BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
4-B/2012
ZESZYT 21
ROK 109
ISSUE 21
YEAR 109

HENRYK CIUREJ*, PIOTR GWOŹDZIEWICZ**

EFEKT „SHEAR LAG" W PRZEKROJU SKRZYNKOWYM OBIEKTU MOSTOWEGO – PODEJŚCIE TEORETYCZNE I WYNIKI POMIARÓW W SKALI RZECZYWISTEJ

"SHEAR LAG" EFFECT IN BOX BRIDGE CROSS-SECTION – THEORICAL APPROACH AND RESULTS OF MEASUREMENTS IN NATURAL SCALE

Streszczenie

Geometrycznie nieliniowe rozkłady naprężeń i odkształceń pod wpływem obciążeń grawitacyjnych oraz obciążeń sprężeniem są cechą przekrojów skrzynkowych. Projektowanie każdego obiektu – w tym również o przekroju skrzynkowym – jest związane z prawidłowym oszacowaniem poziomu wytężenia przy uwzględnieniu nieliniowości zachowania materiałów oraz pojawienia się rys, w tym także oszacowania wielkości efektu „shear lag". Znaczenie tego efektu i jego wpływ na wyniki obliczeń wytrzymałościowych jest różnie szacowane przez autorów. Niniejsza praca jest poświęcona prezentacji znanych modeli teoretycznych opisujących wpływ efektu „shear lag" na rozkład lokalnego wytężenia materiałów w przekroju, ich ocenie w aspekcie zgodności z wynikami badań przeprowadzonych na obiekcie mostowym o przekroju skrzynkowym oraz dyskusji obejmującej skalę wpływu rozważanego zjawiska.

Słowa kluczowe: *energetyczne wykorzystanie biogazu*

Abstract

Geometrically non-linear stress and strain fields resulting from loads and prestressing are a specific property of box cross-sections. Their importance in the meaning of a calculation precision is evaluated in various ways by authors. Simultaneously, design of any structure – also of a box cross-section – is strictly connected with a correct evaluation of the stress level in materials, linearity of their behaviour and cracks appearance. This work is focused on the presentation of the existing theorical models describing the "shear lag" effect influence on the distribution of the local strain and stress in materials in box cross-section. The presentation is followed by their evaluation according to the agreements of their results with measurements results obtained on a real structure. PC bridge of a box cross-section, built as cantilever is the chosen example for comparison. Discussion of the scale of the effect influence completes the presentation of this work.

Keywords: *bridge cross-section, box shear lag, testing*

* Dr inż. Henryk Ciurej, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska

** Dr inż. Piotr Gwoździewicz, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska

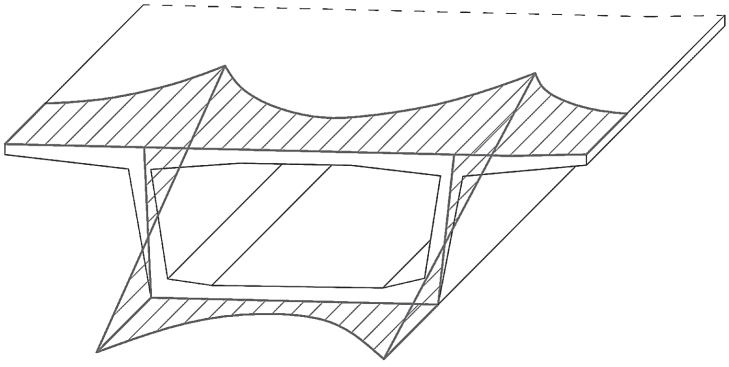
1. Wstęp

Zasada płaskich przekrojów, przyjmowana jako podstawowe założenie podejścia analitycznego w klasycznej teorii belek zginanych, nie uwzględnia w oszacowaniach rozkładu naprężeń wpływu efektu nazywanego „shear lag". Analizy teoretyczne i badania doświadczalne dowodzą jednak istnienia nieliniowych rozkładów naprężeń normalnych oraz lokalnych koncentracji naprężeń m.in. w przekrojach skrzynkowych. Rozkłady te wykazują różnice wobec wyników obliczeń uzyskiwanych w oparciu o teorię klasyczną. Skutkiem nieuwzględnienia tych zjawisk mogą być przekroczenia bezpiecznego poziomu m.in.: wytężenia materiału, odkształceń natychmiastowych i w konsekwencji opóźnionych, a także nieoczekiwanego zarysowania elementów z powodu przekroczenia wytrzymałości betonu na rozciąganie.

Zjawisko „shear lag" analizowane od lat 40. XX wieku, początkowo było badane w odniesieniu do elementów konstrukcji związanych z lotnictwem, później do stalowych przekrojów skrzynkowych, zwłaszcza stalowych trzonów obiektów wysokich. Dopiero w latach 80. autorzy przejawili zainteresowanie wpływem tego zjawiska na pracę żelbetowych i sprężonych przekrojów skrzynkowych.

2. Opis zjawiska

Uwzględnienie efektu „shear lag" prowadzi do rozkładów naprężeń normalnych w skrzynkowym przekroju poprzecznym, odbiegających od zasady płaskich przekrojów. W przekroju skrzynkowym, wynikające z lokalnej równowagi trajektorie naprężeń wywołanych siłami wewnętrznymi, wymuszają przepływ części naprężeń tnących ze środników na współpracującą szerokość półek, co powoduje wzrost naprężeń normalnych w półkach. Odkształcenia normalne tak nierównomiernie obciążonego lokalnie przekroju poprzecznego są nieliniowe, a cały przekrój odkształca się w sposób inny niż płaski. Naprężenia podłużne w półce są większe (lub mniejsze) w rejonie styku ze środnikiem od naprężeń w środku półki pomiędzy środnikami (rys. 1).



Rys. 1. Naprężenia normalne w przekroju skrzynkowym zginanym, uwzględniające efekt „shear lag"

Fig. 1. Normal stresses with shear lag effect in box cross section

W świetle powyższego naprężenie normalne w przekroju skrzynkowym określane według teorii belek mogą zarówno zawyżać, jak i zaniżać poziom lokalnego naprężenia w przekroju skrzynkowym. Zjawisko lokalnego zwiększenia naprężeń normalnych w stosunku do wyznaczonych teoretycznie, zaobserwowane pierwotnie, zyskało miano klasycznego efektu „shear lag". Opisany w latach 80. przez autorów efekt odwrotny, określony mianem ujemnego efektu „shear lag", występuje w belkach wspornikowych. Wpływ zjawiska w tym wypadku powoduje obniżenie naprężeń ściskających, a w konsekwencji (przy niekorzystnym układzie naprężeń wywołanych obciążeniami użytkowymi) może prowadzić do pojawienia się rozciągań.

Ilościową ewidencję wpływu zjawiska na naprężenia w przekroju skrzynkowym przedstawili m.in. Kristek i Vitek [1]. W swojej pracy przedstawili wyniki obliczeń uwzględniające również wpływ zjawisk reologicznych. Zarówno dla obciążeń krótkotrwałych, jak i długotrwałych, uzyskiwane proporcje odkształceń wyliczonych z uwzględnieniem efektu „shear lag" i pomierzonych w skali rzeczywistej do naprężeń wyznaczonych wg podejścia klasycznego wykazują ponad 30% różnice.

Nieliniowości rozkładu naprężeń wywołane przez rozważane zjawisko są ściśle związane z układem panujących obciążeń i dla każdej kombinacji obciążeń powinny być wyznaczane odrębnie. Niniejsza analiza doświadczalna została przeprowadzona w odniesieniu do obciążenia konstrukcji sprężeniem.

W literaturze przedmiotu wskazuje się, że różnice wartości naprężeń normalnych w przekroju skrzynkowym rosną w miarę wzrostu proporcji szerokości przekroju do długości pojedynczego przęsła. Szerokość przekroju jest jednym z głównych parametrów wpływających na zakres korekty naprężeń wywołanej przez badane zjawisko. Odstępstwa od jednorodnego rozkładu naprężeń podłużnych na szerokości przekroju pojawiają się zwłaszcza w sąsiedztwie dużych obciążeń skupionych prostopadłych do osi elementu, jak podpory czy kable podwieszenia.

Określana mianem „shear lag" formuła redystrybucji naprężeń w betonowym przekroju skrzynkowym względem rozkładu otrzymanego na podstawie klasycznej teorii belek zachodzi i ulega zmianom przy każdej korekcie panujących obciążeń. Wydaje się zatem, że wartości naprężeń przypisywane badanemu efektowi powinny być uwzględniane również w modelowaniu długotrwałego zachowania skrzynkowych elementów konstrukcyjnych.

3. Podejście analityczne

Publikacje przedstawione w latach 80. udokumentowały zainteresowanie autorów wpływem efektu „shear lag" na pracę konstrukcji skrzynkowych z betonu (m.in. Kristek i Bazant, [2]). Literatura dostarcza poza opisami fenomenologicznymi również różnorodne rozwiązania teoretyczne, których celem jest zbudowanie modelu analitycznego rozważanego efektu.

Rozwiązanie stanu odkształcenia w przekroju skrzynkowym z pełnym uwzględnieniem wpływu efektu „shear lag" jest możliwe w oparciu o rachunek różniczkowy (Chang i Fang, [3]). Jest to jednak rozwiązanie pracochłonne, o ile jego zastosowanie nie jest związane z wykorzystaniem MES lub MRS w elementach powłokowych.

Metoda wariacyjna zaproponowana przez Changa [3] pozwala wyprowadzić równanie różniczkowe efektu „shear lag" dla przekroju jednokomorowego w formie:

$$u'' - Ku = \frac{7n}{6EI} V(x)$$

gdzie:

$$n = \frac{1}{1 - \frac{7}{8}\frac{I_s}{I}},$$

$$K = \frac{1}{b}\sqrt{\frac{14Gn}{5E}}.$$

W powyższych wyrażeniach użyto następujących oznaczeń: x – współrzędne punktu, u – ugięcie osi skrzynki, b – szerokość jednostronna współpracującej płyty, I_s – moment bezwładności obu półek względem osi obojętnej, I – moment bezwładności całego przekroju, G, E – moduł ścinania i moduł sprężystości, $V(x)$ – siła poprzeczna w przekroju.

Rozwiązanie równania różniczkowego pozwala określić ilościowy zakres wpływu efektu „shear lag" na naprężenia w postaci współczynnika proporcjonalności naprężeń maksymalnych do naprężeń wyznaczonych z modelu belki zginanej. Dla rozważanego i badanego przykładowego przekroju skrzynkowego o szerokości półki górnej równej 13,0 m oraz dolnej – 6,0 m po przyjęciu uśrednionych danych materiałowych i geometrycznych uzyskuje się współczynniki: dla styku półki i środnika o wartościach 1,37 dla etapu sprężania badanego segmentu, dla płyty pomiędzy środnikami – 0,71.

Podejście oparte na teorii minimalnej energii potencjalnej, zaproponowane w 1985 przez włoskich autorów Dezi i Menastri [4] zakłada poszukiwanie takiego pola przemieszczeń płaszczyzn środkowych elementów skrzynki, które wykazuje minimalną energię. Podejście to jest z zasady pozbawione jednego z klasycznych uproszczeń, gdyż w środnikach poza odkształceniem normalnym, uwzględnia się również odkształcenie tnące. Deplanacja półek jest opisana wprowadzonymi funkcjami dodatkowymi, wymagającymi kalibracji. W wyniku rozwiązania równań zaproponowanych przez autorów, można wyznaczyć przemieszczenia dowolnego punktu w przekroju w kierunku podłużnym ustroju.

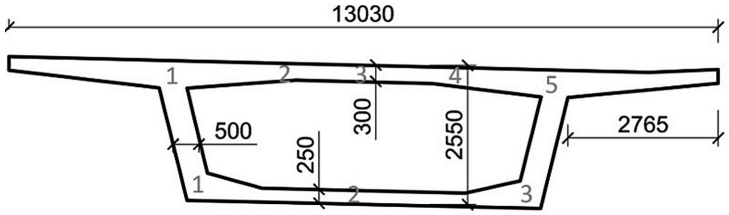
Metodę bardziej praktyczną proponują Kristek i Bazant [2], przedstawiając ją na przykładzie przekroju skrzynkowego o wymiarach: szerokość półki górnej 11,0 m, dolnej – 6,0 m, wysokość 2,0 m, grubości półek – 0,3 m, grubość środników – 0,6 m. Wykorzystując istniejące rozwiązania w zakresie naprężeń dla przekrojów skrzynkowych, otrzymują dla obciążeń długotrwałych rozkłady naprężeń lokalnych, które w porównaniu do wyników analizy wg teorii belek wykazują przekroczenia na poziomie 70%.

Należy zwrócić uwagę na fakt, iż omawiane w literaturze przykłady obliczeniowe odnoszą się do obiektów o przekrojach skrzynkowych, których szerokość jest stosunkowo niewielka, a mimo to obecne są tak wysokie różnice naprężeń. Statystycznie, takich obiektów jest najwięcej, również dalsza część niniejszej pracy w zakresie omówienia wyników badań dotyczy obiektu o podobnych proporcjach. Jednocześnie, w oparciu o wiele obserwacji można stwierdzić, że dla przekrojów o większej szerokości efekt „shear lag" staje się bardziej

znaczący. Stąd, w przypadku realizacji obiektów o dużej szerokości, niezbędnym wydaje się precyzyjna analiza wpływu tego zjawiska.

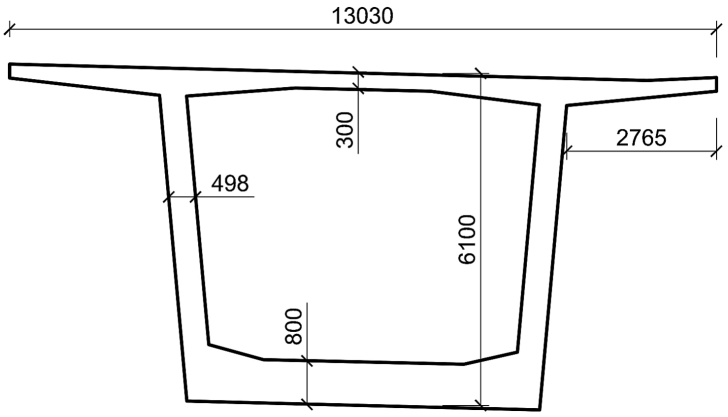
4. Wyniki pomiarów

W ramach projektu badawczego obejmującego ocenę stanu naprężeń w konstrukcji sprężonej w czasie, prowadzonego w Politechnice Krakowskiej, dokonano rejestracji odkształceń obiektu mostowego budowanego metodą nawisową. Wymiary przekroju przedstawia rys. 2, widok obiektu przedstawia rys. 3. Analizę prowadzono w czterech różnych przekrojach, w każdym badając odkształcenia betonu w 10 punktach (8 w kierunku podłużnym i 4 – w poprzecznym, w tym w dwóch punktach w obu kierunkach). Wyniki, poza wieloma innym informacjami, pozwalają zilustrować również efekt „shear lag".



Rys. 2a) Przekrój poprzeczny badanego mostu w kluczu oraz lokalizacja i numeracja czujników

Fig. 2a) The midspan cross-section of the test bridge and numbering and location of sensors



Rys. 2b) Przekrój poprzeczny ustroju badanego obiektu w osi podparcia

Fig. 2b) Cross-section of the bridge at the support

W każdym z badanych przekrojów skrzynki zamontowano po 8 elektrooporowych czujników odkształceń podłużnych z kompensacją termiczną: 5 czujników w półce górnej i 3 w półce dolnej przekroju (rys. 2a). Odczytów dokonywano w kilku cyklach w każdym

z etapów budowy, jakim było wykonanie kolejnego segmentu. Na tej podstawie można wyodrębnić odkształcenia sprężyste i ich powolne zmiany wywołane zjawiskami opóźnionymi. W wynikach wyraźnie się rysuje wpływ rozważanego zjawiska. Należy przyznać, że wykazane poziomy naprężeń nie są wysokie – czego dla przekroju o rozważanej geometrii należało się spodziewać. Poczynione obserwacje po pierwsze dowodzą skali wpływu „shear lag" na naprężenia, a po drugie służą weryfikacji podejścia obliczeniowego.



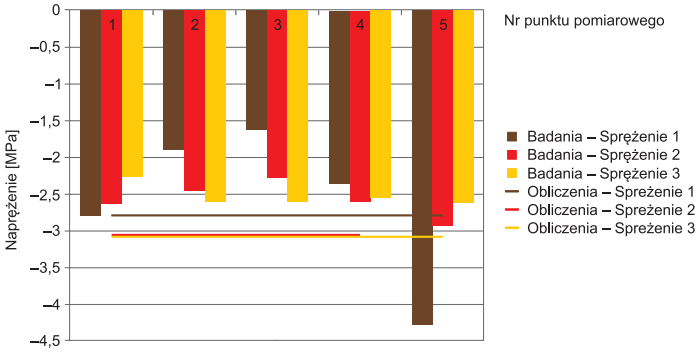
Rys. 3. Widok badanego obiektu

Fig. 3. A view of the bridge

Dalsze rysunki przedstawiają wykresy naprężeń dla półek górnych czterech rozważanych przekrojów pod wpływem obciążenia, jakim jest sprężenie kolejnych grup kabli w trakcie wznoszenia nowych segmentów. Przyjęto dla ściskania znak ujemny. Na każdym rysunku umieszczono zarówno wykresy wyników z badań, jak i dla porównania (linie proste), wyniki obliczeń wg teorii klasycznej belek. Jak można zaobserwować (rys. 4–7), naprężenia w półce górnej przy kolejnych etapach sprężenia (oddalających się od badanego przekroju) są coraz bardziej równomierne, a wartości naprężeń są mniejsze niż oszacowane numerycznie.

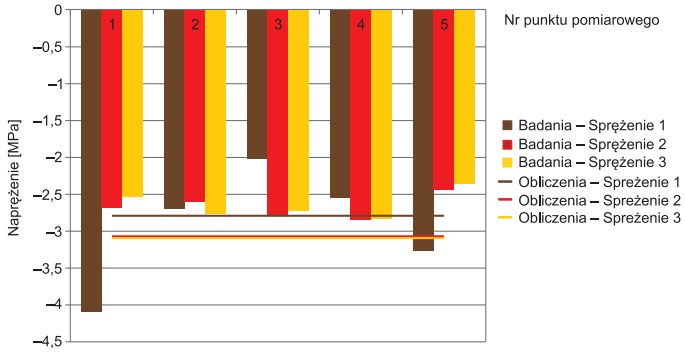
Wyniki pomiarów w płycie dolnej odpowiadają charakterowi obciążenia i wykazują rozciąganie wywołane sprężeniem. Jednocześnie powtarzającą się dla wielu przekrojów informacją jest największe rozciągające naprężenie podłużne, które występuje w środku szerokości półki dolnej. Do ilustracji tych danych rys. 8 zawiera wykresy naprężeń dla przekroju nr 3, rysunki 9–11 – dla przekrojów 4, 1 i 2, odpowiednio.

Uzyskane wyniki, mimo widocznej nieregularności, pozostają w zgodzie z oczekiwanymi wartościami zarówno w aspekcie proporcji do naprężeń wyznaczanych klasycznie, jak i w zakresie przebiegu wykresów.



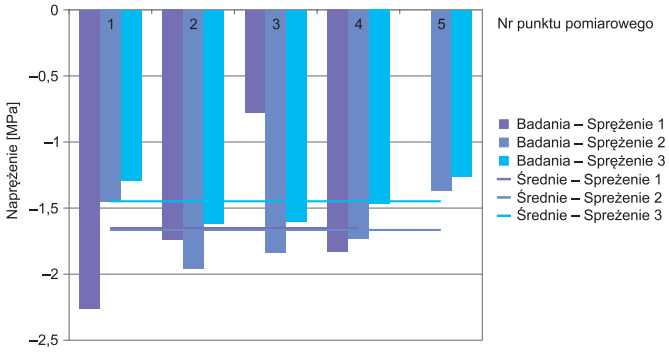
Rys. 4. Naprężenia normalne w płycie górnej przekroju nr 1 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 4. Normal stresses in the top plate of section 1 for three successive stages of tension



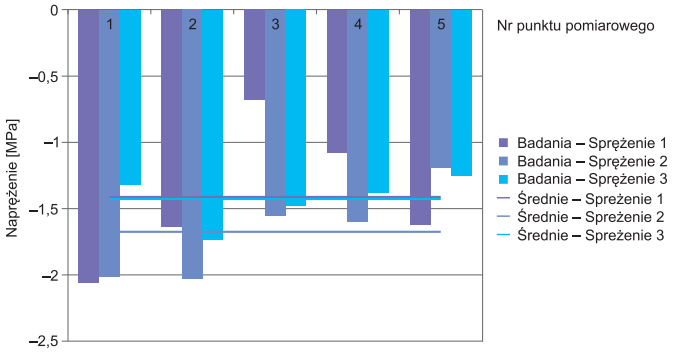
Rys. 5. Naprężenia normalne w płycie górnej przekroju nr 2 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 5. Normal stresses in the top plate of section 2 for three successive stages of tension



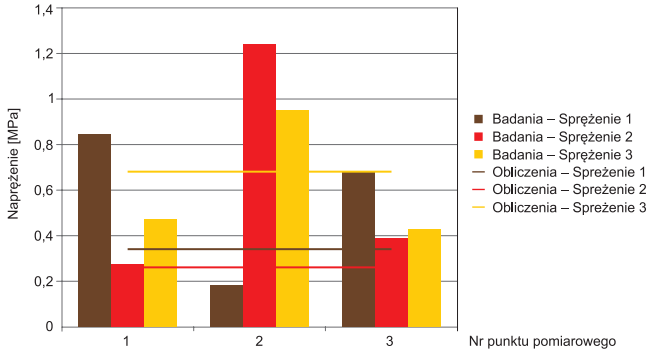
Rys. 6. Naprężenia normalne w płycie górnej przekroju nr 3 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 6. Normal stresses in the top plate of section 3 for three successive stages of tension



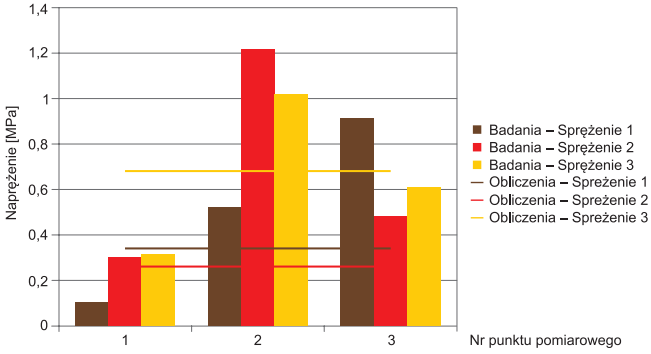
Rys. 7. Naprężenia normalne w płycie górnej przekroju nr 4 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 7. Normal stresses in the top plate of section 4 for three successive stages of tension



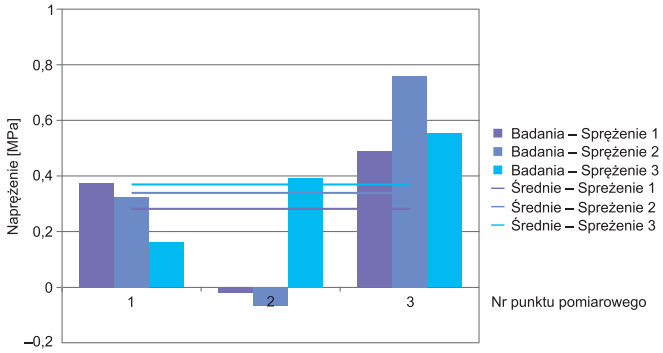
Rys. 8. Naprężenia normalne w płycie dolnej przekroju nr 3 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 8. Normal stresses in the lower plate of section 3 for three successive stages of tension



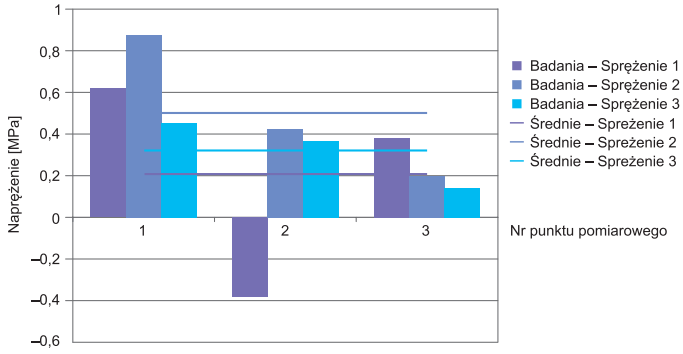
Rys. 9. Naprężenia normalne w płycie dolnej przekroju nr 4 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 9. Normal stresses in the lower plate of section 4 for three successive stages of tension



Rys. 10. Naprężenia normalne w płycie dolnej przekroju nr 1 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 10. Normal stresses in the lower plate of section 1 for three successive stages of tension



Rys. 11. Naprężenia normalne w płycie dolnej przekroju nr 2 dla trzech kolejnych etapów sprężenia

Fig. 11. Normal stresses in the lower plate of section 2 for three successive stages of tension

5. Wnioski

Wpływ efektu „shear lag" jest obserwowany w każdym przekroju skrzynkowym. Skutkiem zjawiska spowodowanego rozdziałem sił tnących jest ustalenie rozkładu naprężeń normalnych w przekroju różnego od wykresów uzyskiwanych w ramach klasycznej teorii belek.

W elementach betonowych stosunkowo niewielkie różnice naprężeń, jakie powoduje, mogą mieć istotne znaczenie choćby z punktu widzenia pojawienia się nieprzewidzianych poziomów naprężeń rozciągających, a w konsekwencji dla powstania tak niepożądanego zjawiska w elemencie sprężonym, jakim jest zarysowanie.

W oparciu o dotychczas uzyskane dane można stwierdzić, że wpływ zjawiska rośnie wraz z szerokością przekroju, a także ze wzrostem proporcji szerokości przekroju do rozpiętości elementu.

Jak wykazali Kristek i Bazant [1], elementy bardziej wrażliwe na wpływ „shear lag" wykazują wyraźnie zwiększone odkształcenia poprzeczne (ugięcia).

Jakkolwiek dla typowych przekrojów skrzynkowych o szerokości rzędu 14,0m , jakich wiele się buduje w naszym kraju, wpływ „shear lag" pozostaje ograniczony, to w konstrukcjach wykraczających poza typowe zakresy, o szerokościach sięgających według aktualnych danych nawet do 40 m, może mieć duże znaczenie jako jedno z głównych zjawisk wykraczających poza ramy możliwe do oszacowania w oparciu o klasyczne podejście stosowane w analizie zginania elementów belkowych.

Szerokie możliwości uzyskania rozkładu naprężeń uwzględniającego efekt „shear lag" inną metodą, niż obliczenia teoretyczne, dają metody numeryczne, w szczególności MES. Należy jednak podkreślić, że w tym celu niezbędne jest pełne wykorzystanie modelowania przy pomocy elementów powłokowych, co w porównaniu z budową i analizą modelu złożonego z elementów prętowych jest bardziej pracochłonne.

Literatura

[1] Kristek V., Vitek J.L., *Changes of structural system and stress redistribution due to creep*, RILEM Syposium Creep and shrinkage of concrete, Barcelona, sept. 1993.

[2] Kristek V., Bazant Z., *Shear lag effect and uncertainty in concrete box girder creep*, Journal of Structural Engineering, vol. 113, No 3, 1987.

[3] Chang S.T., Fang Z.Z., *Negative shear lag in cantilever box girder with constant depth,* Journal of Structural Engineering, vol. 113, No 1, 1987.

[4] Dezi L., Mentrasti L., *Nonuniform bending-stress distribution (shear lag),* Journal of Structural Engineering, vol. 111, No 12, 1985.

[5] Song Q., Scordelis A., *Shear-lag analysis of T-, I- and box beams*, Journal of Structural Engineering, vol. 116, No 5, 1990.