

PIOTR KANTY*, SŁAWOMIR KWIECIEŃ**

ANALIZA PORÓWNAWCZA WYNIKÓW OBLICZEŃ
STATECZNOŚCI NASYPU DROGOWEGO
POSADOWIONEGO NA PODŁOŻU WZMOCNIONYM
METODĄ WBIJANYCH KOLUMN KAMIENNYCHCOMPARATIVE ANALYSIS OF STABILITY CALCULATION
OF ROAD EMBANKMENT SETTLED ON SOIL
STRENGTHENED WITH THE USE OF DYNAMIC
REPLACEMENT METHOD

Streszczenie

Metoda wymiany dynamicznej (wbijane kolumny kamienne) jest chętnie stosowanym sposobem ulepszenia gruntów słabych pod nasypami drogowymi. Oprócz ograniczenia osiadań wzmocnienie podłoża wpływa też na stateczność nasypu. Przedmiotem artykułu jest, wykonana w programie Z-Soil, analiza porównawcza wyników obliczeń stateczności nasypu drogowego posadowionego na podłożu wzmocnionym wbijanymi kolumnami kamiennymi, otrzymanych dla różnych podejść numerycznych. Wybrano najczęściej stosowane w praktyce inżynierskiej podejścia uwzględniania obecności kolumny w podłożu. Obliczenia stateczności wykonano, stosując metodę redukcji c i $tg\phi$. W analizach numerycznych odzwierciedlono etapy budowy nasypu i jego etap pracy docelowej, w układach dwuwymiarowych (płaski stan odkształcenia) oraz trójwymiarowych. Parametry geotechniczne, niezbędne do obliczeń, ustalone zostały na podstawie dokumentacji geologiczno-inżynierskiej, badań laboratoryjnych i polowych.

Słowa kluczowe: wymiana dynamiczna, wbijane kolumny kamienne, stateczność, analiza numeryczna

Abstract

Dynamic replacement method (rammed stone columns) is a readily applied way of improving weak soil under road embankments. Apart from settlement reduction, soil strengthening influences also the stability of embankment. This paper presents the comparative analysis (prepared in Z-Soil software) of stability calculation results of road embankment settled on soil strengthened with rammed stone columns. The analysed results were obtained for various numerical approaches. The authors have chosen the most popular approach used in engineering practice, which takes into account the presence of the column in the soil. Stability calculations were made using the c and $tg\phi$ reduction method. The numerical analyses reflect, in two-dimensional (plain strain) and three-dimensional systems, the stages of embankment construction and stages of embankment final work. Geotechnical parameters essential for calculations were determined on the basis of geological-engineering documentation, laboratory and field tests.

Keywords: dynamic replacement, stability, numerical modeling

* Mgr inż. Piotr Kanty, dr inż. Sławomir Kwiecień, Katedra Geotechniki, Wydział Budownictwa, Politechnika Śląska.

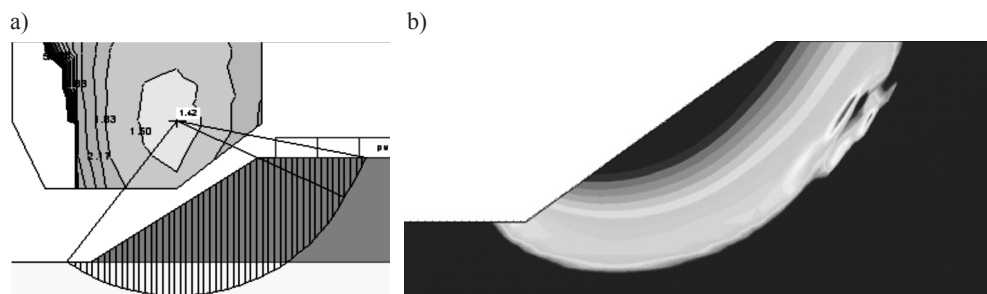
1. Wstęp

Ostatnie lata poprzedzające Mistrzostwa Europy w piłce nożnej (EURO 2012) przyniosły duży rozwój budownictwa drogowego. Ze względu na zurbanizowanie niektórych regionów Polski, jak i złożoność inwestycji nie zawsze wytyczone trasy dróg omijały tereny, na których zalegają grunty słabonośne. Ze strony projektowej nowobudowany nasyp drogowy powinien spełniać przede wszystkim dwa warunki:

- warunek sumy osiadań końcowych nasypu i podłoża, która wg [12, 13] powinna być mniejsza niż 10 cm,
- warunek stateczności skarp nasypu, dla którego współczynnik stateczności (F) obliczony metodami tradycyjnymi powinien być większy lub równy 1,5 [12].

Problem osiadań przedstawiono w [6]. Sprawdzenie stateczności jest przedmiotem obliczeń opisanych w niniejszym artykule.

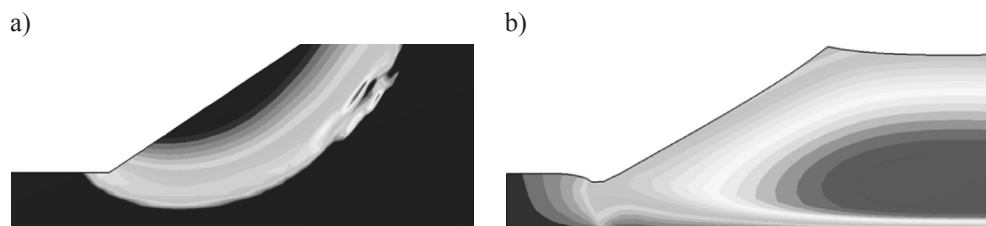
Do obliczeń stateczności opracowano na przekroju lat wiele metod. W aktualnej praktyce inżynierskiej stosuje się metody paskowe zakładające kołowe powierzchnie poślizgu (rys. 1a), metodę elementów skończonych (MES – rys. 1b) oraz inne metody numeryczne, takie jak metoda różnic skończonych (MRS) czy metoda punktów materialnych (MPM). Zważając na fakt, iż metody paskowe są dedykowane dla podłoża jednorodnego oraz że powierzchnia poślizgu jest w nich wymuszona, trudno nie uciekać się do metod numerycznych pozbawionych tych wad. W prostych układach uzyskuje się zbieżność kształtu powierzchni poślizgu (rys. 1a i 1b), natomiast w bardziej skomplikowanych już niekoniecznie. Stosując MES, najczęściej do obliczeń stateczności używa się metody redukcji kąta tarcia wewnętrznego ϕ i spójności c opisanej w dalszej części artykułu. Rozporządzenie [12] nie wymienia przypadku analizy stateczności metodami innymi niż paskowe, natomiast EC7 [14] dopuszcza w pkt. 11.5.1 taką opcję stwierdzeniem: „Alternatywnie, stateczność można sprawdzić z wykorzystaniem analizy granicznego stanu naprężenia lub metody elementów skończonych”.



Rys. 1. Powierzchnia poślizgu w: a) metodzie pasków, b) modelu MES

Fig. 1. Sliding surface in: a) method of slices, b) FEM model

Stosując metody numeryczne, można uzyskać różne formy utraty stateczności, gdyż powierzchnia poślizgu nie ma narzuconego kształtu. Jeżeli podłoże pod nasypem jest nośne i słabo odkształcalne, powierzchnia poślizgu będzie przechodzić tylko przez nasyp. Jeżeli natomiast podłoże będzie słabe, powierzchnia poślizgu będzie wchodzić pod podstawę nasypu (rys. 2a) lub wystąpią „nadmierne ruchy w podłożu spowodowane odkształceniami postaciowymi, osiadaniami, drganiem lub wypieraniem” [14] (rys. 2b).



Rys. 2. Formy utraty stateczności nasypu na słabym podłożu

Fig. 2. Forms of loss of embankment stability on weak subsoil

W momencie niespełnienia jednego z opisanych wyżej warunków projektowych, przez wzgląd na słabe podłoże zalegające pod nasypem, należy zastosować metody geoinżynierijne wzmocnienia gruntu. Bez wątpienia jedną z najchętniej stosowanych w takich przypadkach metod zarówno przez projektantów, jak i wykonawców jest wymiana dynamiczna zwana też wbijanymi kolumnami kamiennymi.

Przyjęta w Polsce nazwa metody „wymiana dynamiczna” to bezpośrednio przetłumaczona nazwa angielska *dynamic replacement*. Słowo „wymiana” może być kontrowersyjne, gdyż w tym przypadku niczego się nie wymienia, a jedynie wprowadza materiał kolumny w grunt rodzimy. Z tego względu trafniejszym określeniem wydaje się być „metoda wbijanych kolumn kamiennych”. Jednak ze względu na tradycję używania obu nazw, w niniejszym artykule stosowane są one zamiennie.

Metoda jest relatywnie młoda, ponieważ pierwsze publikacje na jej temat pojawiły się w latach 80. ubiegłego stulecia [1]. Niemniej jednak jest bardzo chętnie stosowana, co potwierdzają realizacje na takich inwestycjach, jak budowy autostrad A1 [16], A4 [17], drogi S7 czy DTŚ na Śląsku [1]. Do zalet metody wymiany dynamicznej należą: skuteczność, szybkość wykonania, prostota, duża nośność pionowa kolumn [5] oraz wpływ na zmianę parametrów gruntu wokół kolumny [1]. Do ograniczeń należy zaliczyć maksymalną miąższość słabego gruntu wynoszącą 6 m, powstawanie drgań mogących mieć szkodliwe oddziaływanie na ludzi i obiekty [7] oraz brak adekwatnych algorytmów obliczeniowych do projektowania [3].

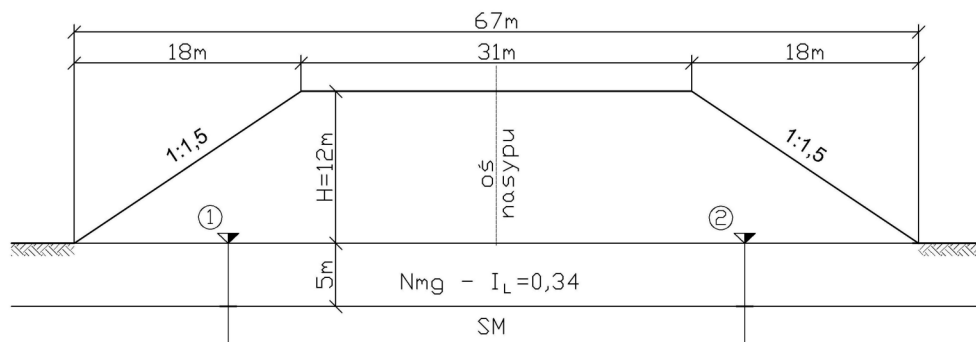
Kształtowanie kolumny kamiennej polega na zrzutach specjalnie skonstruowanego do tego celu ubijaka o masie 10–12 ton, z wysokości 10–25 m [7]. Początkowo tworzy się krater, który jest zasypywany materiałem różnoziarnistym (tłuczeń, przekrusz skalny, żużel wielkopiecowy), a następnie przez kolejne zrzuty ubijaka formuje się kolumnę. W efekcie powstaje w podłożu zagęszczony słup (kolumna kamienna) o średnicy 1,6–4,0 m [7]. Najczęściej kolumny wykonuje się systemem frontalnym, całymi rzędami w poprzek nasypu, zwłaszcza jeżeli wymagana jest platforma robocza. Platformę w takim przypadku można wykonywać odcinkami przed przesuwającym się frontem robót wzmocnieniowych.

Obliczenia stateczności nasypów na podłożu wzmocnionym kolumnami kamiennymi można wykonać na dwa sposoby [9]. Sposób pierwszy (tradycyjny) to poszukiwanie potencjalnej powierzchni poślizgu całego układu. Sposób drugi polega na rozpatrywaniu stateczności kolumny w komórce jednostkowej. Sposób pierwszy jest częściej stosowany przez inżynierów, drugi raczej w rozważaniach teoretycznych [9, 10]. Wybór sposobu tradycyjnego nie rozwiązuje jednak problemu wiarygodnego odzwierciedlenia obecności kolumn w podłożu. Kolumny można modelować w różny sposób. Powstaje pytanie czy sposób ich modelowania wpłynie na uzyskane współczynniki stateczności? Artykuł jest próbą odpowiedzi na tak postawiony problem dla konkretnego (rzeczywistego) przypadku.

2. Dane wyjściowe

2.1. Parametry materiałowe przyjęte do modelu

Do obliczeń numerycznych przyjęto geometrię nasypu rzeczywistego drogi S7 w okolicach miejscowości Lubień. Przekrój przez nasyp pokazano na rys. 3. Warunki gruntowo-wodne zidentyfikowano w dwóch otworach. Do głębokości ok. 5 m rozpoznano namuł gliniasty, natomiast poniżej skalę miękką.



Rys. 3. Geometria nasypu wraz z układem warstw podłoża

Fig. 3. Embankment geometry with soil layers

W przytoczonym miejscu pod drogą S7 wykonano wzmocnienie podłoża za pomocą kolumn kamiennych [3, 5]. Zastosowano ubijak w kształcie stożka ściętego o średnicy dolnej 1 m, górnej 1,2 m oraz wysokości 1,8 m. Jego masa wynosiła 11,5 t [5], a energia uderzenia spowodowana jego spadkiem 1,55 MNm [3]. Każdą kolumnę formowano przez 16-krotny swobodny zrzut ubijaka. Do wykształcenia jednej kolumny zużyto około 13,65 m³ materiału.

Dla wszystkich materiałów (nasyp, podłoże oraz kolumny kamienne) przyjęto sprężysto-idealnie plastyczny model Coulomba-Mohra z modyfikacją Menetraya-Williamsa (M-W). Parametry modeli: kąty tarcia wewnętrznego ϕ , spójności c , moduł sprężystości E , współczynnik Poissona ν oraz kąt dylatacji ψ przyjęto na podstawie analizy półwstecznej [5].

Po dwóch tygodniach od wykonania kolumn pobrano próbki namułu do badań laboratoryjnych w aparacie trójosiowego ściskania oraz edometrze. Próbki zostały pobrane bezpośrednio przy kolumnie. Na podstawie badań trójosiowych określono kąt tarcia wewnętrznego namułu oraz jego spójność. Moduł odkształcenia pierwotnego określono na podstawie badań edometrycznych, natomiast współczynnik Poissona na podstawie literatury [3].

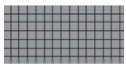
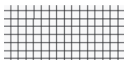
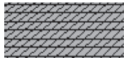

Najważniejsze parametry kolumn kamiennych dobrano na podstawie ich próbnego obciążenia [4] oraz analizy numerycznej [4]. Za wartość modułu sprężystości kolumny przyjęto tangens nachylenia początkowej krzywej doświadczalnej „obciążenie–osiadanie”. Ponownie współczynnik Poissona przyjęto na podstawie danych literaturowych [3], natomiast parę parametrów wytrzymałościowych dobrano, dopasowując krzywą numeryczną „obciążenie–osiadanie” do krzywej eksperymentalnej [4]. Dla grubookruchowego materiału kolumn przyjęto wartość kąta dylatacji ψ równą kątowi tarcia wewnętrznego ϕ [4].

Zestaw parametrów charakteryzujących nasyp, budowany z gruntów spoistych stabilizowanych wapnem, został również dobrany na podstawie badań laboratoryjnych z tą różnicą, iż kąt tarcia wewnętrznego oraz spójność określono w aparacie bezpośredniego ścinania o wymiarach 60×60 cm. Badania zmieniających się w czasie po stabilizacji parametrów wytrzymałościowych i odkształceniowych przedstawiono w pracy [8]. Dla celów niniejszego artykułu przyjęto najniższe wartości uzyskane z badań.

Zbiórce zestawienie parametrów potrzebnych do zdefiniowania materiału za pomocą sprężysto-idealnie plastycznego modelu Coulomba-Mohra (z modyfikacją M-W) przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości parametrów materiałowych poszczególnych elementów układu

Warstwa	Oznaczenie na modelu	ϕ [°]	ψ [°]	c [kPa]	ν [–]	E [MPa]
Namuł		4,6	0	31	0,3	2,65
Kolumny		43,5	43,5	5	0,2	76
Nasyp stabilizowany		35,0	0	45	0,3	45
Grunt o uśrednionych parametrach		wg pkt. 3.2	wg pkt. 3.2	wg pkt. 3.2	wg pkt. 3.2	wg pkt. 3.2

Tworząc model numeryczny przyjęto, iż skała miękka stanowi brzeg definiowanego obszaru. Brak dokładniejszych danych o parametrach skały potwierdza zasadność takiego podejścia.

2.2. Obliczenia wstępne kolumn kamiennych

Osiadania podłoża niewzmocnionego wyznaczono ze wzoru zaczerpniętego z PN-81/B-03020 [15]. Dla warstwy namułu o miąższości 5 m i module ściśliwości 2,65 MPa obliczone osiadania wyniosły 50 cm. Wartość ta przekracza pięciokrotnie dopuszczalne osiadania podłoża nasypu wynoszące wg [13] 10 cm.

Wstępnie obliczony za pomocą programu Z_{soil} współczynnik stateczności dla układu pokazanego na rys. 3 jest mniejszy od jedności.

Niespełnienie zarówno warunku osiadań, jak i stateczności kwalifikuje podłoże pod projektowanym nasypem do wzmocnienia. Jako wzmocnienie gruntu słabego przyjęto wymianę dynamiczną.

Do przyjęcia siatki wbijanych kolumn kamiennych zastosowano metody analityczne opisane w artykule [2]. Założono kwadratową siatkę kolumn o średnicy 2,2 m w rozstawie osiowym 3,0 m. Dla tak dobranej siatki obliczono osiadania podłoża wzmocnionego oraz nośność kolumn. Osiadanie podłoża wzmocnionego oszacowane według metody Priebego

wyniosło 9,6 cm (współczynnik redukcji osiadań β wyniósł 5,18, a współczynnik wymiany $\alpha = 0,421$). Nośność kolumn kamiennych obliczono według Braunsa. Stopień wykorzystania nośności wyniósł 87%. Założona siatka kolumn spełnia warunki poprawnie zaprojektowanego wzmocnienia. Dla takiej siatki kolumn wykonano w programie metody elementów skończonych Z_Soil analizy stateczności nasypu na podłożu wzmocnionym. Kolumny kamienne wzmacniające podłoże uwzględniano na różne, najczęściej używane przez projektantów sposoby opisane w dalszej części artykułu.

3. Analizy numeryczne

3.1. Metoda redukcji c i $\text{tg}\phi$

Do obliczenia współczynnika stateczności drogą numeryczną zastosowano metodę redukcji c i $\text{tg}\phi$. Dla modeli dwuparametrowych zastosowanych w opisanej analizie w algorytmie obliczenia stateczności można wyróżnić pięć etapów [11]:

- przyjęcie współczynnika bezpieczeństwa (SF_n) równego wartości początkowej zdefiniowanej przez użytkownika (SF_0),
- dla każdego kroku obliczeniowego przyjęcie $SF_{n+1} = SF_n + \Delta SF$ (krok ΔSF w opisanych modelach zdefiniowano o wartości 0,01) przy jednoczesnym obliczeniu $c_{n+1} = c/SF_{n+1}$ oraz $\text{tg}\phi'_{n+1} = \text{tg}\phi'_n/SF_{n+1}$. Przez krokową redukcję spójności c i tangensa kąta tarcia wewnętrznego ϕ uzyskujemy układ mniej stabilny z każdym krokiem obliczeniowym,
- rozwiązanie przez program zadania z koniecznymi iteracjami,
- wykonanie obliczeń stateczności układu dla kolejno przyjętych współczynników bezpieczeństwa aż do uzyskania rozbieżności rozwiązana w dwóch następujących po sobie krokach,
- określenie współczynnika bezpieczeństwa w momencie uzyskania rozbieżności rozwiązania $SF_n \leq SF \leq SF_{n+1}$

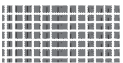
Definicję SF i więcej szczegółowych informacji na temat takiego podejścia do obliczeń stateczności można znaleźć w pracy [11]. Metodę tę zastosowano we wszystkich opisanych w tym artykule obliczeniach numerycznych.

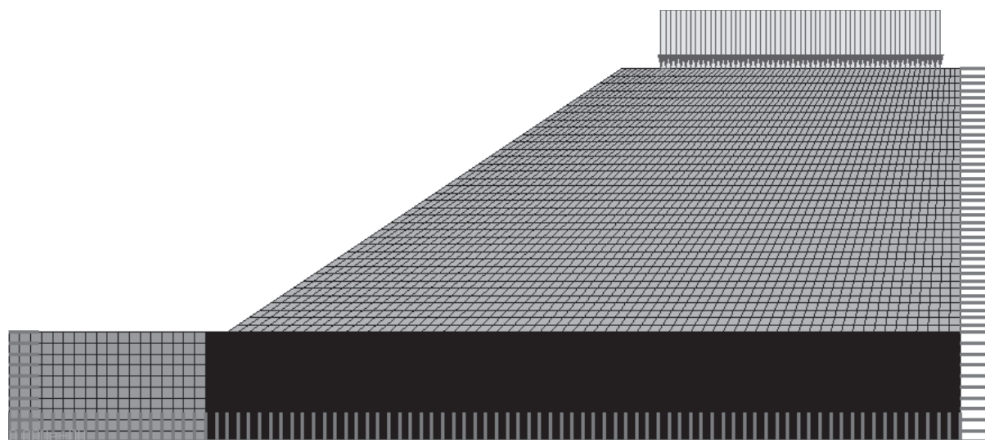
3.2. Opis rozważanych modeli

Ze względu na symetrię zagadnienia względem osi drogi, w programie Z_Soil odzwierciedlono tylko połowę nasypu oraz podłoża pod nim. Zgodnie z [12] przyjęto obciążenie równomiernie rozłożone o wartości 25 kPa na szerokości pasów ruchu. Stałymi we wszystkich modelach są: przekrój poprzeczny nasypu, parametry materiałowe namułu, kolumn i nasypu, obciążenie, warunki podparcia, zastosowany algorytm obliczeniowy oraz rozstaw i liczba kolumn (a co za tym idzie współczynnik wymiany α). Zmiennymi są natomiast: geometria wzmocnionego podłoża, średnica kolumn oraz parametry uśrednione kolumn i namułu. Ze względu na te zmienne wyróżniono 4 modele.

Model nr 1 to model z podłożem o uśrednionych parametrach gruntu słabego i kolumn kamiennych (rys. 4), rozważany w płaskim stanie odkształcenia. Przyjęto, że podłoże w zakresie występowania wzmocnienia za pomocą metody wymiany dynamicznej to kompozyt „grunt–kolumny” o parametrach obliczonych za pomocą średniej ważonej względem współczynnika wymiany. Parametry te podano w tabeli 2.

Wartości uśrednionych parametrów materiałowych w modelu 1

Warstwa	Oznaczenie na modelu	ϕ [°]	ψ [°]	c [kPa]	ν [–]	E [MPa]
Grunt o uśrednionych parametrach		21,0	21,0	18	0,26	26,8




Rys. 4. Model nr 1: z podłożem o uśrednionych parametrach słabego gruntu i kolumn

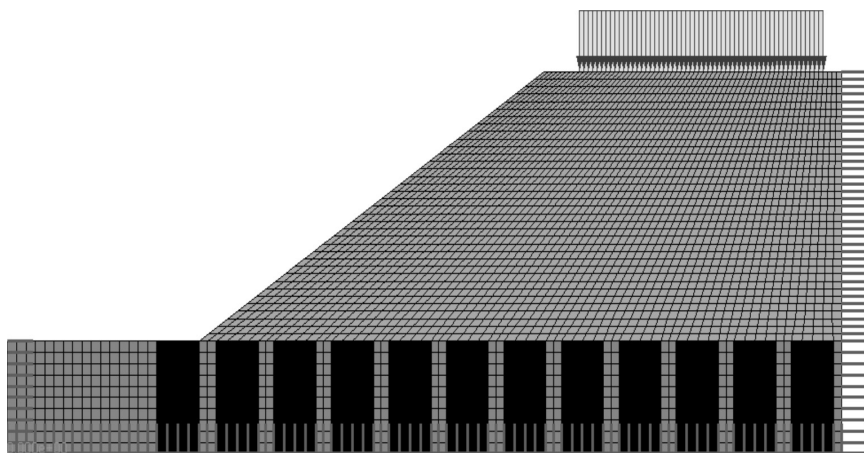
Fig. 4. Model no. 1: the subsoil with averaged parameters of weak soil and column

Model nr 2 to model z kolumnami o rzeczywistych średnicach oraz rozstawach (rys. 5). Przyjęcie płaskiego stanu odkształcenia (PSO) w modelu nie odzwierciedla rozstawów kolumn w kierunku prostopadłym do płaszczyzny modelu. Aby uwzględnić ten wpływ, kolumnom nie nadano ich realnych parametrów, ale uśrednione ze słabym podłożem. Średnia ważona wynika z rozstawów kolumn. Parametry przyjęte w modelu podano w tabeli 3.

Tabela 3

Wartości uśrednionych parametrów materiałowych kolumn w modelu 2

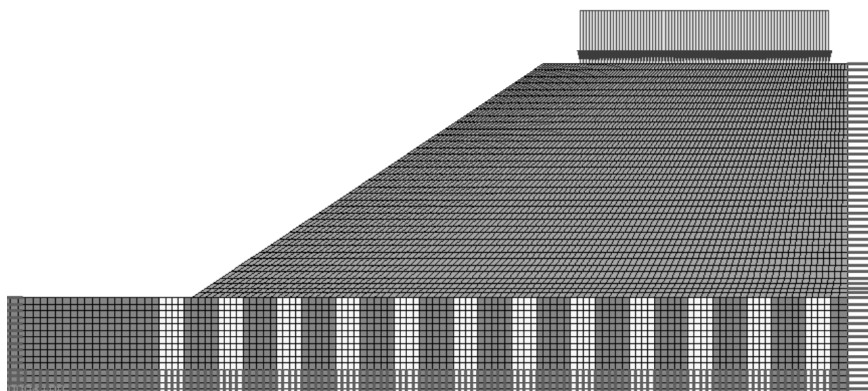
Warstwa	Oznaczenie na modelu	ϕ [°]	ψ [°]	c [kPa]	ν [–]	E [MPa]
Grunt o uśrednionych parametrach		27,0	27,0	16	0,24	44,9



Rys. 5. Model nr 2: z kolumnami o średnicy rzeczywistej 2,2 m w rozstawach 3,0 m

Fig. 5. Model no. 2: with columns diameter 2.2 m in 3.0 m spacing

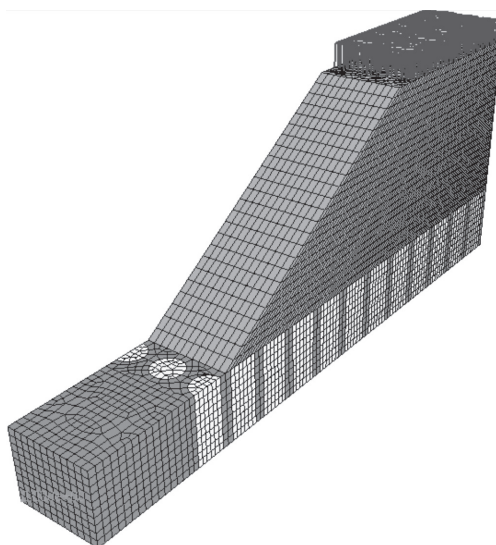
Model nr 3 to model z kolumnami o zastępczych średnicach oraz rzeczywistych rozstawach (rys. 6). Średnicę zastępczą 1,27 m wyznaczono tak, aby zachować w płaskim stanie odkształcenia rzeczywisty współczynnik wymiany α , jednocześnie nie zmieniając parametrów materiałowych kolumn kamiennych. Perodyczność występowania kolumn uwzględniono zmniejszeniem ich średnic, a co za tym idzie zwiększeniem obszaru występowania słabego gruntu w modelu PSO.



Rys. 6. Model 3: z kolumnami o średnicy zastępczej 1,27 m

Fig. 6. Model no. 3: with columns substitutive diameter 1.27 m

Model nr 4 to model trójwymiarowy. Do obliczeń przyjęto 6 m wycinek nasypu. Chcąc rozwiązać problem w modelu o mniejszych elementach skończonych, można ten układ ze względu na jego perodyczność ograniczyć do wycinka o szerokości 1,5 m. W tym przypadku nie było to konieczne, gdyż w modelach PSO, jak i trójwymiarowym zastosowano tę samą długość boku oczka siatki.



Rys. 7 Model 4: trójwymiarowy

Fig. 7. Model no. 4: Three-dimensional

Za pomocą tych modeli wykonano obliczenia stateczności.

4. Wyniki analiz stateczności i wnioski

Obliczone metodą redukcji c i $\tan\phi$ współczynniki stateczności zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4

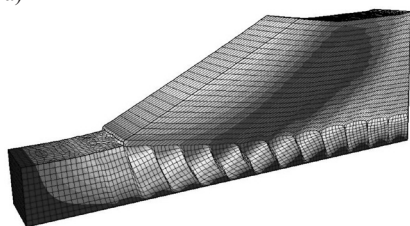
Wartości uzyskanych współczynników stateczności SF

Model	1 – PSO, uśrednienie parametrów gruntu i kolumn	2 – PSO, średnica rzeczywista	3 – PSO, średnica zastępcza	4 – 3D
SF [–]	1,77	1,74	1,59	1,95

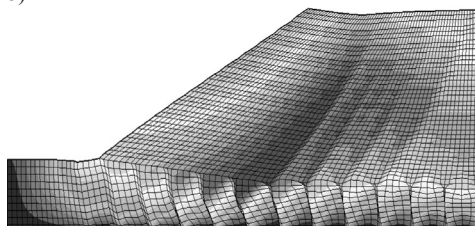
Na bazie wykonanych analiz dokonano następujących spostrzeżeń:

- sposób modelowania wzmocnienia kolumnami kamiennymi wpływa na uzyskane numerycznie współczynniki stateczności skarp,
- w każdym z analizowanych przypadków otrzymano taką samą formę utraty stateczności – można zauważyć powierzchnię poślizgu w tym samym miejscu (rys. 8),
- najniższą wartość współczynnika stateczności uzyskano, modelując podłoże z kolumnami o średnicy zastępczej,
- najwyższą wartość współczynnika stateczności uzyskano modelując podłoże w trójwymiarze,
- różnice w poszczególnych podejściach sięgają 80%.

a)



b)



Rys. 8. Uzyskana w modelach forma utraty stateczności – mapy przemieszczeń wypadkowych:
a) dla modelu 4, b) dla modelu 3

Fig. 8. The form of stability loss obtained in models – resultant displacement maps: a) in model no. 4, b) in model no. 3

Należy zauważyć, iż wykonanie modelu trójwymiarowego, które jest bez wątpienia najbardziej pracochłonne, ale też i geometrycznie najbliższe rzeczywistości, pozwoliło w tym przypadku uzyskać najwyższy współczynnik stateczności. Optymalizując zatem wzmocnienie, można na bazie modelu trójwymiarowego projektować bardziej ekonomicznie niż na bazie innych modeli. Obliczone współczynniki stateczności dla poszczególnych podejść zostały wyznaczone z użyciem modeli nie uwzględniających zmian porowatości obciążanego podłoża (jego wzmocnienia) oraz rzeczywistej dylatacji.

Analizy wykonano w ramach projektu badawczego nr 1989/B/T02/2011/40 sfinansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki.

Praca była współfinansowana ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Projektu „SWIFT (Stypendia Wspomagające Innowacyjne Forum Technologii)” POKL.08.02.01-24-005/10.

Literatura

- [1] Gryczmański M., *Wzmacnianie podłoża wbijanymi kolumnami kamiennymi. Przegląd doświadczeń śląskich*, Inżynieria i Budownictwo 3, 2003, 123-126.
- [2] Gryczmański M., *Metody analizy nośności i osiadania podłoża wzmocnionego kolumnami kamiennymi*. Inżynieria Morska i Geotechnika, 5, 1993, 224-231.
- [3] Kwiecień S., *Analiza teoretyczna i doświadczalna wzmocnienia podłoża metodą wymiany dynamicznej*, praca doktorska, Gliwice 2008.
- [4] Kwiecień S., *Calibration and verification of numerical model of ground improved by dynamic replacement*. Numerical Methods in Geotechnical Engineering – Benz & Nordal (eds.), Taylor & Francis Group, London 2010.
- [5] Kwiecień S., *Próbné obciążenie wbijanej kolumny kamiennej. Wyniki badań polowych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Budownictwo, 2007.
- [6] Kwiecień S., Kanty P., Machowski M., *Analiza porównawcza wyników osiadań podłoża wzmocnionego metodą wymiany dynamicznej pod nasypem drogowym*, XXIV Konferencja Naukowa „Metody komputerowe w projektowaniu i analizie konstrukcji hydrotechnicznych” Korbiewów, 27.02-01.03.2012 r., bieżący numer.

- [7] Kwiecień S., Sękowski J., *Wymiana dynamiczna – praktyczne aspekty zastosowania metody w budownictwie drogowym*, Magazyn Autostrady 10, 2010.
- [8] Sękowski J., Cierpiot D., Kwiecień S., *Grunty spoiste stabilizowane wapnem. Zastosowanie do budowy wysokich nasypów autostradowych*, Autostrady, 05, 2010.
- [9] Szypcio Z., *O stateczności nasypów posadowionych na słabym podłożu wzmocnionym kolumnami*, Inżynieria i Budownictwo 8, 2001, 446-448.
- [10] Urbański A., *The unified, finite element formulation of homogenization of structural members with a periodic microstructure*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2005.
- [11] Zimmermann Th., Truty A., Podleś K., *Z_Soil.PC 2009 Manual*.
- [12] Dz. U. 1999 nr 43 poz.430. Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 2 marca 1999 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie. Sposób przeprowadzania badań geotechnicznych i określania warunków gruntowo-wodnych podłoża nawierzchni – załącznik 4.
- [13] PN-S-02205 Drogi samochodowe. Roboty ziemne. Wymagania i badania.
- [14] PN-EN 1997-1:2008 Eurokod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 1: Zasady ogólne.
- [15] PN-81/B-03020 Grunty budowlane. Posadowienie bezpośrednie budowli. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [16] Kwiecień S., Zielonka Ł., *Analiza obliczeniowa osiadań podłoża wzmocnionego metodą wymiany dynamicznej pod nasypem autostradowym*, Czasopismo Techniczne z. 16, r. 107, Kraków 2010, 21-29.
- [17] Biały M., *Wzmocnienie słabego podłoża nasypu autostrady na terenie zalewowym*, Czasopismo Techniczne, z. 21, r. 108, Kraków 2011.