie szumu.

4.4 Wnioski z przeprowadzonych pomiarów i ich analiz

Pomiary napięcia i prądu neutralnego przy skojarzeniu uzwojeń stojana w gwiazdę dają jakościowo lepszy sygnał diagnostyczny niż prąd zerowy w przypadku połączenia uzwojeń w trójkąt, gdyż wystarczy wtedy tylko jeden przetwornik pomiarowy. Widmo składowej zerowej prądu mierzonej za pomocą trzech skalibrowanych przetworników zawiera znacznie większy poziom szumu.

Analizując widma sygnałów pomiarowych w obrębie harmonicznej $3f_s$, przedstawione na rysunkach: 4.1-3, 4.2-3 i 4.3-3, zaobserwowano wysokie amplitudy harmonicznych poślizgowych, nawet w przypadku wirnika symetrycznego. Podobne zjawisko można zauważyć dla harmonicznych wskazujących na ekscentryczność dynamiczną i statyczną. Opisywane odkształcenia od obrazu teoretycznego widma silnika symetrycznego spowodowane są technologiczną niesymetrią wirnika i stojana oraz anizotropią obwodu magnetycznego. Dodatkowo zakłócenia powodowała maszyna obciążająca w postaci drgań mechanicznych generowanych w układzie wskutek przemieszczania napędu. W związku z tym, do analizy niesymetrii wewnętrznych silnika przyjęto poziom odniesienia, odpowiadający obrazowi widma silnika z wirnikiem symetrycznym.

Częstotliwości charakteryzujące uszkodzenia wyznaczono na podstawie (2.7-24) i (2.7-26). Wszystkie mierzone sygnały dla połączenia stojana kolejno w: gwiazdę, gwiazdę z przewodem neutralnym i trójkąt przejawiają taką samą naturę w odpowiedzi na niesymetrię wewnętrzną maszyny. Uszkodzona klatka wirnika objawia się w widmie przez znaczny wzrost amplitud harmonicznych poślizgowych w obrębie potrójnej częstotliwości napięcia zasilania. Harmoniczne pojawiające się wskutek ekscentryczności wirnika zostały na podstawie założeń z tabeli 2.9-1 rozdzielone kolorami. Porównano ich amplitudy do amplitud ich odpowiedników w widmach sygnałów silnika symetrycznego. Na podstawie zaprezentowanych porównań można zauważyć, że widma sygnałów silnika symetrycznego zawierają również harmoniczne przyporządkowane do ekscentryczności dynamicznej i statycznej. Wprawdzie są one na niskim poziomie, ale w takich przypadkach nie można jednoznacznie stwierdzić o ekscentryczności badanego silnika. Co więcej, zbiory częstotliwości charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej pokrywają się ze zbiorami częstotliwości harmonicznych wskazujących na uszkodzoną klatkę wirnika. Tak samo wygląda sytuacja w przypadku ekscentryczności statycznej, która objawia się w widmach składowej zerowej prądu i napięcia w podobny sposób co niesymetria napięć zasilania. Zatem, identyfikacja ekscentryczności dynamicznej i statycznej nie jest jednoznaczna. Sytuacja jest nieco inna w przypadku ekscentryczności mieszanej. Harmoniczne o częstotliwościach charakterystycznych dla tego typu ekscentryczności można bardzo łatwo wyróżnić w widmie. W przeważającej większości, w niskim zakresie częstotliwości ich amplitudy są większe od amplitud dwóch pozostałych

rodzajów ekscentryczności dla tego samego stopnia nierównomierności szczeliny powietrznej. Ponadto, analogiczne harmoniczne w widmach silnika symetrycznego w ogóle nie występują lub są na poziomie szumu. Taka właściwość sprawia, że identyfikacja ekscentryczności silnika na podstawie harmoniczných ze zbioru częstotliwości określonych jako ekscentryczność mieszana jest jednoznaczna pod warunkiem wykluczenia wpływu napędu i zakłóceń zewnętrznych. Szczególnie widoczne są harmoniczne o częstotliwościach $3f_s - f_r$ i $3f_s + f_r$. W każdym z trzech badanych sygnałów, ich amplitudy są największe spośród badanych zbiorów harmoniczných. Ponadto harmoniczna o częstotliwości napięcia zasilania f_s pojawia się w każdym sygnale, niezależnie od rodzaju uszkodzenia wirnika i sposobu skojarzenia uzwojeń. Zgodnie z wyprowadzonymi zależnościami w rozdziale 2.8, prążek dla częstotliwości f_s pojawia się w trzech przypadkach: niesymetrii wewnętrznej uzwojeń stojana, niesymetrii napięć zasilania oraz ekscentryczności statycznej wirnika. Po zapewnieniu symetrii napięć zasilających i stwierdzeniu symetrii uzwojeń można z większą pewnością wskazać na ekscentryczność statyczną wirnika jako przyczynę pojawienia się prążka o częstotliwości f_s w widmie składowej zerowej napięcia lub prądu.

Widma sygnałów zmierzonych podczas badań laboratoryjnych korespondują z wynikami badań polowych. Podczas obliczeń w środowisku *Maxwell 2D* otrzymano wzorcowe widma dla każdego z przypadków uszkodzenia silnika bez wpływu zakłóceń i niepożądanych czynników zewnętrznych. Dzięki badaniom dla dwóch typów jarzm stojana i wirnika, w prosty sposób dokonano identyfikacji harmoniczných pojawiających się wskutek nieliniowości obwodu magnetycznego. Zbiory częstotliwości charakterystycznych wykorzystane przy badaniach polowych zostały użyte do identyfikacji harmoniczných w badaniach laboratoryjnych. Widma z wyróżnionymi harmonicznymi oddają charakter niesymetrii silnika w podobny sposób co badania polowe. Harmoniczne przypisane do ekscentryczności dynamicznej i statycznej występują w widmach silnika symetrycznego, natomiast harmoniczne zidentyfikowane jako ekscentryczność mieszana występują tylko w sytuacji tej niesymetrii. Taka sama sytuacja ma miejsce w widmach sygnałów pochodzących z badań polowych.

Analizując zarejestrowane sygnały pod kątem zawartości informacji, można dostrzec analogie z badaniami polowymi w przypadku sposobu połączeń uzwojeń stojana. W sytuacji gdzie rozpatrzono składową zerową prądu (połączenie uzwojeń stojan w gwiazdę z przewodem neutralnym lub w trójkąt) można zaobserwować „dodatkowe” harmoniczne, których nie opisują wzory wyprowadzone z rozdziału 2.8. Wynikają one ze wzajemnych sprzężeń i zależności składowej zerowej prądu z pozostałymi składowymi prądów stojana i wirnika, co w efekcie wzbogaca widmo. Ponadto, w rzeczywistej maszynie zachodzą dodatkowe sprzężenia magnetyczne, których nie uwzględniono w modelu obwodowym.

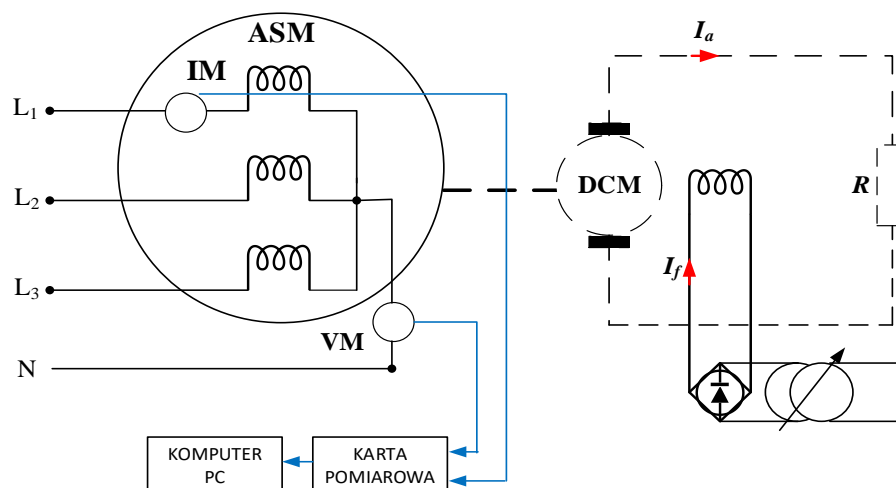
4.5 Porównanie widma napięcia neutralnego z widmem prądu fazowego stojana

W praktyce przemysłowej, podstawowym narzędziem diagnostycznym stanu silnika podczas jego pracy jest analiza widmowa prądu stojana. Dzięki niej można określić stan obwodu klatki czy stopień i rodzaj ekscentryczności wirnika. Pomiaru prądu fazowego w warunkach przemysłowych dokonuje się najczęściej za pomocą przetworników cęgowych wpiętych w obwody wtórne przekładników prądowych w szafie sterowniczej lub rzadziej, podłączając urządzenie pomiarowe bezpośrednio do obwodów mocy. Silniki dużej i średniej mocy, eksploatowane w przemyśle są najczęściej zasilane napięciem 6 kV, a ich uzwojenia stojana są skojarzone w gwiazdę. Pomiar napięcia neutralnego w takich warunkach jest skomplikowaną operacją pod względem bezpieczeństwa i raczej niespotykaną. Wyjątkiem tu są maszyny na stałe oprzyrządowane czujnikami pomiarowymi, choć ich parametry dotyczące jakości rejestracji sygnałów takie, jak rozdzielczość i częstotliwości próbkowania nie są wystarczające do uzyskania odpowiedniej jakości widma.

W celu porównania widma prądu fazowego stojana z widmem napięcia neutralnego i ich analizy pod kątem diagnozowania uszkodzeń, zostały przeprowadzone pomiary wymienionych wielkości na stanowisku laboratoryjnym, przedstawionym w rozdziale 4. Silnik z uzwojeniami skojarzonymi w gwiazdę zasilono napięciem

sieciowym. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 4.5-1. Do badań użyto dwóch wirników z defektami określanymi jako:

1. Uszkodzona klatka wirnika - przecięte dwa pręty klatki,
2. Ekscentryczność mieszana - mimośrodowe osadzenie wału na wyżłobionych tarczach łożyskowych ($\varepsilon_d = 0,4$; $\varepsilon_s = 0,4$).



Rys. 4.5-1 Schemat układu pomiarowego napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w gwiazdę

Zmierzone wielkości poddano analizie częstotliwościowej za pomocą algorytmu *FFT*. Na podstawie wzorów na częstotliwości charakterystyczne, wyszukano i zaznaczono harmoniczne przyporządkowane danym uszkodzeniom.

1) Uszkodzona klatka wirnika

Sytuacjom zaburzenia symetrii obwodu wirnika towarzyszą w widmie prądu stojana tzw. harmoniczne poślizgowe o częstotliwościach

$$f_p^{(I_s)} = f_s (1 \pm 2ks) \quad (4.5-1)$$

W składowej zerowej napięcia i prądu takie samo zjawisko występuje w otoczeniu potrójnej częstotliwości napięcia zasilania

$$f_p^{(U_N)} = f_s (3 \pm 2ks) \quad (4.5-2)$$

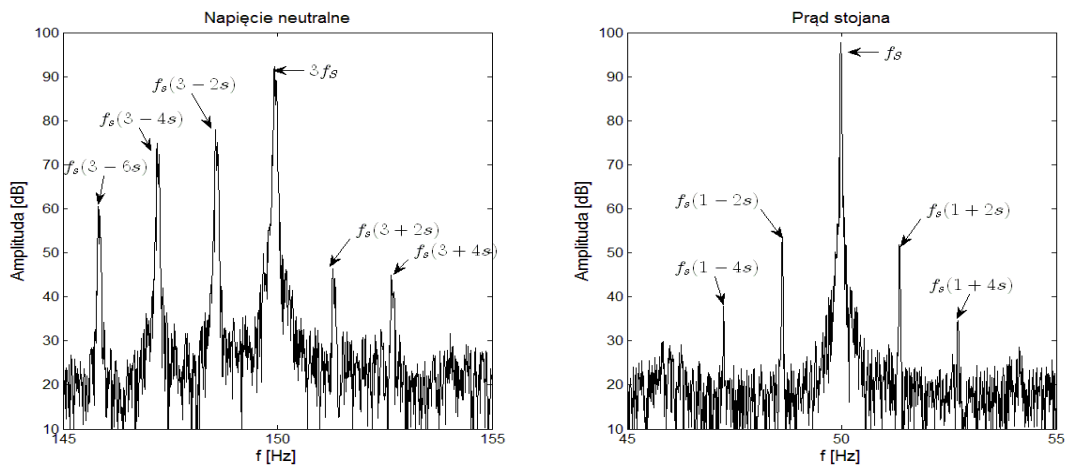
gdzie:

$$k = 1, 2, 3, \dots,$$

f_s - częstotliwość napięcia zasilania,

s - poślizg.

Widma przedstawione na rys. 4.5-2 zostały wykonane na podstawie zarejestrowanych sygnałów: napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana. W widmie napięcia neutralnego, zaznaczone harmoniczne poślizgowe posiadają dużo większe amplitudy w porównaniu z harmonicznymi z widma prądu stojana. Napięcie neutralne jako sygnał diagnostyczny jest bardziej wrażliwe na uszkodzenia klatki wirnika niż prąd stojana.



Rys. 4.5-2 Porównanie widma napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana silnika z przerwanymi dwoma prętami wirnika

2) Ekscentryczność wirnika

Ekscentrycznie usytuowany wirnik w silniku indukcyjnym wprowadza asymetrię szczeliny powietrznej, w wyniku czego dochodzi do sprzęgania się pól magnetycznych wytworzonych przez uzwojenia silnika, które w stanie symetrii szczeliny nie występują. Powoduje to pojawienie się dodatkowych harmonicznymi w prądach stojana. Ogólne formuły opisujące częstotliwości charakterystyczne dla każdego z rodzajów ekscentryczności mają postać [46]:

a) symetria

$$f_{sym} = |f_s \pm kgNf_r|_{k=1,2,\dots} \quad (4.5-3)$$

b) ekscentryczność statyczna

$$f_{sta} = |f_s \pm kNf_r|_{k=1,2,\dots} \quad (4.5-4)$$

c) ekscentryczność dynamiczna

$$f_{dyn} = |f_s \pm k2pf_r|_{k=1,2,\dots} \quad (4.5-5)$$

d) ekscentryczność mieszana

$$f_{mix} = |f_s \pm kf_r|_{k=1,2,\dots} \quad (4.5-6)$$

gdzie:

f_s - częstotliwość napięcia zasilania,

f_r - częstotliwość obrotowa wirnika,

N - liczba żłobków wirnika,

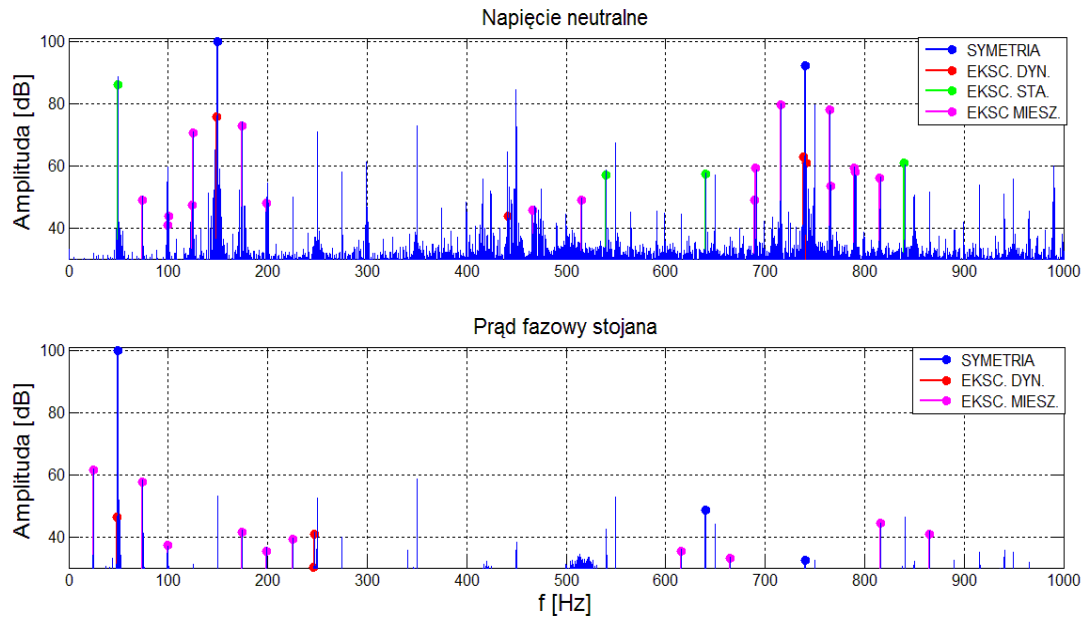
p - liczba par biegunów,

g - parametr równy najmniejszej liczbie naturalnej spełniającej jeden z warunków dla $i_l=0,1,2,\dots$

$$\begin{aligned} gN &= 2p(3i_l + 0) \\ gN &= 2p(3i_l + 1) \cdot \\ gN &= 2p(3i_l + 2) \end{aligned} \quad (4.5-7)$$

Dla badanego silnika parametr g wynosi 1.

Wzory na częstotliwości charakterystyczne występujące w widmie składowej zerowej napięcia dla wszystkich rodzajów ekscentryczności, zostały przedstawione w rozdziale 2.9. Porównanie widm napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana pokazano na rys. 4.5-3, gdzie harmoniczne o częstotliwościach charakterystycznych dla każdego rodzaju ekscentryczności zostały wyróżnione kolorami. W widmie prądu fazowego, w sytuacji, gdy parametr $g=1$ nie ma możliwości rozróżnienia harmonicznych przyporządkowanych ekscentryczności statycznej od tych przyporządkowanych dla symetrii. Jest to możliwe jedynie podczas analizy widmowej składowych symetrycznych prądu, co wymagałoby, w przypadku skojarzenia uzwojeń w gwiazdę, pomiaru dwóch prądów fazowych.



Rys. 4.5-3 Porównanie widma napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana silnika z ekscentrycznością: $\varepsilon_d = 0,4$, $\varepsilon_s = 0,4$.

Porównując te dwa przypadki można zauważyć, że w widmie napięcia neutralnego, harmoniczne wskazujące na ekscentryczność mają dużo większe amplitudy i jest ich więcej w odróżnieniu od tych występujących w widmie prądu fazowego stojana. Szczególne zagęszczenie występuje w otoczeniu potrójnej częstotliwości napięcia zasilania oraz harmonicznnej związanej z liczbą żłobków wirnika $f_s + N f_r$.

5 Podsumowanie

W rozprawie przeprowadzono badania nad wykorzystaniem wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego do diagnozowania uszkodzeń silników indukcyjnych klatkowych. W trójfazowych maszynach indukcyjnych, nieliniowość obwodu magnetycznego silnie objawia się w składowej zerowej napięcia lub składowej zerowej prądu, w zależności od sposobu połączenia uzwojeń stojana. Podczas wstępnej analizy częstotliwościowej widm tych sygnałów dla różnych typów uszkodzeń, zmierzonych w warunkach laboratoryjnych, zauważono pojawienie się harmonicznym niewystępujących w obrazie widma silnika symetrycznego. Taki stan rzeczy skłonił autora do przeprowadzenia szczegółowych badań. W celu wyjaśnienia i zrozumienia mechanizmu powstawania zaobserwowanych zjawisk analizę zaczęto od budowy obwodowego modelu matematycznego silnika z uwzględnieniem nieliniowości obwodu magnetycznego. Rozważania na temat wpływu efektów nasycania się magnetowodu rozpoczęto od sformułowania modelu permeancji, wyznaczonego na podstawie rozkładu indukcji pola magnetycznego w szczelinie metodą ciągłej sieci reluktancyjnej, które przedstawiono w rozdziale 2.2. Na podstawie przeprowadzonej analizy przyjęto jednostkową funkcję modelującą wpływ nasycenia, aproksymowaną za pomocą szeregu Fouriera (2.2-23). Funkcja permeancji przyjmowała odpowiednią postać w zależności od rodzaju szczeliny powietrznej (rozdział 2.3). Równania napięciowo-prądowe oparte na przedstawionym modelu permeancji poddano transformacji z maszynowego układu odniesienia do układu składowych symetrycznych. Takie przekształcenie uporządkowało strukturę macierzy indukcyjności, co zostało wykorzystane do wyprowadzenia równania na składową zerową napięcia stojana. Dzięki analizie spektralnej składowej zerowej napięcia w stanie ustalonym wyprowadzono wyrażenia na częstotliwości charakterystyczne dla poszczególnych stanów maszyny: symetrii, uszkodzonej klatki wirnika, ekscentryczności (z podziałem na dynamiczną, statyczną i mieszaną), niesymetrii napięć zasilania i niesymetrii wewnętrznej stojana. Przeprowadzona analiza matematyczna modelu silnika w rozdziale 2 umożliwiła identyfikację symptomów uszkodzenia. Zaproponowano algorytm poszukiwania

częstotliwości charakterystycznych, którego schemat blokowy przedstawiono na rys. 2.9-1. Algorytm w prosty sposób może wyselekcjonować częstotliwości harmonicznych, powstałych na skutek uwzględnienia efektów nasycenia się magnetowodu. W rozdziale 2.10 skupiono się na następstwach sposobu połączeń uzwojeń stojana na składową zerową napięcia i prądu. Każdy rodzaj skojarzenia uzwojeń posiada swoje właściwości, a jego wpływ na składową zerową prądu i napięcia został wytłumaczony i przedstawiony na rys. 2.10-2. Następnym krokiem były badania symulacyjne przeprowadzone na uproszczonym modelu obwodowym silnika skojarzonego w gwiazdę i w gwiazdę z przewodem neutralnym w środowisku obliczeniowym *Matlab*. Symulacji dokonano ze szczególnym uwzględnieniem charakteru obwodu magnetycznego, jak i rodzaju uszkodzenia. Poddano analizie częstotliwościowej składową zerową napięcia oraz składową zerową prądu. Na otrzymanych widmach zaznaczono częstotliwości charakterystyczne wyznaczone na podstawie tabeli 2.9-3, zidentyfikowane dla każdego rodzaju uszkodzenia. Harmoniczne o częstotliwościach charakterystycznych, które wyznaczone dla składowej zerowej napięcia, wystąpiły również w składowej zerowej prądu, co potwierdzało zasadność użycia w analizie częstotliwościowej tych samych wzorców częstotliwości.

W celu potwierdzenia metody diagnozowania silników indukcyjnych z wykorzystaniem nieliniowości obwodu magnetycznego przeprowadzono badania połowo-obwodowe w środowisku obliczeniowym *Maxwell 2D*. Badania te miały za zadanie wygenerować wzorce dla każdego z rodzajów uszkodzeń, co w warunkach laboratoryjnych nie jest w takim stopniu możliwe. Zgodnie z zaproponowanym programem badań w rozdziale 3.2 wykonano serie symulacji dla liniowego i nieliniowego obwodu magnetycznego z podziałem na rodzaj uszkodzenia i sposób skojarzenia uzwojeń stojana. Dzięki zastosowaniu dwóch rodzajów rdzeni magnetycznych wyselekcjonowano i przedstawiono harmoniczne powstałe wskutek nieliniowości obwodu magnetycznego dla każdego przypadku niesymetrii. Wygenerowane wzory na częstotliwości charakterystyczne z powodzeniem zostały użyte do analizy widmowej składowej zerowej prądu w silnikach skojarzonych w gwiazdę z przewodem neutralnym, jak i w trójkąt. Przedstawione porównania amplitud harmonicznych o częstotliwościach charakterystycznych dla poszczególnych uszkodzeń w stosunku do amplitud tych samych harmonicznych, ale występujących

w przypadku symetrii, potwierdziły poprawność identyfikacji uszkodzeń przeprowadzonych w rozdziale 2.9.

Ostatnim rodzajem badań były badania laboratoryjne, które przeprowadzono dla trzech rodzajów wirnika (symetrycznego, z uszkodzonymi prętami, z ekscentrycznością mieszaną) oraz dla trzech sposobów połączenia uzwojenia stojana. Podobnie jak w przypadku badań polowo-obwodowych, do analizy częstotliwościowej zmierzonych sygnałów wykorzystano częstotliwości charakterystyczne wygenerowane na podstawie tabeli 2.9-3. Amplitudy wyznaczonych harmoniczných porównano z amplitudami odpowiadających im harmoniczných w warunkach symetrii. Widma dla przypadku wirnika z ekscentrycznością zostały przeanalizowane z rozróżnieniem harmoniczných odpowiadających ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej. Analiza porównawcza wykazała, że w każdym z przypadków uszkodzenia, niezależnie od sposobu skojarzenia uzwojenia, zaproponowana metoda diagnozowania na podstawie widma składowej zerowej napięcia lub składowej zerowej prądu jest skuteczna.

W przeprowadzonych badaniach polowo-obwodowych i laboratoryjnych zauważono, że częstotliwości charakterystyczne dla niektórych uszkodzeń pokrywają się. Ekscentryczność statyczna, niesymetria napięć zasilania i niesymetria uzwojeń stojana generują podobne symptomy w widmach składowej zerowej prądu i napięcia. W rozdziale 3.4 przedstawiono sposób rozróżnienia tych przypadków za pomocą dodatkowych zabiegów. Podobna sytuacja występuje w przypadku uszkodzenia klatki wirnika i ekscentryczności dynamicznej. Jednak wówczas nie ma konieczności zmiany skojarzenia uzwojenia stojana lub wykonania dodatkowych pomiarów w celu rozróżnienia rodzaju uszkodzenia. W praktyce bowiem ekscentryczność dynamiczna nie występuje samodzielnie, gdyż w widmie składowej zerowej prądu i napięcia zawsze prążkom charakterystycznym dla ekscentryczności dynamicznej towarzyszą prążki właściwe dla ekscentryczności mieszanej, a te przy uszkodzeniu klatki nie występują.

Przeprowadzone badania pokazały, że metoda diagnozowania uszkodzeń silników indukcyjnych z wykorzystaniem efektów nasycenia obwodu magnetycznego jest niezwykle skuteczna w oparciu o analizę składowej zerowej napięcia i prądu, gdzie wpływ nasycenia jest najbardziej widoczny. Metoda z powodzeniem może być wykorzystywana na stacjach prób w zakładach produkujących trójfazowe silniki indukcyjne w celu sprawdzenia symetrii maszyny i jakości wykonania. Jak pokazały

badania porównawcze w rozdziale 4.5, składowa zerowa napięcia jest sygnałem bardziej wrażliwym na niesymetrie wewnętrzne, niż prąd fazowy stojana, a więc może być stosowana w systemie permanentnego zabezpieczenia silnika.

Według autora przeprowadzone badania i uzyskane wyniki dowodzą tezy, że wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego można wykorzystać do skutecznego diagnozowania omawianych w pracy uszkodzeń silników indukcyjnych klatkowych.

Spis literatury

- [1] Drozdowski P.: *Saturation and space harmonics effects in induction motors*. Proceed. of XII Symposium Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits (1991). TU Poznań (Poland) pp. 231-236.
- [2] Drozdowski P., Sobczyk T.J.: *Algorytmy obliczania indukcyjności uzwojeń w przypadkach niesymetrii w maszynach elektrycznych*. XXIX Seminarium Maszyn Elektr., "Niesymetrie w Maszynach Elektrycznych i Transformatorach". Szklarska Poręba 1993, ss. 19-23.
- [3] Drozdowski P., Sobczyk T.J., Weinreb K.: *Efekty elektromagnetyczne w silniku indukcyjnym klatkowym w wybranych przypadkach ekscentryczności wirnika*. XXX Symp. Maszyn Elektrycznych "Współczesne problemy Maszyn Indukcyjnych", Kazimierz Dolny 1994, ss. 99-104.
- [4] Drozdowski P.: *An equivalent permeance of the air-gap of induction motor in case of saturation*. Seminar. Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów SPETO'94, Gliwice-Ustroń 1994, tom 1, ss. 167-172.
- [5] Drozdowski P.: *Obliczanie indukcyjności maszyn elektrycznych z nierównomierną szczeliną*. Politechnika Krakowska, Monografia 169 "Modelowanie Matematyczne Zjawisk Elektromagnetycznych w Maszynach Elektrycznych", Kraków 1994, ss. 39-56.
- [6] Drozdowski P.: *Saturation and space harmonics in a star and delta connected squirrel-cage induction motor*. Int. Conf. on Electr. Machines ICEM'94, Paris (France) 1994, vol.3, pp. 93-98.
- [7] Drozdowski P., Petryna J., Weinreb K.: *Ocena skuteczności diagnozowania silników indukcyjnych poprzez analizę spektralną prądu stojana*. XXXII Międzyn. Symp. Maszyn Elektr. SME'96, Kraków 1996, ss. 31-36.
- [8] Drozdowski P.: *Kształtowanie charakterystyk i własności ruchowych wielofazowych silników indukcyjnych klatkowych*. PKrak, Monografia 278, Kraków 2000.
- [9] Drozdowski P.: *Determination of magnetic field in electrical machines with non-uniform air-gap in terms of saturation by digital solution of analytical equations*. Проблемы создания и эксплуатации новых типов электротехнического оборудования, Российская академия наук, Выпуск 3, Санкт-Петербург, 2001, pp.227-244.
- [10] Drozdowski P., Kapusta P.: *Modelowanie maszyny indukcyjnej z nieliniowym obwodem magnetycznym w programie SPICE*. Przegląd Elektrotechniczny nr 10/2007, ss. 19-22.
- [11] Drozdowski P., Duda A.: *Computer analysis of saturated cage induction machine using Sim-Power-Systems of Simulink*. Technical Transactions (Czasopismo techniczne), Electrical Engineering 1-E/2012. Wyd. Politechniki Krakowskiej. Kraków 2012, s. 33-48.
- [12] Drozdowski P., Duda A.: *Fault detection of induction motors due to the effects of magnetic*. Zeszyty Problemowe Maszyn Elektryczne, Nr 3 (100) 2013, s. 33-38.
- [13] Drozdowski P., Duda A.: *Influence of magnetic saturation effects on the fault detection of induction motors*, Archives of Electrical Engineering [Dokument elektroniczny]. - 2014, Vol. 63, Iss. 3, s.489-506

- [14] Drozdowski P., Duda A.: *MATLAB-SIMULINK modelling of induction machine incorporating magnetic saturation*, Sc. Papers of the Institute of Electrical Machines Drives and Measurement of the Wrocław University of Technology No. 66, Studies and Research No. 32, vol. 2, Wrocław, 2012, s. 92-101.
- [15] Dwojak J., Szymaniec S.: *Diagnostyka eksploatacyjna zespołów maszynowych w energetyce*. Studia i monografie, z. 344, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2013.
- [16] Garcia P., Briz F., Degner M. W., Diez A. B.: *Diagnostics of induction machines using the zero sequence voltage*. Conference Record of the 2004 IEEE Industry Applications Conference, 39th IAS Annual Meeting, Vol. 2 2004, s. 735 - 742.
- [17] Glinka T.: *Badania diagnostyczne maszyn elektrycznych w przemyśle*. BOBRME KOMEL, Katowice 2002.
- [18] Glinka T.: *Maszyny elektryczne i transformatory. Podstawy teoretyczne, eksploatacja i diagnostyka*. Instytut Napędów i Maszyn Elektrycznych KOMEL, Katowice 2015.
- [19] Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D., Trojnar M.: *Modelling of induction motors with air-gap eccentricity by FEM*. Przegląd Elektrotechniczny, LXXIX, 12, 2003, s. 880-887.
- [20] Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Obliczenia do diagnostyki uszkodzeń maszyny asynchronicznej za pomocą FEM*. ELEKTROINFO, 6, 2007, s.62-65.
- [21] Gyftakis K. N., Kappatou J. C.: The zero-sequence current spectrum as an on-line static eccentricity diagnostic mean in Δ -connected PSH-induction motors. 9th IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED) ,2013, s. 302 - 308.
- [22] Gyftakis K. N., Kappatou J. C.: *The Zero-Sequence Current as a Generalized Diagnostic Mean in Δ -Connected Three-Phase Induction Motors*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 29, Issue 1, IEEE Journals & Magazines, 2014, s. 138 - 148.
- [23] Gyftakis K. N., Antonino-Daviu J. A., Kappatou J. C.: *The influence of the induction motor rotor geometry on the higher harmonic index of the zero-sequence current*. 19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2016.
- [24] Hallmann D., Jankowski P.: *Przykłady obliczeń wolnozmiennych pól magnetycznych w środowisku Ansys-Maxwell*, Wyd. Akademii Morskiej w Gdyni, Gdynia 2016.
- [25] Heller B., Hamata V.: *Harmonic field effects in induction machines*. Academia Publishing House of the Czechoslovak. Academy of Sciences. Prague 1977.
- [26] Jordan H., Schroder R.D., Seinsch H.O.: *Zur Berechnung einseitig magnetischer Zugkräfte in Drehfeldmaschinen*. Archiv für Elektrotechnik Vol. 63, 1981, s. 117-124.
- [27] Kowalski Cz. T., Ewert P.: *Zastosowanie analizy widmowej prądu stojana do monitorowania ekscentryczności silników indukcyjnych*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 60, Studia i Materiały Nr 27, Wrocław, 2007.
- [28] Kowalski Cz. T.: *Monitorowanie i diagnostyka uszkodzeń silników indukcyjnych z wykorzystaniem sieci neuronowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej 57, Seria: Monografie 18, Wrocław 2005.

- [29] Kowalski Cz. T., Szabat K.: *Application of Wavelet Transform to Diagnosis of the Induction Motor*. Proc. Of XVIII Symp. on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits EPNC'04, Poznań, Poland, 2004, s.95-106.
- [30] Kowalski Cz. T.: *Stan obecny i tendencje rozwojowe metod monitorowania i diagnostyki napędów z silnikami indukcyjnymi*. Wiadomości Elektrotechniczne, nr 4, 2003, s. 160-164.
- [31] Kowalski Cz. T.: *Zagadnienia diagnostyki eksploatacyjnej napędów z silnikami indukcyjnymi*. Mater. II Konfer. Naukowo-Technicznej UNAPEN'99, Łódź, 1999, s. 49-61.
- [32] Ławrowski Z., Petryna J., Sułowicz M., Duda A., Guzicz K.: *Termograficzna weryfikacja diagnozy stanu wirnika dużej mocy opartej na pomiarze prądów i strumienia poosiowego*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 2 (114) 2017, s. 69-75.
- [33] Mazur D.: *Analysis of damages on induction motors by the finite element method*. Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, CAMES, 7, 2000, s. 677-697.
- [34] Mazur D.: *Simulating and Measurements of the Stator Currents and Torque in Induction Motors with Rotor Eccentricity*. IEEE MELECON 2006, May 16 – 19, Benalmádena (Málaga), Spain, s. 1154 – 1157.
- [35] Noga M., Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *3D FEM Model of the induction machine – calculating axial flux*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, (80) 2008, s. 163-170.
- [36] Oumaamar M.E.K., Babaa F., Khezzar A. and Boucherma M.: *Diagnostics of Broken Rotor Bars in Induction Machines Using the Neutral Voltage*. Proc. of ICEM. 2-5.09.2006. Chania. Crete Island (Greece).
- [37] Petryna J., Sułowicz M., Duda A., Guzicz K.: *Metoda wstępnej oceny stanu wirnika silnika indukcyjnego przy pomocy dedykowanego przyrządu opartego na pomiarze strumienia poosiowego*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 2 (106) 2015, s. 59-63.
- [38] Sobczyk T. J., Drozdowski P.: *Inductances of electrical machine winding with a nonuniform air-gap*. Arch. Elektrotechnik, Vol. 76 (1993), s. 213-218.
- [39] Sobczyk T. J., Warzecha A., Drozdowski P., Weinreb K., Mikulik J., Węgiel T., Mazgaj W.: *Modelowanie matematyczne zjawisk elektromagnetycznych*. PKrak, Monografia 169, Kraków 1994.
- [40] Sobczyk T.J., Drozdowski P., Weinreb K.: *Modelowanie matematyczne maszyn prądu przemiennego dla potrzeb diagnostyki*. Wybrane problemy elektrotechniki i automatyki, Politechnika Krakowska, Kraków 1995, s. 57-70. - Wydanie jubileuszowe.
- [41] Sobczyk T., Węgiel T.: *Algorytm wyznaczania indukcyjności uzwojeń przetworników elektromechanicznych z uwzględnieniem ekscentryczności*. XXI Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów - SPETO'98, Ustroń 1998.
- [42] Sobczyk T. J., Weinreb K., Sułowicz M.: *Diagnostyka silników klatkowych oparta na składowych symetrycznych prądach stojana*. SME'2000: Diagnostyka Maszyn Elektrycznych, Wrocław : Ofic. Wydaw. PWroc., 2000, s. 28-36.
- [43] Sobczyk T. J., Weinreb K., Węgiel T., Sułowicz M., Wrzecha A.: *Modeling saturation of main magnetic circuit of cage induction motors in presence of eccentricity*. 4th IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED 2003), [Dokument elektroniczny], Institute of Electrical and Electronics Engineers. - Piscataway, NJ : IEEE, 2003.
- [44] Sobczyk T. J.: *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*. WNT, Warszawa 2004.

- [45] Sobczyk T. J., Weinreb K., Węgiel T., Warzecha A., Sułowicz M.: *Slot harmonics in cage motors due to saturation of a main magnetic circuit*. Selected papers from the 18th Symposium on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits, COMPEL : The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol. 25, Nr 1., 2006, s. 128-139.
- [46] Sułowicz M.: *Diagnostyka silników indukcyjnych metodami sztucznej inteligencji*. Rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska. Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej. Kraków 2005.
- [47] Sułowicz M., Starczyński J.: *Wykrywanie uszkodzeń w silnikach indukcyjnych w oparciu o sygnały akustyczne*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 4 (108) 2015, s. 149-156.
- [48] Sułowicz M., Tulicki J.: *Analiza możliwości wykorzystania sygnałów akustycznych w diagnostyce maszyn asynchronicznych pracujących przy zmiennym obciążeniu*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 3 (108) 2015, s. 171-177.
- [49] Sułowicz M., Tulicki J.: *Zastosowanie filtrów adaptacyjnych NMLS w nieinwazyjnej diagnostyce wirnika silnika indukcyjnego w stanach dynamicznych*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 4 (108) 2015, s. 163-169.
- [50] Sułowicz M., Weinreb K., Mielnik R., Żywczak T., Jaraczewski M.: *The method of current measurement in the rotor cage bars of prototype induction motor with the use of Rogowski coils*. IDT: Proceedings of The International Conference on Information and Digital Technologies 2015, 7-9 lipiec 2015, Zilina - Slovakia . Piscataway, NJ : IEEE, Pamięć USB. - s. 345-353.
- [51] Sułowicz M., Petryna J., Weinreb K., Duda A., Tulicki J.: *Ocena wiarygodności i przydatności sygnałów diagnostycznych do bezinwazyjnej oceny stanu maszyn elektrycznych*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 3 (111) 2016, s. 139-146.
- [52] Sułowicz M., Tulicki J.: *Diagnostyka drganiowa silnika indukcyjnego klatkowego w wybranych stanach przejściowych*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 3 (111) 2016, s. 79-85.
- [53] Sułowicz M., Tulicki J.: *Zastosowanie analizy bispektralnej w diagnostyce silników indukcyjnych klatkowych*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 3 (111) 2016, s. 93-99.
- [54] Sułowicz M., Duda A., Petryna J., Guzicz K.: *System pomiarowo-diagnostyczny do bezinwazyjnej diagnostyki stanu wirnika silników indukcyjnych*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 2 (114) 2017, s. 169-175.
- [55] Szymaniec S.: *Badania, eksploatacja i diagnostyka zespołów maszynowych z silnikami indukcyjnymi klatkowymi*. Studia i monografie, z. 333, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2013.
- [56] Szymaniec S.: *Diagnostyka stanu izolacji uzwojeń i stanu łożysk silników indukcyjnych klatkowych w warunkach przemysłowej eksploatacji*. Studia i monografie, z. 333, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2013.
- [57] Thompson W.T.: *On-line current monitoring to diagnose shaft misalignment in threephase induction motor drive system*. Proceedings of International Conference Electrical Machines, Vol. 2, ICEM'94, Paris, 1994, s. 238-243.
- [58] Thomson W.T., Orpin P.: *Current and vibration monitoring for fault diagnosis and root cause analysis of induction motor drives*. Proceedings of XXXI Turbomachinery Symposium. s. 62-67.

- [59] Wach P.: *Niesymetrie wewnętrzne maszyn indukcyjnych*, Monografia, Zesz. Nauk. WSI w Opolu, "Elektryka" z. 19, Opole 1982.
- [60] Warzecha A., Węgiel T., Weinreb K., Sułowicz M.: *Non-linear permeance function of magnetic circuit in asynchronous motor with rotor eccentricity*. Czasopismo techniczne, Z.5-E/2005. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005, s. 87-99.
- [61] Warzecha A.: *Wielowymiarowe charakterystyki magnesowania w modelach obwodowych maszyn elektrycznych*. Monografia PK, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2010.
- [62] Warzecha A., Sobczyk T. J., Mazgaj W.: *Matematyczny opis silnika indukcyjnego z anizotropią magnetyczną rdzenia*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 3 (100) 2013, s. 123-128.
- [63] Weinreb K., Drozdowski P., Sobczyk T.: *Some effects due to rotor eccentricity in induction motors*. Proc. Int. Aegean Conf on Electrical Machines and Power Electronics. 27-29 may 1992, Kusadasi (Turkey), vol.1/2, pp. 329-334.
- [64] Weinreb K., Węgiel T., Warzecha A., Sułowicz M.: *Wpływ nasycenia głównego obwodu magnetycznego na ocenę ekscentryczności dynamicznej silnika asynchronicznego klatkowego*. Analiza, projektowanie i sterowanie maszyn elektrycznych, Zeszyty Naukowe nr 77, Wydaw. PŚI, Politechnika Śląska, Gliwice 2001, s. 121-128.
- [65] Weinreb K., Węgiel T., Sułowicz M.: *Wpływ nasycenia głównego obwodu magnetycznego silnika asynchronicznego z niesymetrycznym wirnikiem na obraz widma prądu stojana*. SME'2005: XLI International Symposium on Electrical Machines, Opole - Jarnołtówek, 14-17 czerwiec 2005. Opole : Ofic. Wydaw. POpol., 2005. - s. 461-467.
- [66] Weinreb K., Węgiel T., Sułowicz M.: *Influence of the Main Magnetic Circuit Saturation on Stator Current Spectrum for a Cage Induction Motor with Rotor Asymmetry*. Czasopismo techniczne, Z.6-E/2006. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2006, s. 65-76.
- [67] Weinreb K., Węgiel T., Sułowicz M.: *Wpływ wewnętrznych niesymetrii w silniku asynchronicznym klatkowym na własności widma prądu stojana*. SME 2006: XLII International Symposium on Electrical Machines, Kraków, 3-6 lipiec 2006.
- [68] Weinreb K.: *Diagnostics of an induction-motor rotor by the spectral analysis of stator currents*. Thermal Engineering, Vol. 60, Iss. 14, 2013, s. 1006-1023.
- [69] Weinreb K., Sułowicz M., Dziechciarz A.: *Zastosowanie mocy chwilowej do wykrywania ekscentryczności wirnika w silniku synchronicznym*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 4 (106) 2014, s. 301-306.
- [70] Weinreb K., Sułowicz M.: *Skuteczne wykrywanie ekscentryczności dynamicznej w silniku asynchronicznym*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 3 (83) 2009 s. 207-212.
- [71] Weinreb K., Duda A., Petryna J., Sułowicz M.: *Diagnostyka ekscentryczności silnika indukcyjnego w oparciu o pomiar strumienia poosiowego*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, Nr 2 (106) 2015, s. 13-20.
- [72] Węgiel T., Weinreb K., Sułowicz M.: *Wpływ harmonicznych żłobkowych przewodności na kształt widma prądu stojana w maszynie indukcyjnej z ekscentrycznym wirnikiem*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Seria: Studia i Materiały nr 50, Wrocław 2000, s. 236-244.
- [73] Węgiel T., Weinreb K., Warzecha A., Sułowicz M.: *Model of cage induction motor with saturated main magnetic circuit for diagnostic applications*. Czasopismo techniczne, Z.5-E/2005. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005, s. 101-117.

- [74] Węgiel T., Weinreb K., Sułowicz M.: *Main inductances of induction motor for diagnostically specialized mathematical models*. Archives of Electrical Engineering. Vol. 59 (1-2) 2010, s. 51-66.
- [75] Zhaowen H., Jin H., He L., Ming Y., Zijian L., Jiaqiang Y.: *Diagnosis of broken rotor bar fault in open- and closed-loop controlled wye-connected induction motors using zero-sequence voltage*. IET Electric Power Applications, Vol. 11, Issue: 7, IET Journals & Magazines, 2017, s. 1214 - 1223.

Spis tabel

Tabela 2.3-1	Zestawienie liczb: l, k, μ w zależności od m	33
Tabela 2.6-1	Przykładowe zestawienie numerów harmoniczych $\{\nu, \rho, m\}$ w komórkach macierzy \mathbf{M}_{sr}^{Π} dla $p=2$ i $N=28$	48
Tabela 2.9-1	Zestawienie założeń dotyczących modelu silnika z uwzględnieniem nasycenia rdzenia magnetycznego w zależności od przypadku niesymetrii (model szczeliny powietrznej z uwzględnieniem efektów nasycenia rdzenia magnetycznego)	61
Tabela 2.9-2	Częstotliwości charakterystyczne $f^{(M_s)}$	61
Tabela 2.9-3	Częstotliwości charakterystyczne $f_{(0,p)}^{(M_{sr})}$	62
Tabela 2.9-4	Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla symetrii	65
Tabela 2.9-5	Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla ekscentryczności dynamicznej	65
Tabela 2.9-6	Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla ekscentryczności statycznej	65
Tabela 2.9-7	Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla ekscentryczności mieszanej	65
Tabela 2.9-8	Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla uszkodzonej klatki wirnika	67
Tabela 2.9-9	Porównanie numerów harmoniczych dla tej samej częstotliwości, powstałych wskutek różnych mechanizmów	67
Tabela 2.9-10	Przykład numerów harmoniczych powstałych wskutek nałożenia się efektów pochodzących od ekscentryczności mieszanej i nasycenia rdzenia magnetycznego	68
Tabela 2.10-1	Zależności prądowo-napięciowe wynikające z rodzaju skojarzenia uzwojeń stojana	69
Tabela 2.11-1	Częstotliwości harmoniczych prądów stojana i wirnika w zależności od niesymetrii	76
Tabela 3.4-1	Zestawienie numerów harmoniczych i wzorów dla niesymetrii: uzwojeń stojana i napięcia zasilania	106

Spis rysunków

Rys. 2.1-1	Szkic sytuacyjny przekroju poprzecznego maszyny indukcyjnej	13
Rys. 2.2-1	Rozkład składowych przepływu magnetycznego maszyny indukcyjnej w funkcji kąta x	22
Rys. 2.2-2	Rozkład składowych indukcji magnetycznej maszyny indukcyjnej w funkcji kąta x	22
Rys. 2.2-3	Rozkład funkcji permeancji Λ^{pu} względem kąta x wzdłuż obwodu szczeliny maszyny indukcyjnej dla przepływu wymuszającego θ^{pu}	23
Rys. 2.2-4	Rozkład funkcji permeancji Λ_{sat}^{pu} względem kąta x wzdłuż obwodu równomiernej szczeliny maszyny indukcyjnej dla wieloharmonicznego przepływu wymuszającego θ^{pu}	23
Rys. 2.2-5	Rozkład funkcji permeancji Λ_{sat}^{pu} względem kąta x wzdłuż obwodu równomiernej szczeliny maszyny indukcyjnej dla monoharmonicznego przepływu wymuszającego θ^{pu}	23
Rys. 2.2-6	Porównanie funkcji permeancji wyznaczonej z rozkładu pola magnetycznego z aproksymacją za pomocą szeregu Fouriera.....	24
Rys. 2.2-7	Szkic sytuacyjny przekroju poprzecznego maszyny indukcyjnej przy ekscentrycznym ułożeniu wirnika względem stojana	25
Rys. 2.2-8	Przykładowy rozkład indukcji magnetycznej $B_{\delta}(x)$ w szczelinie dla wymuszającego przepływu $\theta(x)$ oraz przebieg funkcji $\Lambda^{pu}(x)$ w przypadku ekscentrycznego położenia wirnika względem stojana przy $\varepsilon = 0.4$	26
Rys. 2.2-9	Współczynniki funkcji permeancji $\Lambda_{sat}^{pu}(x)$ aproksymowanej szeregiem Fouriera (2.2-13); kolor czerwony - wyznaczone za pomocą funkcji przybliżających; kolor niebieski - wyznaczone z rozkładu pola.....	27
Rys. 2.3-1	Poglądowy szkic ekscentrycznie położonego wirnika	29
Rys. 2.5-1	Uzwojenie stojana.....	38
Rys. 2.5-2	Schemat uzwojeń klatki wirnika.....	38
Rys. 2.9-1	Schemat blokowy programu generowania częstotliwości charakterystycznych	63
Rys. 2.10-1	Schemat uzwojeń stojana skojarzonego w: a) gwiazdę - (opcjonalnie z przewodem neutralnym), b) trójkąt.....	68
Rys. 2.10-2	Ideowy schemat obwodu elektrycznego składowej zerowej prądu	70

Rys. 2.11-1	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika symetrycznego: I.A.1 - linowy obwód magnetyczny, II.A.1 - nieliniowy obwód magnetyczny 73
Rys. 2.11-2	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 73
Rys. 2.11-3	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 73
Rys. 2.11-4	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością statyczną: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 74
Rys. 2.11-5	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 74
Rys. 2.11-6	Widma p-tej i N-p-tej składowej symetrycznej prądów wirnika: II.A.1 - symetria, II.A.2 - uszkodzona klatka wirnika, II.A.3 - eksc. dynamiczna, II.A.4 - eksc. statyczna, II.A.5 - eksc. mieszana..... 75
Rys. 2.11-7	Widma składowej zgodnej i przeciwnej prądów stojana: II.A.1 - symetria, II.A.2 - uszkodzona klatka wirnika, II.A.3 - eksc. dynamiczna, II.A.4 - eksc. statyczna, II.A.5 - eksc. mieszana..... 75
Rys. 2.11-8	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika symetrycznego: I.B.1 - linowy obwód magnetyczny, II.B.1 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 76
Rys. 2.11-9	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika: I.B.2 - linowy obwód magnetyczny, II.B.2 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 77
Rys. 2.11-10	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną: I.B.3 - linowy obwód magnetyczny, II.B.3 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 77
Rys. 2.11-11	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością statyczną: I.B.4 - linowy obwód magnetyczny, II.B.4 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 77
Rys. 2.11-12	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną: I.B.5 - linowy obwód magnetyczny, II.B.5 - nieliniowy obwód magnetyczny..... 78
Rys. 3.1-1	Charakterystyki magnesowania: liniowy materiał, blacha M19 80
Rys. 3.1-2	Jarzmo stojana i wirnika (od lewej); schemat połączeń cewek..... 81
Rys. 3.1-3	Model 2D silnika Sg112M-4 w programie <i>Maxwell 2D</i> wraz z obrazem siatki 81
Rys. 3.1-4	Sposób połączenia uzwojeń stojana z układem zasilania i urządzeniami pomiarowymi w programie <i>Maxwell Circuit Editor</i> dla połączeń uzwojeń w: (od lewej) gwiazdę, gwiazdę z przewodem neutralnym oraz trójkąt (amperomierze A i woltomierze V służą do rejestracji mierzonych sygnałów) 82
Rys. 3.1-5	Podział obszarów w poprzecznym przekroju modelu silnika w programie <i>Maxwell 2D</i> (przyjęto oryginalne nazewnictwo) 83

Rys. 3.1-6	Modele usytuowania wirnika w programie <i>Maxwell 2D</i> wraz ze zmianami strefy <i>Band</i>	84
Rys. 3.1-7	Przykładowe obrazy rozkładu (od lewej): indukcji pola magnetycznego, linii strumienia elektromagnetycznego	84
Rys. 3.1-8	Przykładowe obrazy rozkładu (od lewej): gęstości prądu, natężenia pola magnetycznego	85
Rys. 3.2-1	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika symetrycznego z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.1 - linowy obwód magnetyczny, II.A.1 - nieliniowy obwód magnetyczny	88
Rys. 3.2-2	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z uszkodzoną kłatką wirnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.2 - linowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny	88
Rys. 3.2-3	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.3 - linowy obwód magnetyczny, II.A.3 - nieliniowy obwód magnetyczny	89
Rys. 3.2-4	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością statyczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.4 - linowy obwód magnetyczny, II.A.4 - nieliniowy obwód magnetyczny	90
Rys. 3.2-5	Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.5 - linowy obwód magnetyczny, II.A.5 - nieliniowy obwód magnetyczny	90
Rys. 3.2-6	Harmoniczne występujące tylko w widmie składowej zerowej napięcia silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym dla przypadków: 1. Symetrii, 3. Ekscentryczności dynamicznej, 4. Ekscentryczności statycznej, 5. Ekscentryczności mieszanej	91
Rys. 3.2-7	Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla uszkodzenia klatki wirnika, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z uszkodzoną kłatką wirnika (II.A.2)	92
Rys. 3.2-8	Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z ekscentrycznością dynamiczną $\varepsilon d = 0,77$ (II.A.3)	92
Rys. 3.2-9	Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności statycznej, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z ekscentrycznością statyczną $\varepsilon s = 0,77$ (II.A.4)	92
Rys. 3.2-10	Porównanie harmonicznych składowej zerowej napięcia, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej, dla silnika symetrycznego (II.A.1) i z ekscentrycznością mieszaną $\varepsilon d = 0,2$, $\varepsilon s = 0,2$ (II.A.5)	93
Rys. 3.2-11	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika symetrycznego z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.1 - linowy obwód magnetyczny, II.B.1 - nieliniowy obwód magnetyczny	94
Rys. 3.2-12	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z uszkodzoną kłatką wirnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.2 - linowy obwód magnetyczny, II.B.2 - nieliniowy obwód magnetyczny	94

Rys. 3.2-13	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.3 - linowy obwód magnetyczny, II.B.3 - nieliniowy obwód magnetyczny.....	95
Rys. 3.2-14	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością statyczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.4 - linowy obwód magnetyczny, II.B.4 - nieliniowy obwód magnetyczny.....	95
Rys. 3.2-15	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym: I.B.5 - linowy obwód magnetyczny, II.B.5 - nieliniowy obwód magnetyczny.....	95
Rys. 3.2-16	Harmoniczne występujące tylko w widmie składowej zerowej prądu stojana silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym dla przypadków: 1. Symetrii, 3. Ekscentryczności dynamicznej, 4. Ekscentryczności statycznej, 5. Ekscentryczności mieszanej	96
Rys. 3.2-17	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla uszkodzenia klatki wirnika, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z uszkodzoną klatką wirnika (II.B.2).....	96
Rys. 3.2-18	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z ekscentrycznością dynamiczną $\varepsilon d = 0,77$ (II.B.3).....	97
Rys. 3.2-19	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności statycznej, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z ekscentrycznością statyczną $\varepsilon s = 0,77$ (II.B.4)	97
Rys. 3.2-20	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej, dla silnika symetrycznego (II.B.1) i z ekscentrycznością mieszaną $\varepsilon d = 0,2$, $\varepsilon s = 0,2$ (II.B.5)	97
Rys. 3.2-21	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika symetrycznego z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.1 - linowy obwód magnetyczny, II.C.1 - nieliniowy obwód magnetyczny	98
Rys. 3.2-22	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.2 - linowy obwód magnetyczny, II.C.2 - nieliniowy obwód magnetyczny	98
Rys. 3.2-23	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.3 - linowy obwód magnetyczny, II.C.3 - nieliniowy obwód magnetyczny.....	99
Rys. 3.2-24	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością statyczną, z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.4 - linowy obwód magnetyczny, II.C.4 - nieliniowy obwód magnetyczny.....	99
Rys. 3.2-25	Widmo składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną, z uzwojeniami stojana połączonymi w trójkąt: I.C.4 - linowy obwód magnetyczny, II.C.4 - nieliniowy obwód magnetyczny.....	99

Rys. 3.2-26	Harmoniczne występujące tylko w widmie składowej zerowej prądu stojana silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym dla przypadków: 1. Symetrii, 3. Ekscentryczności dynamicznej, 4. Ekscentryczności statycznej, 5. Ekscentryczności mieszanej 100
Rys. 3.2-27	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla uszkodzenia klatki wirnika, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z uszkodzoną klatką wirnika (II.C.2) 100
Rys. 3.2-28	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z ekscentrycznością dynamiczną $\varepsilon d = 0,77$ (II.C.3)..... 101
Rys. 3.2-29	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności statycznej, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z ekscentrycznością statyczną $\varepsilon s = 0,77$ (II.C.4) 101
Rys. 3.2-30	Porównanie harmonicznych składowej zerowej prądu, o częstotliwościach charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej, dla silnika symetrycznego (II.C.1) i z ekscentrycznością mieszaną $\varepsilon d = 0,2$, $\varepsilon s = 0,2$ (II.C.5) 101
Rys. 3.4-1	Widma składowej zerowej prądu stojana dla przypadków: symetrii, ekscentryczności statycznej, niesymetrii wewnętrznej uzwojeń stojana i niesymetrii napięć zasilania 104
Rys. 3.4-2	Porównanie amplitud wybranych harmonicznych widma składowej zerowej prądu dla przypadków: symetrii, ekscentryczności statycznej, niesymetrii wewnętrznej uzwojeń stojana i niesymetrii napięć zasilania 105
Rys. 3.4-3	Przykładowe widmo (p)-tej i (N-p)-tej składowej symetrycznej prądu wirnika w przypadku niesymetrycznego napięcia zasilania. 105
Rys. 3.4-4	Porównanie widm składowej zerowej prądu silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w: trójkąt, gwiazdę z przewodem neutralnym dla współczynnika niesymetrii $\sigma = 1.8\%$ 107
Rys. 3.4-5	Schemat układu pomiaru napięcia neutralnego za pomocą tzw. sztucznego zera w programie Maxwell Circuit Editor 108
Rys. 3.4-6	Porównanie widma napięcia mierzonego od punktu neutralnego z widmem napięcia mierzonym od sztucznego zera, dla współczynnika niesymetrii $\sigma = 1.8\%$ 109
Rys. 3.4-1	Widok stanowiska pomiarowego z układem napędowym do badań diagnostycznych w laboratorium 110
Rys. 4.1-1	Schemat układu pomiarowego napięcia neutralnego silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w gwiazdę 112
Rys. 4.1-2	Przebiegi czasowe i widma napięcia neutralnego silnika: symetrycznego, z uszkodzoną klatką, ekscentrycznością wirnika 113
Rys. 4.1-3	Porównanie wybranych harmonicznych widma napięcia neutralnego silnika symetrycznego i z uszkodzoną klatką wirnika 113
Rys. 4.1-4	Widmo napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej 114

Rys. 4.1-5	Zestawienie wyselekcjonowanych harmoniczných z widma napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej	114
Rys. 4.1-6	Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej/statycznej widma napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma napięcia neutralnego silnika symetrycznego	115
Rys. 4.1-7	Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej widma napięcia neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego	115
Rys. 4.2-1	Schemat układu pomiarowego prądu neutralnego silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym	116
Rys. 4.2-2	Przebiegi czasowe i widma prądu neutralnego silnika: symetrycznego, z uszkodzoną klatką, z ekscentrycznością wirnika	117
Rys. 4.2-3	Porównanie wybranych harmoniczných widma prądu neutralnego silnika symetrycznego i z uszkodzoną klatką wirnika	117
Rys. 4.2-4	Widmo prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej	118
Rys. 4.2-5	Zestawienie wyselekcjonowanych harmoniczných z widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej	119
Rys. 4.2-6	Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej/statycznej widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego	119
Rys. 4.2-7	Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego	120
Rys. 4.3-1	Schemat układu pomiarowego składowej zerowej prądu silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w trójkąt	121
Rys. 4.3-2	Przebiegi czasowe i widma składowej zerowej prądu silnika: symetrycznego, z uszkodzoną klatką, z ekscentrycznością wirnika	121
Rys. 4.3-3	Porównanie wybranych harmoniczných widma składowej zerowej prądu silnika symetrycznego i z uszkodzoną klatką wirnika	122
Rys. 4.3-4	Widmo składowej zerowej prądu silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej	122

Rys. 4.3-5	Zestawienie wyselekcjonowanych harmoniczných z widma składowej zerowej prądu silnika z ekscentrycznością wirnika, z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla: symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej	123
Rys. 4.3-6	Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej/statycznej widma składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego	123
Rys. 4.3-7	Porównanie amplitud harmoniczných charakterystycznych dla ekscentryczności mieszanej widma składowej zerowej prądu stojana silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego	124
Rys. 4.5-1	Schemat układu pomiarowego napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w gwiazdę	128
Rys. 4.5-2	Porównanie widma napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana silnika z przerwanyimi dwoma prętami wirnika	129
Rys. 4.5-3	Porównanie widma napięcia neutralnego i prądu fazowego stojana silnika z ekscentrycznością: $\varepsilon d = 0,4$, $\varepsilon s = 0,4$	131